

مقایسه معادله فوکر-پلانک و پلاستینو-پلاستینو و بررسی نافزون فری در پلاسمای کوارک-گلوئون

رحیمی نژاد، مرجان^۱؛ تقوی شهری، فاطمه^۱؛ جاویدان، کوروش^۱؛ محرابی پری، شراره^۱

^۱دانشکده فیزیک، دانشگاه فردوسی مشهد، میدان آزادی، مشهد

چکیده

در این مقاله تحول توابع توزیع مربوط به کوارک‌های سنگین را از طریق معادله فوکر-پلانک و معادله پلاستینو-پلاستینو که تعمیم یافته‌ی معادله فوکر-پلانک در فضای مکانیک آماری نافزون فر است، محاسبه می‌کنیم و نتایج حاصل را در قالب مشاهده پذیر R_{AA} با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. هدف ما تحقیق در مورد این است که آیا با جایگزینی معادله پلاستینو-پلاستینو با معادله فوکر-پلانک که در مبحث QGP پرکاربرد است، نتایج تئوری به داده‌های آزمایشگاهی نزدیکتر می‌شود یا خیر.

Comparison of the Fokker-Planck and Plastino-Plastino equations and investigation of non-extensivity in the Quark-Gluon Plasma

Rahimi Nezhad, Marjan¹; Taghavi Shahri, Fatemeh¹; Javidan, Kurosh¹; Mehrabi Pari, Sharareh¹

¹ Department of Physics, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad

Abstract

In this article, we evaluate the heavy quark's distribution function through Fokker-Planck equation and the Plastino-Plastino equation, which is a generalization of the Fokker-Planck equation but in the framework of non-extensive statistical mechanics. Then we compare the results in the form of R_{AA} observability. Our aim is to investigate whether replacing the Plastino-Plastino equation instead of the Fokker-Planck equation, which is widely used in the QGP context, will bring the results closer to the experimental data or not.

PACS No. : 13

مقدمه

به یک سیال کامل دارد [۲]. یکی از راه‌های مطالعه در مورد پلاسمای، بررسی دینامیک کوارک‌های سنگین همچون کوارک‌های b و c می‌باشد، زیرا این کوارک‌ها در لحظات اولیه برخورد یون‌های سنگین ایجاد می‌شوند ولی به علت جرم زیادشان دیرتر با محیط برهمکنش می‌کنند. لذا هنگامی که پلاسمای به تعادل ترمودینامیکی محلی می‌رسد این کوارک‌ها همچون ذرات به تعادل نرسیده دارای یک حرکت براونی در محیط گرمایی هستند [۳].

در دما و/یا چگالی‌های بسیار بالا، کوارک‌ها و گلوئون‌ها از قید یکدیگر آزاد می‌شوند و ماده از فاز هادرونی به فاز پارتونی تغییر حالت می‌دهد. به این حالت جدید پلاسمای کوارک-گلوئون^۱ می‌گویند [۱]. پلاسمای کوارک-گلوئون که در آزمایشگاه از برخورد یون‌های سنگین با انرژی زیاد تشکیل می‌شود، مدت کوتاهی پس از شکل‌گیری به تعادل ترمودینامیکی محلی می‌رسد و رفتاری نزدیک

¹ Quark-Gluon Plasma (QGP)

f تابع توزیع اولیه ذرات بر حسب تکانه عرضی و ضرایب A و D به ترتیب ضرایب کشش و پخش هستند. ضرایب کشش و پخش به چگونگی اتلاف انرژی ذرات غیرتعادلی در محیط گرمایی وابسته هستند و توسط ویژگی های حمام گرمایی تعیین می شوند.

اتلاف انرژی کوآرک های سنگین در محیط پلازما از دو طریق برخورد کشسان و تابش اتفاق می افتد و ضریب کشش از رابطه زیر به دست می آید:

$$A(p) \approx \frac{-1}{p} \frac{dE}{dL} \quad (2)$$

برای بررسی تغییرات توابع توزیع مربوط به کوآرک های سنگین هنگام عبور از پلازما، باید تمام حالت های اتلاف انرژی را در نظر گرفت. در نتیجه میزان اتلاف انرژی به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{dE}{dL} = \left(\frac{dE}{dL}\right)_{coll} + \left(\frac{dE}{dL}\right)_{rad} \quad (3)$$

همچنین در صورتی که جفت شدگی بین کوآرک های سنگین و حمام گرمایی ضعیف باشد، ثابت پخش را می توان از طریق رابطه اینشتین به دست آورد [۷]:

$$D(p) = TA(p)E \quad (4)$$

که در آن T دمای حمام گرمایی و E انرژی کوآرک سنگین است.

