ارائه روش نوين حل دقيق در تحليل استاتيكي صفحات مركب هوشمند با شرايط مرزي مختلف

دكتر منصور درويزه[1]، مهندس رضا ثابتي[2]، دكتر مسعود طهاني[3]، مهندس رضا انصاري[4]
دانشكده فني دانشگاه گيلان
First Author E-mail: Darvizeh@guilan.ac.ir

چكيده

در اين طرح پژوهشي يك متد تحليلي جديد جهت آناليز استاتيكي صفحات مركب هوشمند در شرايط مرزي مختلف ارائه شده است. نتايج اين تحليل مي‌تواند يك مرجع مناسب جهت صحه‌گذاري نتايج ساير محققين باشد. سازه هوشمند بكار رفته در اين طرح اين ماده پايه گرافيت اپوكسي با دو لايه پيزوالكتريك بعنوان محرك، تشكيل شده است. فرمولاسيون مكانيكي اين تحليل بر پايه تئوري تغيير شكل برشي مرتبه اول (FSDT) بنا شده است. ميدان الكتريكي نيز ثابت فرض گرديده است.

در اين روش نوين از سريهاي دوگانه فوريه و تبديلات استوكس سود جسته شده است، همچنين معادلات الكترومكانيكي دوبعدي و معادلات پايه‌اي پيزوالكتريك، استخراج در قالب روش نوين حاضر ارائه شده است.

روش نوين حاضر ساده‌تر از ساير روشهاي مرتبط مي‌باشد. مزيت اصلي آن سادگي محاسبه تنش‌ها، نيروها و ممان-هاي در شرايط مرزي مختلف مي‌باشد.

نتايج حاصل شده با نرم‌افزار اجزاء محدود Ansys 8.0 و ساير مراجع معتبر، صحه‌گذاري شده كه نتايج قابل قبولي حاصل شده است.

واژه‌هاي كليدي: محرك، پيزوالكتريك، كامپوزيت هوشمند، ورق‌هاي چندلايه، تبديل استوكس، سري فوريه دوگانه، تئوري تغيير شكل برشي مرتبه اول

مقدمه

سازه‌هاي هوشمند بطور وسيعي در دهـه‌هـاي اخيـر مـورد مطالعه قرار گرفته‌اند. پيزوالكتريك‌هـا بـه عنـوان محـرك و حسگر در سازه‌هاي هوشمند به فرم لايـه يـا پـچ، اسـتفاده مي‌شوند. بواسطه ويژگي عمده پيزوالكتريـك‌هـا در داشـتن اثـر مـستقيم و معكـوس، ورق‌هـاي مركـب حـاوي مـواد پيزوالكتريك قابليت تطبيق با شرايط محيطي را پيدا مـي-كنند و به عبارت ديگر هوشمند مي‌شوند. اين مورد كـاربرد زيادي در صنايع پيشرفته همچون صـنايع هوافـضا، صـنايع نظامي، صنايع اتمي، صنايع اتومبيل و... پيدا نمـوده اسـت.

