

اندازه گیری شعاع بار پروتون

منظری خواه، مریم^۱؛ تقوی شهری، فاطمه^۱؛ شعبی محسن آبادی، سمیرا^۱^۱گروه فیزیک، دانشگاه فردوسی، مشهد

چکیده

داده های تجربی فرم فاکتور الکترومغناطیس و دیراک بر حسب انرژی، Q^2 ، از چندین آزمایش مختلف مورد مطالعه قرار گرفت. در این مقاله، با برازش داده های تجربی با مدل های مختلف تئوری، شعاع بار پروتون و نوترون استخراج شده است. با کمک تحلیل انجام شده مقادیر پارامترهای موجود در این مدل ها بدست آمده است. نتایج استخراج شده برای شعاع بار نوکلئون سازگاری خوبی با محاسبات تئوری انجام شده نشان می دهد.

Measurement of proton charge radius

Maryam, Manzarikhah¹; Fatemeh Taghavi-Shahri¹; Samira, Shoeibi Mohsenabadi¹¹Department of Physics, Ferdowsi University, Mashhad

Abstract

Experimental data of the electromagnetic and Dirac form factors in terms of Q^2 , energy was studied from several different experiments. In this article, by fitting the experimental data with different theoretical models, the proton and neutron charge radii have been extracted. With the help of the analysis, the values of the parameters in these models have been obtained. The extracted results for the nucleon charge radius show a good agreement with the theoretical calculations.

چارچوب نظری آنالیز

مقدمه

در روش اول عامل شکل الکتریکی، $G_E(Q^2)$ ، به عنوان تبدیل فوریه توزیع بار پروتون تعریف می شود. در چارچوب بریت (BF)، که در آن پروتون به طور کلی متوقف است، مربع شعاع بار پروتون به صورت زیر تعریف می شود [3]:

$$\langle r_p^2 \rangle = -6 \frac{dG_E^p(Q^2)}{dQ^2} \Big|_{Q^2=0} \quad (1)$$

با این حال، این تعریف از تابع توزیع بار پروتون حاوی محتوای نسبیتی مناسبی نیست، یکی از راه های ترکیب اصلاحات نسبیتی، تعریف چگالی عرضی دو بعدی است:

$$\rho(b) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty Q F_1(Q^2) J_0(Qb) dQ \quad (2)$$

که در نتیجه منجر به شعاع عرضی توسط رابطه ی زیر می شود:

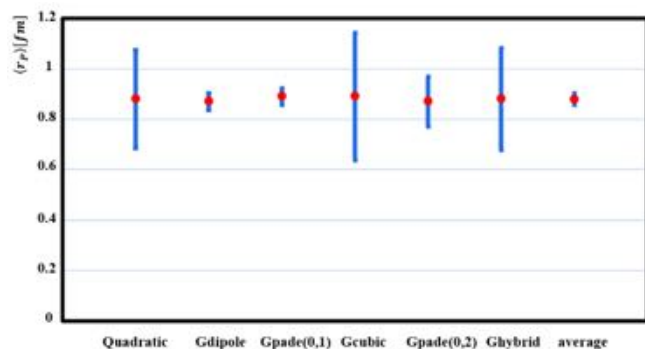
$$\langle r_E^2 \rangle = -\frac{4}{F_1(0)} \frac{dF_1(Q^2)}{dQ^2} \Big|_{Q^2=0} \quad (3)$$

در سال ۱۹۶۳، شعاع توزیع بار پروتون از پراکندگی کشسان الکترون - پروتون ۰/۸۰۵ فرمی محاسبه شد، که بعدها مشخص شد به دلیل خطای محاسباتی، مقدار واقعی آن ۰/۸۵۱ فرمی است [1].

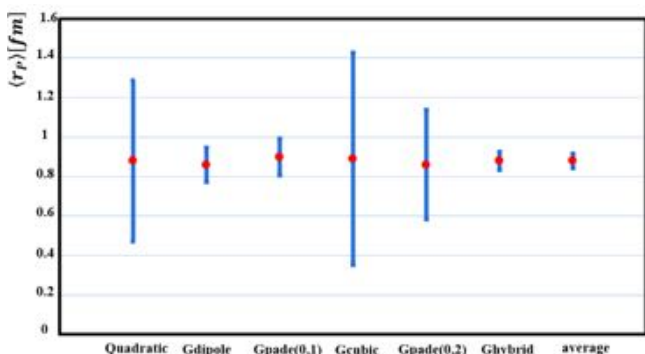
اخیرا، توزیع بار الکتریکی در نوکلئون ها و نقش کوارک ها در این توزیع به یکی از موضوعات مهم در فیزیک ذرات تبدیل شده است. داده های حاصل از پراکندگی الکترون - پروتون به استخراج عامل های شکل الکترومغناطیس، پائولی و دیراک کمک می کند و تصویری دقیق تر از توزیع بار الکتریکی و نقش کوارک ها به دست می دهد [2].