نرخ اتلاف انرژی $\frac{dE}{dL}$ ، در مقالات متعددی محاسبه شده است و فرمول بندی های مختلفی برای آن ارائه شده است. در اینجا ما از روش های اتلاف انرژی معرفی شده بر اساس رهیافت حلقه های نرم (STL) و سخت (HTL) بهره گرفته ایم. برای محاسبه اتلاف انرژی برخوردی از رهیافت سوم در مقاله [۸] استفاده نموده ایم و اتلاف انرژی تابشی نیز بر اساس فرمالیسم عملگر واکنش و از مقاله [۹] گرفته شده است.

معادله پلاستینو-پلاستینو که برای مطالعه تحولات مربوط به کوآرک-های سنگین در چارچوب مکانیک آماری نافزون فر به کار می رود، به شرح زیر می باشد:

بنابراین معادله فوکر-پلانک^۲ که ساده شده ی معادله بولتزمن می باشد [۴]، یک ابزار بسیار رایج در مطالعات مربوط به تحولات کوآرک-های سنگین می باشد. با این حال برای سیستم هایی که آنتروپی آنها جمع پذیر نباشد، معادله پلاستینو-پلاستینو^۳ که تعمیم یافته ی معادله فوکر-پلانک در فضای نافزون فر^۴ است، توصیف بهتری ارائه می دهد [۵]. یکی از نشانه های جمع ناپذیر بودن آنتروپی در پلاسمای کوآرک-گلوئون مشاهده heavy-tail در توزیع تکانه می باشد که توسط توابع توزیع توانی قابل توصیف است [۶]. مکانیک آماری نافزون، در سیستم هایی به کار می رود که دارای برهمکنش های بلند-برد، اثرات حافظه و ساختار شبه فرکتالی باشند. این ویژگی ها اغلب در پلاسمای کوآرک-گلوئون وجود دارند، زیرا در پلازما، کوآرک ها و گلوئون ها درون هادرون ها مقید نیستند و می توانند در فواصل طولانی تری با یکدیگر تعامل داشته باشند. به علاوه در چنین سیستمی به دلیل تعاملات پیچیده و فرآیندهای آبخاری پارتون ها، ساختارهای فرکتالی^۵ (الگوهای) که در مقیاس های مختلف خود-شبهانی نشان می دهند) پدیدار می شوند. بنابراین به نظر می رسد که مکانیک آماری نافزون فر چارچوب بهتری برای توصیف ویژگی های گرمایی پلازما باشد و همچنین معادله پلاستینو-پلاستینو که براساس آمار نافزون فر نوشته شده است، گزینه مناسب تری برای بررسی دینامیک کوآرک های سنگین است. در این مقاله قصد داریم تابع توزیع اولیه مربوط به کوآرک های سنگین را با هر دو معادله ی فوکر-پلانک و پلاستینو-پلاستینو تحول دهیم و خروجی آنها را با نتایج آزمایشگاهی LHC مقایسه کنیم. بدین ترتیب متوجه خواهیم شد که فضای پلاسمای کوآرک-گلوئون فزون فر است یا نافزون فر.

تئوری و روش پژوهش

بر طبق معادله فوکر-پلانک، که ساده شده ی معادله بولتزمن است، تحول زمانی توابع توزیع کوآرک های سنگین برابر است با:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p} (A(p) f) + \frac{\partial^2}{\partial p^2} (D(p)) f \quad (1)$$

⁴ Non-extensive

⁵ Fractal

² Fokker-Planck

³ Plastino-Plastino

$$R_{AA} = \frac{1}{N} \frac{f_f(P_T)^{Pb-Pb}}{f_i(P_T)^{P-P}} \quad (۶)$$

با بررسی نمودارهای مربوط به R_{AA} می‌توانیم در مورد تغییراتی که با جایگزینی معادله پلاستینو-پلاستینو با معادله فوکر-پلانک حاصل می‌شود و ماهیت فضای پلاسما تحقیق کنیم.