۱- استاد
۲ - كارشناس ارشد
۳- استاديار
٤ - دانشجوي دكترا

قابليت مذكور در كنترل ارتعاشات، كنترل كمانش، كنترل شكل، كنترل نويز و ضربه استفاده مي‌شود.
اگرچه مدل‌ها و تئوري‌هاي متنوعي در خصوص رفتار كامپوزيت‌هاي لمينتي وجود دارد، توسعه اين مدل‌ها براي پيزوكامپوزيت‌ها محققين را با دشواري مواجه مي‌كند. با ساده‌سازيهاي مختلف چندين مدل تقريب ارائه شده است.
بسياري از اين مدل‌ها در واقع تركيبي از مدل‌هاي موجود در خصوص كامپوزيت‌ها و روابط پايه‌اي كوپله الكترومكانيكي مي‌باشد. دقت اين مدل‌ها بطور عمده به روابط پايه‌اي كامپوزيت‌ها و بالاخص چگونگي فرض ميدان جابجايي و الكتريكي، بستگي دارد.
لي (Lee) [۱]، كرالي و لازاروس (Crawley and Lazarus) [۲] و ونگ و راجرز (Wang and Rogers) [۳]، مدلهاي خود را بر تئوري كلاسيك ورق‌ها (CLPT) پايه‌گذاري كردند. هيونگ و وو (Huang and wu) [۴] و همچنين كاپوريا (Kapuria) [۵] از تئوري برشي مرتبه اول (FSDT) استفاده نمودند.
ميشل و ردي (Mitchell and Reddy) [۶] و كاپوريا (Kapuria) [۷] مدل‌هاي خود را با تئوريهاي مرتبه بالاتر (TSDT)، توسعه دادند.
رابينز و ردي (Robbin and Reddy) [۸] همچنين ساراوانس و هليگر (Saravanos and Heliger) [۹] از روش Layer-wise استفاده نموده‌اند تا به دقت بيشتر نزديك شوند. اما دقت و كارآيي تئوريهاي اخير مادامي كه حل دقيق سه بعدي ارائه گرديد [۱۳-۱۰].
تئوري جديد حاضر در واقع توسعه روش نوين حل دقيق ورق‌هاي چندلايه كامپوزيتي با شرايط مرزي مختلف است كه توسط آقاي خليلي و ملك‌زاده [۱۴] ارائه شده است. روش نوين مذكور در اين طرح پژوهش براي ورق‌هاي مركب چندلايه كه با لايه‌هاي پيزوالكتريك ،هوشمند گرديده‌اند، توسعه يافته است.
اين طرح تحقيقاتي عملاً يك روش تحليلي دقيق جهت آناليز استاتيكي ورق‌هاي چندلايه هوشمندبا شرايط مرزي مختلف، ارائه مي‌دهد كه به نوبه خود مي‌تواند يك معيار مناسب جهت صحه‌گذاري ساير پژوهش‌هاي مرتبط قرار گيرد.
در اين پژوهش با اين فرض كه جابجايي در راستاي Z و توابع شيب در راستاي X و Y، بصورت سري‌هاي دوگانه فوريه معرفي شده، يك روش تحليلي جديد ارائه شده است. از تبديلات استوكس [۱۵] جهت محاسبه مشتق‌هاي مختلف توابع مذكور استفاده گرديده است.
تنش‌ها، نيروها و ممان‌ها نيز در شرايط مرزي مختلف برحسب همان سري‌هاي دوگانه فوريه حاصل شده است.
نتايج براي خيز، تنش، نيروهاي داخلي ورق و ممان‌ها در لبه‌هاي گيردار در شرايط مرزي مختلف، به شكل نمودار گرفته شده است كه با نرم‌افزار اجزاء محدودد Ansys 8 و ساير مراجع صحه‌گذاري شده است.

معادلات پايه

معادلات پايه‌اي مرتبط به كامپوزيت‌ها از خليلي و ملك‌زاده [۱۴] و معادلات پايه‌اي مربوط به پيزوالكتريك‌ها از ردي (Reddy JN) [۱۶]، استفاده شده است.
در اين تحليل از فرض ورق‌هاي نازك استفاده شده و ميدان الكتريكي در جهت ضخامت ثابت فرض شده است.
معادلات پايه‌اي حاكم بر ورق مركب هوشمند برحسب تابع جابجايي $W(x,y,t)$، توابع شيب $\psi_x(x,y,t)$ و $\psi_y(x,y,t)$، ترمهاي پيزوالكتريك، ماتريس‌هاي سختي و ممان‌هاي اينرسي به صورت ذيل بيان مي‌شود:

$$KA_{44}(W_{,yy}+\psi_{y,y})+KA_{5}(W_{,xx}+\psi_{x,x})+P_z=I_{\circ}W_{,tt}$$

$$D_{11}\psi_{x,xx}+(D_{12}+D_{66})\psi_{y,xy}+D_{66}\psi_{x,yy}$$
$$KA_{55}(W_{,x}+\psi_{x})=I_2\psi_{x,tt}+M^{p}_{x,x}+M^{p}_{xy,y}$$

$$D_{66}\psi_{y,xx}+(D_{12}+D_{66})\psi_{x,xy}+D_{22}\psi_{y,yy}-KA_{44}$$
$$(W_{,y}+\psi_{y})=I_2\psi_{y,tt}+M^{p}_{xy}+M^{p}_{y,y}$$

(۱)

درمعادلات (۱)، ورق بصورت لمينيت متقارن فرض شده است و لذا $B_{ij}=0$ مي‌باشد. ساير ماتريس‌هاي سخت ورق از روابط معروف ذيل حاصل مي‌شود:

$$\left[A_{ij},D_{ij}\right]=\sum_{k=1}^{n}\int_{h_{k-1}}^{h_k}\overline{Q}_{ij}\left[1,z^2\right]dz$$

(۲)