این مقاله با استفاده از داده های جدید و مدل های نظری مختلف، به محاسبه ی این پارامترها برای نوکلئون ها می پردازد و نتایج آن را با داده های تجربی دیگر مقایسه می کند.

مدل‌ها	Quadratic	Gdipole	Gpade(0,1)	Gcubic	Gpade(0,2)	Ghybrid
Simon						
شعاع	۰/۸۸	۰/۸۷	۰/۸۹	۰/۸۹	۰/۸۶	۰/۸۸
خطا	۰/۱۹۵	۰/۰۳۲	۰/۰۳۳	۰/۲۵۲	۰/۰۹۸	۰/۲۰۲
Borkowski						
شعاع	۰/۸۸	۰/۸۶	۰/۹۰	۰/۸۹	۰/۸۶	۰/۸۸
خطا	۰/۴۰۸	۰/۰۸۷	۰/۰۹۳	۰/۵۳۸	۰/۲۷۷	۰/۰۴۶
Murphy						
شعاع	۰/۶۹	-	-	۰/۶۸	-	-
خطا	۹/۵۰۲	۰/۱۱۲	۰/۱۱۹	۰/۴۷۴	۰/۶۱۰	۰/۱۴۶
Price						
شعاع	۰/۶۵	۰/۷۷	۱/۱۳	۰/۶۹	۰/۸۷	۰/۷۳
خطا	۰/۱۰۵	۰/۰۴۹	۰/۱۶۳	۰/۱۱۴	۰/۱۵۳	۰/۱۵۴
PRad						
شعاع	۰/۸۶	۰/۸۳	۰/۸۴	۰/۸۶	۰/۸۴	۰/۸۶
خطا	۰/۰۸۴	۰/۰۲۴	۰/۰۲۴	۰/۱۰۲	۰/۰۵۹	۰/۰۸۶



شکل ۱: مقادیر شعاع بار الکتریکی پروتون از برازش داده‌های گروه Simon با مدل‌های مختلف.



در نتیجه ترکیب معادله (۱) و (۳) منجر به رابطه‌ی زیر برای شعاع بار پروتون می‌شود [2]:

$$\langle r_E^{P^2} \rangle = \frac{3}{2} \left(\langle b^2 \rangle + \frac{k}{M^2} \right) \quad (4)$$

در اولین روش تعیین شعاع، داده‌های موجود از پنج اندازه‌گیری مختلف Simon, Borkowski, Murphy, Price و PRad در نظر گرفته شد [4-8].

از آنجایی که اکثر داده‌های موجود فقط در Q^2 کوچک و با دقت محدود اندازه‌گیری شدند، فقط مدل‌هایی را بررسی کردیم که به حداکثر سه پارامتر وابسته هستند [9]:

$$Quadratic = 1 + a_1 Q^2 + a_2 Q^4 + a_4 Q^8 \quad (5)$$

$$G_{dipole} = \frac{1}{(1+m_1 Q^2)^2} \quad (6)$$

$$G_{pade(0,1)} = \frac{1}{1+m_1 Q^2} \quad (7)$$

$$G_{cubic} = 1 + n_1 Q^2 + n_2 Q^4 + n_3 Q^6 \quad (8)$$

$$G_{pade(0,2)} = \frac{1}{1+m_1 Q^2 + m_2 Q^4} \quad (9)$$

$$G_{hybrid} = \frac{1+n_1 Q^2 + n_2 Q^4}{1+m_4 Q^8} \quad (10)$$

که در آن $a_1, a_2, a_4, m_1, m_2, m_4, n_1, n_2, n_3$ پارامترهای آزاد مدل‌ها را نشان می‌دهند.

انجام آنالیز و استخراج شعاع بار پروتون

در این مرحله با استفاده از نرم افزار ممتیکا داده‌های گروه Simon را با مدل (۵) برازش دادیم و در اولین گام سه پارامتر آزاد معادله (۵) برای محدوده‌ی $Q^2 \leq 1 \text{ GeV}^2$ محاسبه شدند، سپس با بهره‌گیری از معادله (۱) شعاع الکتریکی بار پروتون برای گروه Simon به دست آمد. به همین ترتیب محاسبات برای تمامی گروه‌ها، با استفاده از شش مدل مختلف، انجام گرفت.