نمودارها و نتایج

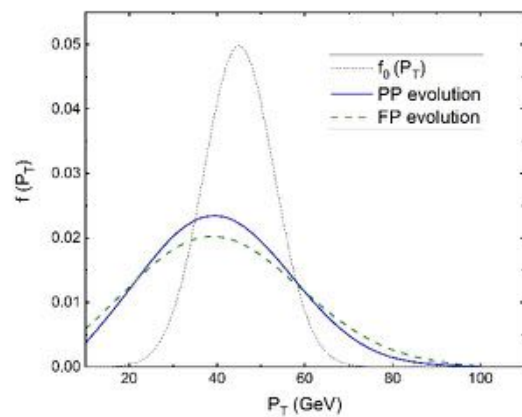
برای مقایسه معادله فوکر-پلانک و پلاستینو-پلاستینو از توابع توزیع اولیه‌ی مربوط به کوارک C در برخورد سرب-سرب در انرژی 5.02 TeV استفاده نموده‌ایم که این توابع از مراجع [۱۰، ۱۱] گرفته شده‌اند. در ادامه تابع توزیع اولیه کوارک C را یک بار با معادله فوکر-پلانک و بار دیگر با معادله پلاستینو-پلاستینو تحول داده‌ایم و سپس کمیت R_{AA} را محاسبه و روی داده‌های آزمایشگاهی BRAZS نموده‌ایم. در اینجا از داده‌های آزمایشگاهی ALICE در سال‌های ۲۰۲۱ و ۲۰۲۲ استفاده شده است [۱۲، ۱۳]. پس از برازش نمودارهای به دست آمده با داده‌های آزمایشگاهی، پارامتر $q=1.3$ به دست می‌آید. کمیت χ^2 مربوط به داده‌های ۲۰۲۱ برای معادله پلاستینو-پلاستینو ۰٫۶۴۷ و برای معادله فوکر-پلانک ۰٫۶۷۰ می‌باشد. برای داده‌های ۲۰۲۲ این پارامتر به ترتیب ۰٫۳۰۲ و ۰٫۳۰۷ می‌باشد. نمودار R_{AA} مربوط به این داده‌ها را می‌توان در شکل (۲) و (۳) مشاهده نمود.

همانطور که از شکل‌ها پیداست، نمودار مربوط به تحول با معادله پلاستینو-پلاستینو اتلاف انرژی در تکانه‌های بالا را بهتر توصیف می‌کند و به داده‌های آزمایشگاهی نزدیکتر است.

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p} (A(p) f) + \frac{\partial^2}{\partial p^2} (D(p)) f^{(2-q)} \quad (۵)$$

q در اینجا پارامتر مربوط به ویژگی نافزون فری است که در حالت $q=1$ معادله فوکر-پلانک به دست می‌آید.

برای درک تفاوت سیستم فزون فر و نافزون فر از شکل (۱) کمک می‌گیریم. در این شکل یک تابع توزیع گوسی رو توسط هر دو معادله‌ی فوکر-پلانک و پلاستینو-پلاستینو تحول داده‌ایم و تابع تحول یافته پس از مدت زمان مشخص را نمایش داده‌ایم. همانطور که از شکل مشخص است در سیستمی که توسط معادله پلاستینو-پلاستینو تحول یافته است، اتلاف انرژی در تکانه‌های بالا بیشتر اتفاق افتاده و سرعت تبدیل ذرات پر انرژی به ذرات کم انرژی، بیشتر است.



شکل ۱: تابع توزیع تحول یافته توسط دو معادله مختلف فوکر-پلانک و پلاستینو-پلاستینو.

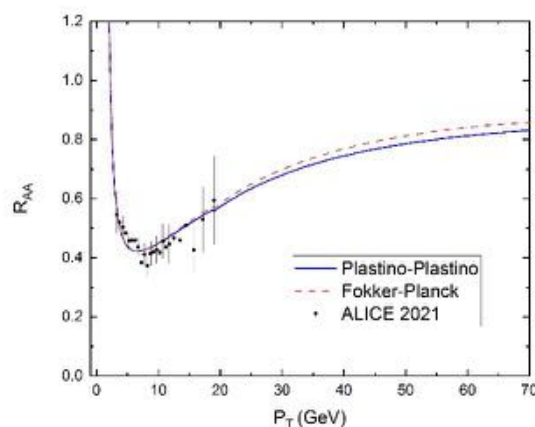
بنابراین برای تحقیق در مورد سیستم حاکم بر پلاسمای کوارک-گلوئون و فزون فر بودن یا نبودن آن، باید به بررسی مشاهده پذیر-های آزمایشگاهی پرداخت و نتایج تئوری حاصل از این دو معادله را با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه نمود. در اینجا، تابع توزیع اولیه مربوط به کوارک C را که بر اساس داده‌های آزمایشگاهی می‌باشد، از دو طریق معادله فوکر-پلانک و پلاستینو-پلاستینو تحول می‌دهیم. در حالی که سایر فاکتورها همچون ضرایب کشش و پخش در هر دو فرایند یکسان هستند. سپس فاکتور توقف سازی هسته‌ای را از طریق رابطه‌ی زیر به دست می‌آوریم:

نتیجه گیری

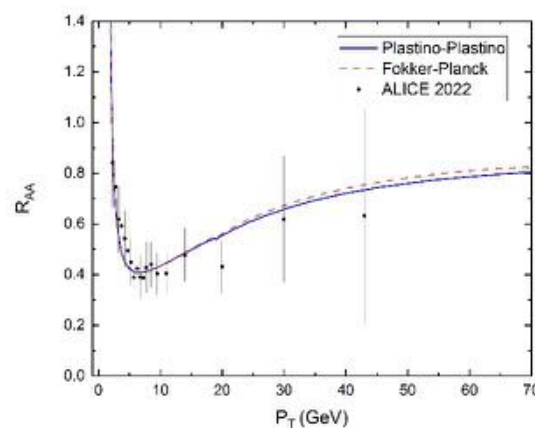
همانطور که گفتیم چنانچه پلاسمای کوآرک-گلوئون رفتار نافزون فری داشته باشد، باید آن را در فضای مکانیک آماری نافزون فر مطالعه کرد. معادله پلاستینو-پلاستینو که تعمیم یافته‌ی معادله فوکر-پلانک است، تحولات کوآرک‌های سنگین را در این فضا بررسی می‌کند. هنگامی که از این معادله استفاده می‌کنیم نتایج ما در تکانه-های بالا به داده‌های آزمایشگاهی نزدیک‌تر می‌شوند. در واقع استفاده از معادله پلاستینو-پلاستینو باعث می‌شود که آنچه با تقریب در معادله فوکر-پلانک حذف شده است به نوعی از طریق پارامتر q در معادله پلاستینو-پلاستینو به مساله بازگردد و نتایج در تکانه‌های بالا کمی اصلاح شوند.

مرجع ها

- [1] <https://doi.org/10.48550/arXiv.1304.1452>
- [2] H. Song, S. A. Bass, U. Heinz, T. Hirano and C. Shen, Phys.Rev.Lett. 106 (2011) 192301.
- [3] 'Quantum Brownian motion of a heavy quark pair in the quark-gluon plasma', arXiv: 1908.06293.
- [4] {Diffusion of charmed quarks in the quark-gluon plasma}, doi = "10.1103/PhysRevD.37.2484".
- [5] E. Megias, A. Deppman, R. Pasechnik, C. Tsallis. Phys.Lett.B 845 (2023) 138136.
- [6] G. Wilk and Z. Włodarczyk, "Some intriguing aspects of multiparticle production processes," International Journal of Modern Physics A, vol. 33, APR 10 2018.
- [7] A.K. Chaudhuri, V.P. Goncalves, and L. F. Mackedanz, Brazilian Journal of Physics 37, no 2B (2007).
- [8] "Collisional and Radiative Energy Loss in QED and QCD Plasmas". DOI:10.22128/ijaa.2020.426.1090
- [9] K. Saraswat, P. Shukla, V. Kumar, and V. Singh, "Energy loss of heavy quarks and B and D meson spectra in PbPb collisions at LHC energies", Nucl. Phys. A 961, 169-182 (2017).
- [10] Sheibani, J. and Javidan, K. and Mirjalili, "Impact of EMC effect on D meson modification factor in equilibrating QGP". Eur.Phys.J.Plus 137 (2022) 807.
- [11] Modarres, M. and Taghavi, R. and Nik, R. Aminzadeh and Valeshabadi, R. Kord.Phys.Rev.D 104 (2021) 5, 056005.
- [12] ALICE Collaboration, Phys.Lett.B 820 (2021) 136558, Report number: CERN-EP-2020-186.
- [13] ALICE Collaboration, JHEP 01 (2022) 174, Report number: CERN-EP-2021-213.



شکل ۲: نمودار R_{AA} حاصل از برازش نتایج تئوری با داده‌های آزمایشگاهی ALICE 2021 برای دو معادله مختلف فوکر-پلانک و پلاستینو-پلاستینو.



شکل ۳: نمودار R_{AA} حاصل از برازش نتایج تئوری با داده‌های آزمایشگاهی ALICE 2022 برای دو معادله مختلف فوکر-پلانک و پلاستینو-پلاستینو.

به نظر می‌رسد که در نظر گرفتن مکانیسم نافزون فری برای تحول تابع توزیع کوآرک c درست و منطقی است و باعث نزدیک‌تر شدن نتایج تئوری به داده‌های تجربی می‌شود. بنابراین استفاده از مکانیک آماری نافزون فر گزینه‌ی مناسب‌تری برای بررسی ویژگی‌های گرمایی پلاسمای کوآرک-گلوئون می‌باشد. با این وجود بررسی سایر مشاهده‌پذیرها همچون ضریب ناهمسانگردی بیضوی (v_2)، برای نتیجه‌گیری بهتر مفید خواهد بود که این امر با افزایش تعداد داده‌های آزمایشگاهی مربوط به v_2 در آینده قابل بررسی خواهد بود.