در حالي كه $\overline{Q}_{ij}$ سختي كاهش يافته لايه kام، h_k و h_{k-1} فاصله سطح مياني ورق از سطح داخلي و خارجي لايه kام مي‌باشد. در رابطه (۱) ممان‌هاي اينرسي به شكل زير محاسبه مي‌شود:

$$\begin{Bmatrix} I_\circ \\ I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix} = \int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ z^2 \end{Bmatrix} \rho_\circ dz$$

(۳)

در حالي كه $\rho_\circ$ جرم حجمي لمينيت مي‌باشد.
همچنين در رابطه (۱)، K ضريب تصحيح برشي فرض شده توسط مايدلين (Mindlin) [۱۷] است كه معادل $\frac{\pi^2}{12}$ درنظر گرفته مي‌شود. α_m و β_n دو ضريب است كه بصورت ذيل محاسبه مي‌شود:

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{a} \quad ; \quad \beta_n = \frac{n\pi}{b}$$

(۴)

a و b طول و عرض ورق مي‌باشد.
P_z نيز بار عرضي وارد برصفحه مي‌باشد.
در رابطه (۱)، M_x^p, M_{xy}^p و M_y^p، ممان‌هاي منتجه الكتريكي هستند كه توسط ردي (Reddy JN) [۱۶]، بصورت ذيل تعريف مي‌شوند:

$$\{M^p\} = \sum_{k=1}^{Na} \int_{Z_k}^{Z_{k+1}} \{\overline{e}\}^{(k)} \,\mathcal{E}_z^{(k)} Z dZ$$

(۵)

در رابطه فوق $\{\overline{e}\}$ ماتريس مدول كاهش يافته پيزوالكتريك، $\mathcal{E}_z$ ميدان الكتريكي در جهت z و N_a تعداد لايه‌هاي پيزوالكتريك مي‌باشد.
جهت تحليل استاتيكي ورق مركب (كامپوزيت) هوشمند، تابع جابجايي در راستاي z، توابع شيب در راستاي x و y و ممان منتجه الكتريكي را به صورت ذيل فرض مي‌كنيم:

$$W(x,y,t) = \left\{\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} w_{mn} \sin(\alpha_m x).\sin(\beta_n y)\right\} \sin(\omega t)$$

$$\psi_x(x,y,t) = \left\{\sum_{n=1}^{\infty} A_{on} \sin(\beta_n y) + \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cos(\alpha_m x).\sin(\beta_n y)\right\} \sin(\omega t)$$

$$\psi_y(x,y,t) = \left\{\sum_{n=1}^{\infty} B_{on} \sin(\beta_n x) + \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} B_{mn} \sin(\alpha_m x).\sin(\beta_n y)\right\} \sin(\omega t)$$

$$\{M^p\} = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \{M_{mn}^p\} \sin(\alpha_m x).\sin(\beta_n y)$$

(۶)

در حالي كه $W_{mn}, A_{mn}, B_{mn}, A_{0n}, B_{0n}$ ضرايب مجهول فوريه براي W، ψ_x, ψ_y مي‌باشند. ضرايب A_{0n} و B_{0n} براي برخي شرايط مرزي مثل تكيه‌گاههاي ساده برابر صفر مي‌باشد. ضرايب فوريه $\{M_{mn}^p\}$ معلوم مي‌باشد. از رابطه (۵) داريم:

$$\{M^p\} = \begin{Bmatrix} M_x^p \\ M_y^p \\ M_{xy}^p \end{Bmatrix} = \frac{1}{6}\sum_{k=1}^{Na}\sum_{j=1,2,6} \overline{Q}_{ij}^{(k)} \overline{d}_{3j}^{(k)} [\mathcal{E}_1^k (h_k + 3z_k) + \mathcal{E}_2^k (2h_k + 3z_k)] h_k$$

(۷)

در حالي كه $\mathcal{E}_1^k$ و $\mathcal{E}_2^k$ ميدان الكتريكي سطح بالايي و پاييني kامين لايه پيزوالكتريك مي‌باشد. همچنين $\overline{d}_{ij}$ ماتريس ثابت كاهش يافته پيزوالكتريك مي‌باشد.
رابطه بين ماتريس مدول و ماتريس ثابت پيزوالكتريك، بصورت ذيل تعريف مي‌شود:

$$\overline{e}_{ij} = \overline{d}_{ij} \times \overline{Q}_{ij}$$

(۸)

پس از محاسبه $\{M^p\}$ از رابطه (۷)، مي‌توانيم ضرايب فوريه $\{M_{mn}^p\}$ را از رابطه زير محاسبه كنيم:

$$\{M^{p}_{mn}\} = \frac{4}{ab}\int_0^b\int_0^a \{M^{p}\}\sin(\alpha_m x).\sin(\beta_n y)\,dxdy$$
(۹)