جدول (۱) مقادیر شعاع الکتریکی پروتون استخراج شده از گروه‌های مختلف بر حسب فمتومتر

$$\langle b_{u(d)}^2 \rangle = \frac{-4}{F_1^{u(d)}(0)} \frac{dF_1^{u(d)}(Q^2)}{dQ^2} \Big|_{Q^2=0} \quad (13)$$

که در آن b نشان دهنده‌ی موقعیت کوارک در صفحه عرضی نسبت به تکانه طولی نوکلئون است. هنگامی که $b_{u(d)}^2$ از برازش داده‌های $F_1^{u(d)}$ با مدل‌های مختلف تعیین شدند، شعاع بار نوکلئون از طریق روابط زیر استخراج می‌شوند:

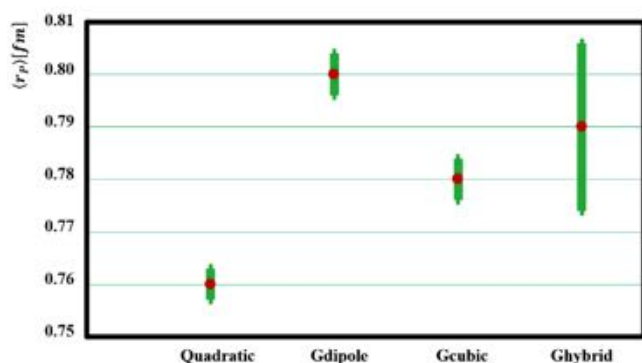
$$\langle r_p^2 \rangle = 2\langle b_u^2 \rangle - \frac{1}{2}\langle b_d^2 \rangle + \frac{3}{2} \frac{\kappa_N}{M_N^2} \quad (14)$$

$$\langle r_n^2 \rangle = \langle b_d^2 \rangle - \langle b_u^2 \rangle + \frac{3}{2} \frac{\kappa_N}{M_N^2} \quad (15)$$

که در آن κ_N و M_N به ترتیب گشتاور مغناطیسی غیر عادی و جرم نوکلئون هستند [11]. در این روش، ابتدا داده‌های $F_1^{u(d)}$ با مدل‌های ذکر شده برازش داده شدند و پس از تعیین مقدار پارامترهای موجود در این مدل‌ها، با استفاده از فرمول (۱۳) مقدار $b_{u(d)}^2$ محاسبه گردید، سپس با استفاده از فرمول (۱۴) و (۱۵) مقدار شعاع بار پروتون و مربع شعاع بار نوترون به دست آمدند.

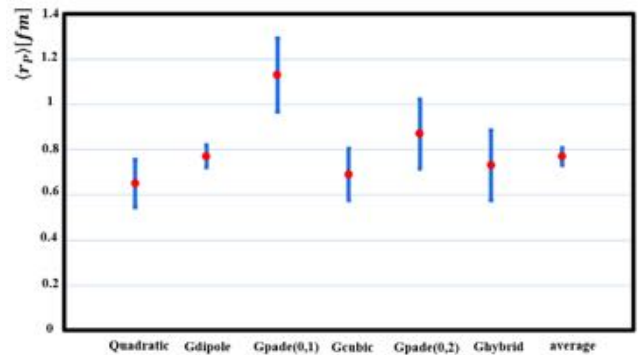
جدول (۲) مقادیر شعاع بار الکتریکی پروتون و مربع شعاع بار الکتریکی نوترون استخراج شده از گروه‌های مختلف بر حسب فمتومتر

مدل‌ها	Quadratic	Gdipole	Gpade(0,1)	Gcubic	Gpade(0,2)	Ghybrid
$\langle r_p \rangle$	۰/۷۶	۰/۸۰	۱/۰۵	۰/۷۸	۰/۳۵	۰/۷۹
خطا	۰/۰۰۳	۰/۰۰۴	۰/۰۱۳	۰/۰۰۴	۰/۰۰۹	۰/۰۱۶
$\langle r_n^2 \rangle$	-۰/۱۰	-۰/۰۴	-۰/۲۴	-۰/۱۰	-۰/۱۷	-۰/۰۸
خطا	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴	۰/۰۱۷	۰/۰۰۵	۰/۰۰۵	۰/۰۱۳