با فرض انجام شده ميدان الكتريكي در اين تحليل، $\{M^p\}$ نيز مقادير ثابتي خواهد بود و لذا ضرايب فوريه $\{M^p_{mn}\}$ به شكل زير محاسبه خواهد شد:

$$\{M^{p}_{mn}\} = \left[4\{M^{p}\}/mn\pi^2\right]\left[1-\cos(m\pi)(1-\cos(n\pi))\right]$$
(۱۰)

تصحيح روش ناوير و ارائه توابع جديد

در اين روش توابع اوليه دلخواه جهت ورق براي خيز ورق و چرخش‌هاي زاويه‌اي (توابع شيب) بصورت آنچه در رابطه (۶) آمده است، درنظر گرفته مي‌شود.

توابع مرزي روي لبه‌ها را مي‌توان به سري‌هاي فوريه نمايش داد (از جمله $W, \psi_x, \psi_y, \psi_{x,x}, \psi_{y,y}$ و...).

دسته ضرايبي مثل $W^{x0}_n, W^{xa}_n, \psi^{x0}_{xn}, \psi^{xa}_{y,ym}$ و... ضرايب سري‌هاي فوريه تعريف شده روي لبه‌هاي ورق مي‌باشند كه شرح كامل آنها در مرجع [۱۸] آمده است.

توابع مرزي براي شرط مرزي تكيه‌گاه ساده صفر مي‌باشد اما با تغيير شرايط مرزي اين توابع مقادير غيرصفر را خواهند داشت. از تبديلات استوكس [۱۵] جهت محاسبه توابع مرزي غيرصفر استفاده مي‌شود.

بعنوان مثال توابع خيز روي لبه‌هاي $x = 0$ و $y = b$ به صورت زير تعريف شده‌اند:

$$W(0,y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} (W^{x0}_n)\sin(\beta_n y)\sin(\omega t)$$

$$W(a,y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{\pi}{2})(W^{xa}_n)\sin(\beta_n y)\sin(\omega t)$$
(۱۱)

در حاليكه W^{x0}_n و W^{xa}_n ضرايب سري توابع مرزي مي‌باشند. حال به كمك تبديلات استوكس مشتق $W_{,x}(x,y,t)$ را محاسبه مي‌كنيم:

$$W_{,x}(x,y,t) = \Bigg[\frac{W(a,y,t)-W(0,y,t)}{a} + \sum_{k-1}^{\infty}(\frac{2}{a}\times[W(a,y,t)(-1)^n + W(0,y,t)]\cos(\alpha_m x)) + \sum_{m-1}^{\infty}\sum_{n-1}^{\infty}\alpha_m W_{mn}\sin(\beta_n y).\cos(\alpha_m x)\Bigg]\sin(\omega t)$$
(۱۲)

پروسه مشتق‌گيري‌هاي مورد نياز رابطه (۱) به همين ترتيب قابل انجام است.

درحالت كلي هنگامي كه مقادير مرزي خيز W و چرخش ψ_y و ψ_x و انحناء $\psi_{x,x}$ و $\psi_{y,y}$ غيرصفر باشد، 20 ست ضرايب فوريه توابع مرزي وجود خواهد داشت:

سري مجهولات مرزي تغيير مكاني:

$$W^{x0}_n, W^{xa}_n, W^{y0}_m, W^{yb}_m \;;\; n,m = 1,2,3,\dots,\infty$$

سري مجهولات مرزي دوراني:

$$\psi^{x0}_{xn}, \psi^{xa}_{xn}, \psi^{y0}_{xn}, \psi^{x0}_{xn}, \psi^{xa}_{ym}, \psi^{y0}_{ym}, \psi^{yb}_{ym};$$
$$n,m = 1,2,3,\dots,\infty$$

سري مجهولات مرزي انحنائي:

$$\psi^{x0}_{x,xn}, \psi^{xa}_{x,xn}, \psi^{y0}_{x,xn}, \psi^{yb}_{x,xn}, \psi^{xa}_{y,ym}, \psi^{x0}_{y,ym}, \psi^{y0}_{y,ym}, \psi^{yb}_{y,ym};$$
$$n,m = 1,2,3,\dots,\infty$$

هنگامي كه مشتقات برحسب مقادير فوق حاصل شد در رابطه (۱) جايگذاري خواهد شد. پس ضرايب اصلي فوريه $W_{mn}, A_{mn}, A_{0n}, B_{mn}, B_{0n}$ برحسب اين مقادير محاسبه خواهد شد. مقادير مرزي مجهول به كمك معادلات مرزي محاسبه مي‌شود و نهايتاً ضرايب اصلي فوريه بدست مي‌آيد.

با محاسبه شدن ضرايب اصلي فوريه، W, ψ_x, ψ_y محاسبه خواهد شد. بديهي است با وجود اين مقادير، ساير پارامترها همچون خيز، تنش‌ها، نيروها و ممان‌ها بدست خواهد آمد. به عنوان يك نمونه روابط ورق با شرط مرزي تمام گيردار (CCCC) ارائه مي‌گردد.

ورق تمام گيردار (CCCC)

براي حالت ورق تمام‌گيردار، شرايط مرزي به صورت زير بيان مي‌شود:

$$B.C\left|\begin{array}{l} W=0 \qquad x=0,\ a \ ;\ \ y=0,b \\ \psi_y(x,0)=\psi_y(x,b)=0 \\ \psi_x(0,y)=\psi_x(a,y)=0 \end{array}\right.$$

(۱۳)

براي محاسبه مشتقات موردنياز، از تبديلات استوكس استفاده مي‌شود كه چهار ضريب فوريه مرزي $\psi_{ym}^{yb},\psi_{yn}^{y0},\psi_{xn}^{xa},\psi_{xn}^{x0}$ ايجاد خواهد شد. ساير مقادير مرزي نيز با توجه به شرط مرزي صفر خواهد بود:

$$\left|\begin{array}{l} W_n^{xa}=W_n^{x0}=W_m^{y0}=W_m^{yb}=0 \\ \psi_{xn}^{x0}=\psi_{xn}^{xa}=\psi_{ym}^{y0}=\psi_{ym}^{yb}=0 \end{array}\right.$$

(۱۴)

براي ارضاي شيب صفر در لبه‌ها، معادلات (۱۳) را به كمك روابط (۶) مي‌توان به صورت زير نوشت:

$$\left|\begin{array}{l} A_{0n}+\sum_{m=1}^{\infty}A_{mn}=0 \\ A_{0n}+\sum_{m=1}^{\infty}A_{mn}(-1)^m=0 \\ B_{0m}+\sum_{n=1}^{\infty}B_{mn}=0 \\ B_{0m}+\sum_{n=1}^{\infty}B_{mn}(-1)^n=0 \end{array}\right.$$

(۱۵)

معادلات فوق به معادلات شرايط مرزي موسوم است كه به كمك آنها مقادير مرزي مجهول محاسبه مي‌شود.
با تكنيك عقب‌گرد زدن ضرايب اصلي فوريه و سپس ψ_y,ψ_x,W محاسبه خواهد شد.
در نهايت تنش و كرنش به كمك روابط ذيل محاسبه خواهد شد:

$$\varepsilon_x = z\psi_{x,x}$$

$$\varepsilon_y = z\psi_{y,y}$$

$$\gamma_{xy}=z(\psi_{x,y}+\psi_{y,x})$$

$$\begin{pmatrix}\sigma_x\\ \sigma_y\\ \tau_{xy}\end{pmatrix}=\left[\overline{Q}\right]\begin{pmatrix}\varepsilon_x\\ \varepsilon_y\\ \varepsilon_{xy}\end{pmatrix}$$

(۱۶)

نتايج

در اينجا يك ورق مركب هوشمند تحت فشار يكنواخت ۱۰۰۰pa و اختلاف پتانسيل ۱۰۰v مورد مطالعه قرار گرفته است. ويژگيهاي كلي ورق در جدول (۱) آمده است. لازم به ذكر است ورق كامپوزيتي از جنس گرافيت اپوكسي است كه خواص آن در جدول (۲-۶) آمده است. اين ورق به كمك لايه تحتاني و فوقاني پيزوالكتريك كه خواص آن در جدول (۳-۶) آمده است، هوشمند گرديده است.