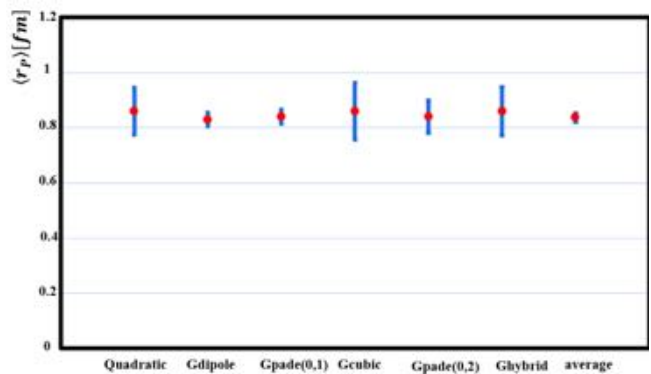


شکل ۵: نمودار شعاع بار الکتریکی پروتون از طریق برازش داده‌های عامل شکل دیراک با مدل‌های مختلف.

شکل ۲: مقادیر شعاع بار الکتریکی پروتون از برازش داده‌های گروه Borkowski با مدل‌های مختلف.



شکل ۳: مقادیر شعاع بار الکتریکی پروتون از برازش داده‌های گروه Price با مدل‌های مختلف.



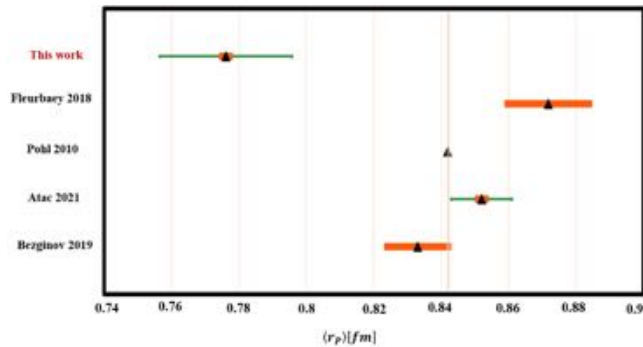
شکل ۴: مقادیر شعاع بار الکتریکی پروتون از برازش داده‌های گروه Prad با مدل‌های مختلف.

در دومین روش، داده‌های کنتان [10] مورد بررسی قرار گرفتند، سپس با بهره‌گیری از عامل‌های شکل دیراک نوکلئون، عامل‌های شکل دیراک برای کوارک‌های بالا و پایین با استفاده از روابط زیر محاسبه شد:

$$F_1^u = 2F_1^p + F_1^n \quad (11)$$

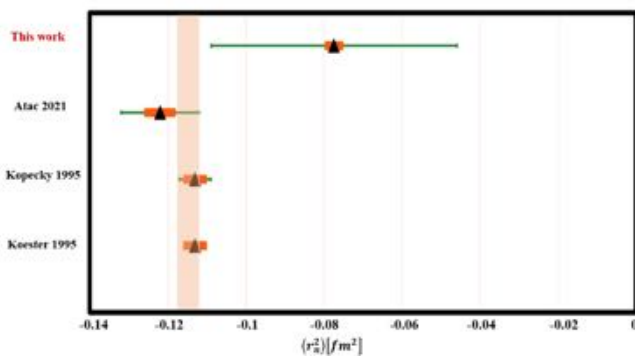
$$F_1^d = 2F_1^n + F_1^p \quad (12)$$

در این روابط، F_1^d و F_1^u به ترتیب نمایانگر سهم عامل‌های شکل دیراک برای کوارک‌های بالا و پایین هستند و در مقدار $Q^2 = 0$ به ترتیب مقدارهای 2 و $F_1^u(Q^2 = 0) = 1$ را به خود اختصاص می‌دهند. شیب عامل‌های شکل دیراک برای کوارک بالا و پایین در $Q^2 = 0$ به صورت زیر تعریف می‌شود:



شکل ۸: شعاع بار پروتون به دست آمده همراه با مقادیر حاصل از گروه های دیگر.