جدول (۱) ويژگيهاي كلي ورق مورد مطالعه

تعداد لايه‌هاي كامپوزيت	10
تعداد لايه‌هاي پيزوالكتريك	2 (تحتاني و فوقاني)
زواياي الياف	$[0/090/0/90/9]_{s*}$
ابعاد ورق	$(0.2\times0.2)m$
ضخامت لايه‌هاي كامپوزيت	$h=0.0009m$
ضخامت لايه‌هاي پيزوالكتريك	$h_p=0.00009m$

جدول (۲) خواص گرافيت اپوكسي

$E_{11}=1.2e11$ (N/m^2)	$G12=5.5e9$ (N/m^2)
$E_{22}=7.9e9$ (N/m^2)	$G13=5.5e9$ (N/m^2)
$E_{33}=7.9e9$ (N/m^2)	$G23=5.5e9$ (N/m^2)
$\upsilon12=0.33$	
$\upsilon13=0$	
$\upsilon23=0.33$	

جدول (۳) خواص **PZT**

خواص الكتريكي	خواص مكانيكي
$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -4.1 \\ 0 & 0 & -4.1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10.5 & 0 \\ 10.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (cm^{-2})$ $\in = \begin{bmatrix} 460 & 0 & 0 \\ 0 & 460 & 0 \\ 0 & 0 & 235 \end{bmatrix} \in_{\circ}$ $\in_{\circ} = 8.85 \times 10^{-12} \quad ({}^{c}/_{Nm^2})$	$E_{11} = 2e9\ {}^{N}/_{m^2}$ $E_{22} = 2e9\ {}^{N}/_{m^2}$ $E_{33} = 2e9\ {}^{N}/_{m^2}$ $G_{12} = 2e8\ {}^{N}/_{m^2}$ $G_{13} = 2e8\ {}^{N}/_{m^2}$ $G_{23} = 2e8\ {}^{N}/_{m^2}$ $\upsilon 12 = 0.25$ $\upsilon 13 = 0$ $\upsilon 23 = 0.25$

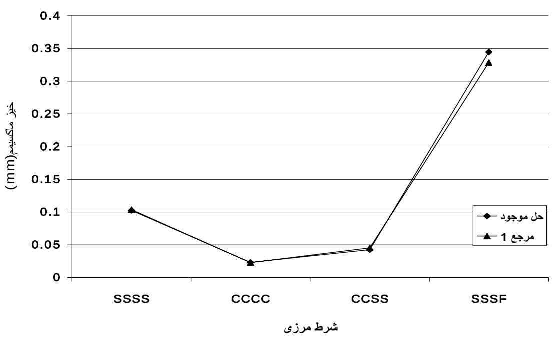
جهت صحه‌گذاري نتايج حاصله و تأييد عملكرد روش نوين حاضر، مسأله فوق در ANSYS 8.0 مدل شده و خيز ماكسيم ورق در آن محاسبه شده است. نتايج صفحه بدون صفحات پيزوالكتريك نيز با نتايج مرجع [۱۴] مقايسه و صحه‌گذاري شده است.

كليه گراف‌هاي مربوط به خيز، تنش، نيروهاي برسي و ممان‌ها در شرايط مرزي مختلف از كد نوشته شده همين روش گرفته شده است كه شرح كامل آنها در مرجع [۱۸] آمده است.

جدول (۴) صحه‌گذاري نتايج استاتيكي بدون صفحات پيزو

شرط مرزي	حل حاضر	مرجع [۱۴]	خطاى ماكسيمم
SSSS	0.10245	0.10356	1.08 %
CCCC	0.022874	0.02374	3.78 %
CCSS	0.04247	0.04507	6.12 %
SSSF	0.34446	0.32830	4.92 %

نمودار مربوط به نتايج فوق را در نمودار ۱ مشاهده مى كنيد:



نمودار (۱) صحه‌گذاري نتايج استاتيكي بدون صفحات پيزو

جدول (۵) مقايسه نتايج با نرم‌افزار **Ansys 8.0** در حالت تكيه‌گاه ساده

پارامتر خير ماكسيم (mm)	مقدار
ANSYS 8.0	0.2219×10^{-3}
كد نوشته شده Smart plate	0.2165×10^{-3}
خطاي ماكسيمم	٢,٥ %

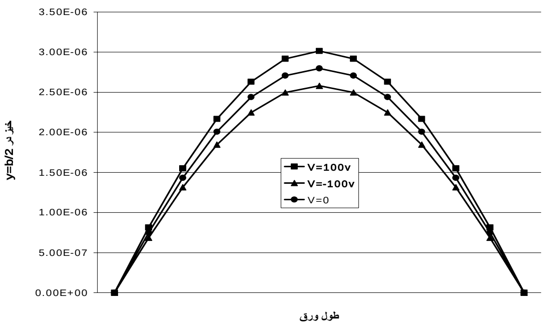
جدول (۶) مقايسه نتايج با نرم‌افزار **Ansys 8.0** در حالت تمام‌گيردار

پارامتر خير ماكسيم (mm)	مقدار
ANSYS 8.0	0.7117×10^{-3}
كد نوشته شده Smart plate	0.6804×10^{-3}
درصد خطا	٤,٦ %

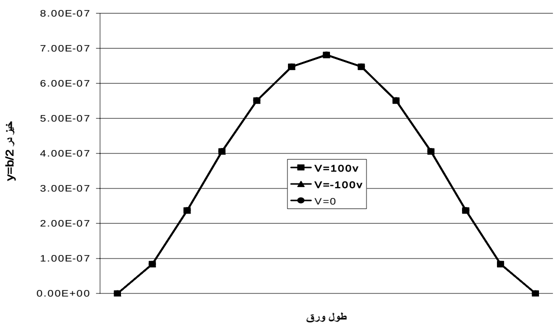
لازم به توضيح است كه صحه‌گذاري خيز، عملاً W و بالطبع ψ_y, ψ_x را صحه‌گذاري مي كند. از آنجا كه تنش و كرنش نيز تابعي از پارامترهاي مذكور است، لذا مي‌توان گفت صحه‌گذاري خيز، عملاً ما را از صحت آناليز استاتيكي و پارامترهاي آن مطمئن مي‌سازد.

در اين تحليل بررسي تأثير ولتاژ اعمالي بر صفحات پيزوالكتريك بر روي خيز ورق نيز بررسي شده است كه مي‌توان در چهار نمودار زير مشاهده نمود:

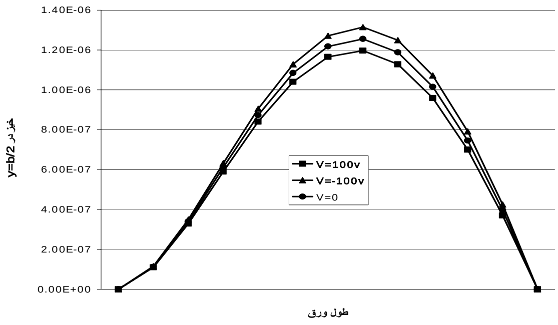
نمودار (۲) بررسي تأثير ولتاژ اعمالي بر صفحات پيزو در تحليل استاتيكي با شرط مرزي تكيه‌گاههاي ساده



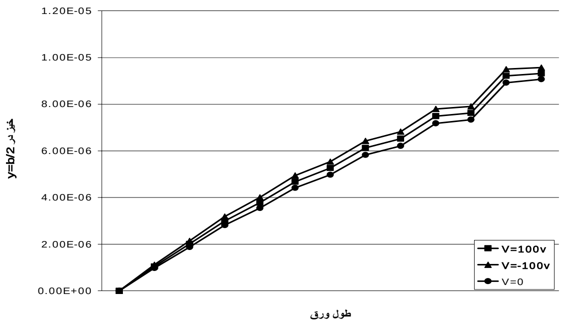
نمودار (۳) بررسي تأثير ولتاژ اعمالي بر صفحات پيزو در تحليل استاتيكي با شرط مرزي تمام گيردار



نمودار (۴) بررسي تأثير ولتاژ اعمالي بر صفحات پيزو در تحليل استاتيكي با شرط مرزي دو طرف مجاورگير و دو طرف ديگر تكيه‌گاه ساده



نمودار (۵) بررسي تأثير ولتاژ اعمالي بر صفحات پيزو در تحليل استاتيكي با شرط مرزي سه طرف تكيه‌گاه ساده يك طرف آزاد



بحث و نتیجه‌گيري

با توجه به نتايج حاصله در فصل قبل و صحه‌گذاري‌هاي اخير، ملاحظه گرديد كه روش حل دقيق به كمك تبديل استوكس بسيار جامع و قدرتمند بوده و به كمك اين روش مي‌توان صفحات مركب هوشمند را با شرايط مرزي مختلف، حل استاتيكي و ديناميكي (ارتعاشات آزاد) نمود.

اين روش قدرت حل كليه شرايط مرزي را داراست. در اين طرح پژوهشي چهار شرط مرزي SSSS، CCCC، CCSS و SSSF به لحاظ كليت و جامعيت انتخاب شده‌اند. ساير شرايط مرزي همچون CSCS، CCCS و... نيز قابل بررسي و تحليل مي‌باشند.

براي ارضاء شرايط مرزي حاكم بر يك مسأله (ورق چهارگوش)، هرچه تعداد جملات بيشتري از سري‌هاي فوريه تعريف شده روي لبه‌هاي مرزي، انتخاب گردد. دقت حل مسأله بالاتر مي‌رود.