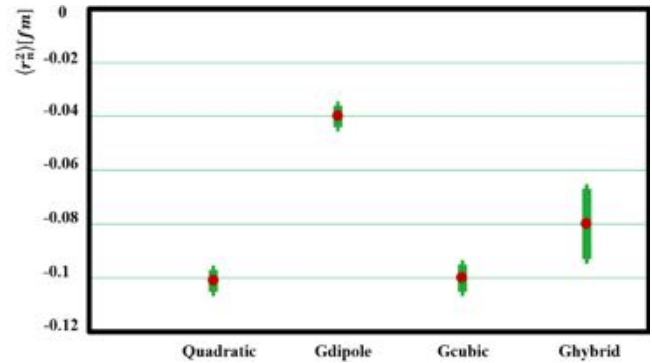
همچنین در راستای محاسبه شعاع بار پروتون، نتایج به دست آمده برای مربع شعاع بار نوترون، که از مدل های مختلف استخراج شدند در شکل ۹ آورده شده است. این نتایج تطابق خوبی با داده های تجربی موجود نشان می دهند.



شکل ۹: مربع شعاع بار نوترون به دست آمده همراه با مقادیر حاصل از گروه های دیگر.

مرجع ها

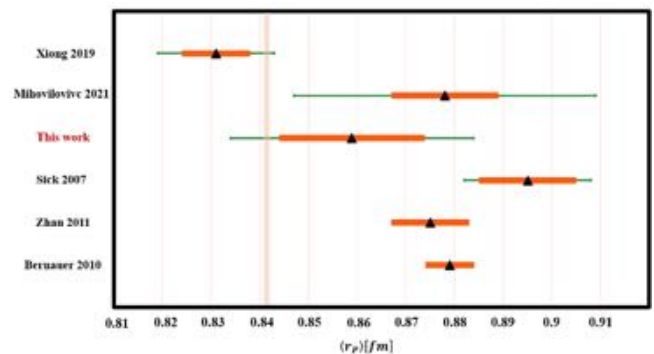
- [1] Mihovilović, Miha, et al. "Reinterpretation of classic proton charge form factor measurements." *Frontiers in Physics* 8 (2020): 36.
- [2] Xiong, Weizhi, and Chao Peng. "Proton electric charge radius from lepton scattering." *Universe* 9.4 (2023).
- [3] Sick, Ingo. "Proton charge radius from electron scattering." *Atoms* 6.1 (2017).
- [4] Simon, G. G., et al. "Absolute electron-proton cross sections at low momentum transfer measured with a high pressure gas target system." *Nuclear Physics A* 333.3 (1980).
- [5] Borkowski, F., et al. "Electromagnetic form factors of the proton at low four-momentum transfer." *Nuclear Physics A* 222.2 (1974).
- [6] JJ Murphy, I. I., Y. M. Shin, and D. M. Skopik. "Proton form factor from 0.15 to 0.79 fm⁻²." *Physical Review C* 9.6 (1974).
- [7] Price, L. E., et al. "Backward-angle electron-proton elastic scattering and proton electromagnetic form factors." *Physical Review D* 4.1 (1971): 45.
- [8] [H1 Collaboration], *Eur. Phys. J. C* 6, 587 (1999).
- [10] Mihovilović, Miha, et al. "Reinterpretation of classic proton charge form factor measurements." *Frontiers in Physics* 8 (2020).
- [11] Albloushi, M. A., I. A. Qattan, and S. Shoeibi. "New extraction of the nucleon charge radius based on its Dirac-flavor-dependent form factors." *Physical Review C* 109.6 (2024).
- [12] Atac, H., et al. "Charge radii of the nucleon from its flavor dependent Dirac form factors." *The European Physical Journal A* 57 (2021).



شکل ۶: نمودار مربع شعاع بار الکتریکی نوترون از طریق برازش داده های عامل شکل دیراک با مدل های مختلف.

نتیجه گیری

در این تحقیق، شعاع بار پروتون و نوترون با استفاده از فیت داده های تجربی و مدل های مختلف به دست آمده است. در روش اول، از داده های پنج گروه مختلف برای محاسبه شعاع بار پروتون استفاده شد. نتایج به دست آمده از چهار گروه نشان دهنده تطابق خوبی با مدل های فیت شده بود. با این حال نتایج گروه Murphy نشان دهنده انحراف های قابل توجهی از مدل ها بودند که به نظر می رسد علت این مسئله انتخاب نادرست مدل ها برای این گروه از داده ها باشد.



شکل ۷: شعاع بار پروتون به دست آمده همراه با مقادیر حاصل از گروه های دیگر.

در روش دوم، پراکندگی نتایج برای دو مدل $G_{pade(0,1)}$ و $G_{pade(0,2)}$ نشان دهنده عدم تطابق کامل آن ها با داده هاست، بنابراین تنها مدل های دیگر قادر به تولید نتایج قابل قبول بودند.