سرعت همگرايي در اين روش نسبت به روش ناوير كمتر است و حتي گاهي تا ٤٠ جمله بايد درنظر گرفت تا دقت مطلوب بدست آيد، در حالي كه در حل ناوير حتي با سه جمله به دقت خوبي مي‌توان رسيد. دليل اين مطلب آن است كه در حل ناوير توابع استفاده شده در شرايط مرزي صدق مي‌كنند و لذا سريع همگرا مي‌شوند، در حالي كه در روش حل دقيق به كمك تبديل استوكس، بايد شرايط مرزي به اجبار ارضاء شوند.

روش حاضر شرايط مرزي مختلف را حل مي‌نمايد (براي يك ورق چند لايه هوشمند)، در حالي كه روش ناوير و حتي روش لوي، فاقد اين توانايي است.

هرچه تعداد لبه‌هاي گيردار ورق بيشتر گـردد، بـر پايـداري ورق در مقابـل خمـش و بـر سـختي خمـش ورق افـزوده مي‌شود.
تأثير لايه‌هاي پيزوالكتريك در تحليل استاتيكي به مثبت يا منفي بودن ولتاژ بستگي دارد. در يك حالت خيـز ناشـي از ولتاژ هم‌جهت با خيز ناشي از بار عرضي است (افزايش خيز ورق) و در حالت ديگر در خلاف جهت (كاهش خيز ورق).

مراجع

[1] Lee CK. Theory of laminated piezoelectric plates for the design of distributed sensors/ actuators. Part I: Governing equation and reciprocal relationship. J Acoust so c Arm 1990; 87; 1144-58.
[2] Crawley EF, Lazarus KB. Induced strain actuation of isotropic and anisotropic plates. AIAA J 1991; 29; 944-51.
[3] Wang BT, Rogers CA. Laminated plate theory for spatially distributed induced strain actuators. J Compos Mater 1991; 25; 433-52.
[4] Huang JH, Wu T. Analysis of hybrid multi Layered piezoelectric plates. I nt J Eng sci 1996; 34; 171-81.
[5] Kapuria S, Dube Gp, Dumir pc, Scngupta S. Levy- type piezothermoelastic solvtion for hybrid plate using first order shear deformation theory. Composite part 1997; 28; 35-46.
[6] Mitchell JA, Reddy JN.A re fined hybrid plate theory for composite laminates with piezoelectric laminates, Int J Solid Struct 1995; 32(16); 2345-67.
[7] Kapuria S. An efficient theory for multilayered beams with embedded piezoelectric sensory and active Layers. Int J Solids struct 2001; 38; 9179-99.
[8] Robbins DH, Reddy JN. Analysis of piezoelectrically actuated beams using a layer- wise displacment theory. Comput Struct 1991; 41(2); 265-79.
[9] Saravanos DA, Heyliger PR. Coupled Layer wise analysis of composite beams with embedded piezoelectric sensors and actuators. J Intell mat syst struct 1995; 6; 350-63.
[10] Ray MC, Rao KM, Samanta B. Exuct analysis of coupled electroelastic behaviour of a piezoelectric plate under cylin drical bending. Comput Struct 1992; 45; 667-77.
[11] Heyliger PR. Static behaviour of laminated elastic/ piezoelectric plates AIAA J 194; 32; 2481-4.
[12] Heyliger PR, Brooks S. Exact solution for laminated piezoelectric plates in cylindrical bending. J Appl Mech 1996; 63; 903-10.
[13] Vel SS, Batra RC. Three- dimensiona lanaly tical solvtion for hybrid multilayered piezoelectric platey. J Appl Mech 2000; 67; 558-67.

[١٤] Khlili M.R, Malekzadeh k, Mittal R.K.A new approach to static and dynamic analysis of composite plates with different boundary conditions. J Compos struct 2005; 69; 149-155.
[15] Green AE. Double Fourier series and boundary value problems. Proc Cambridge philos Soc 1994;40:2222.
[١٦] Reddy JN. On laminated composite plates with integrated sensors and actuatirs. J Eng struct 1999; 21; 568-593.
[17] Mindlin RD.Influence of rotary inertia and shear on flexural motion of isotropic elastic plates. J Appl Mech 1951;18:31-8.
[18] Sabeti R. The effect of piezoelectrics on static and dynamic bihaviour of laminated composite plates with different boundary condition. M. Sc. Thesis, Guilun University, Iran 2006.
.