

تخمین نمایه ضریب شکست در موجبرها و فیلترهای نوری با استفاده از الگوریتم ژنتیک

ایمان احدی اخلاقی^۱، حبیب رجبی مشهدی^۱، احمد درودی^۲ و احسان احدی اخلاقی^۳

^۱ دانشگاه فردوسی مشهد - دانشکده مهندسی - گروه برق

^۲ دانشگاه زنجان دانشکده علوم گروه فیزیک

^۳ مرکز تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان

چکیده - در این مقاله روشی سریع برای تخمین نمایه ضریب شکست در موجبرها و فیلترهای نوری معرفی می‌شود. در روش پیشنهادی ضرایب عبور و بازتاب برای طول‌موج‌های مختلف نور اندازه‌گیری می‌شود و سپس با استفاده از الگوریتم ژنتیک، نمایه ضریب شکست نمونه تخمین زده می‌شود. نحوه کدینگ کروموزوم‌ها و تعریف تابع برازندگی برای آن‌ها به صورتی انجام می‌پذیرد که همگرایی الگوریتم به طور آماری تضمین شود. در این روش بر خلاف روش‌های دیگر نیازی به در نظر گرفتن فرض یکنواخت بودن پاشندگی لایه‌های مختلف موجبر نیست. سرعت بسیار بالا و دقت خوب این روش از مزایای آن می‌باشد، همچنین این روش توانایی تعیین پاشندگی و همچنین تابع جذب موجبرها و فیلترهای نوری را نیز دارد.

کلیدواژه - الگوریتم ژنتیک، پاشندگی، فیلتر نوری، موجبر نوری، نمایه ضریب شکست.

۱- مقدمه

در مخابرات نوری موجبرها و فیلترهای نوری کاربردهای فراوانی دارند و لذا تبیین قوانین و روابط حاکم بر آن‌ها و تحلیل خواص نوریشان موضوع تحقیقات بسیاری می‌باشد.

ما در این مقاله روشی برای تخمین نمایه ضریب شکست (منحنی ضریب شکست برحسب جابجایی z) برای موجبرها و فیلترهای نوری ارائه می‌کنیم که از الگوریتم ژنتیک بهره می‌برد. در ادامه مقاله نخست به بررسی ایده‌های موجود برای تخمین نمایه ضریب شکست پرداخته و معایب هر یک از این ایده‌ها را بیان می‌کنیم. در بخش ۳ به معرفی روش پیشنهادی و الگوریتم ژنتیک به کار رفته برای پیاده سازی آن خواهیم پرداخت. در بخش ۴ نیز نتایج شبیه‌سازی آورده خواهد شد.

۲- روش‌های موجود برای تخمین نمایه

ضریب شکست

روش‌های مختلفی برای تعیین نمایه ضریب شکست موجبرهای صفحه‌ای وجود دارد که هر کدام مزایا و معایب خاص خود را دارند. در زیر به بعضی از این روش‌ها اشاره می‌شود:

۱- روش WKB براساس مدشماری در موجبر کار می‌کند و محدودیت آن در این است که تنها برای موجبرهای چندمد قابل استفاده است. مشکلات دیگر این روش، عدم توانایی تعیین نمایه ضریب شکست موجبرهای کانالی، عدم توانایی تعیین عمق نفوذهای کم، عدم دقت بالا در اندازه‌گیری نمایه و دشواری روش آزمایشات عملی آن است [۱].

است. (رابطه ۳)

$$N_r = n_r + ik_r \quad (۱)$$

$$n_r(\lambda) = \sqrt{1 + \frac{\alpha_r \lambda^2}{\lambda^2 - \beta_r^2}} \quad (۲)$$

$$k_r = a_r \lambda^2 + b_r \lambda + c_r \quad (۳)$$

در این روابط N_r ضریب شکست مختلط ماده، n_r ضریب شکست حقیقی، k_r ضریب شکست موهومی ماده، i عدد واحد موهومی و λ طول موج می باشد. α_r و β_r دو ثابت تعیین کننده پاشندگی لایه r ام و a_r ، b_r و c_r ثابت های قسمت موهومی ضریب شکست هستند که مستقل از طول موج نور تابیده شده می باشند.

اگر مرتبه تغییرات ضریب شکست حقیقی سطح و زیرلایه، بیشتر از مرتبه تغییرات ضریب شکست ناشی از پاشندگی باشد، می توان از وجود یک پاشندگی متفاوت برای هر لایه چشم پوشی کرد، و با تقریب، پاشندگی هر لایه را برابر پاشندگی زیرلایه فرض کرد. ولی در مواردی که دامنه تغییرات نمایه ضریب شکست حقیقی زیاد باشد، نمی توان چنین فرضی کرد و باید برای به دست آوردن نمایه ضریب شکست در هر طول موج، نمایه ثابت های α و β را داشته باشیم، و صحیح تر است که نمایه ثابت های پاشندگی را به دست آوریم. همچنین در حالت کلی باید اثر جذب را نیز بررسی کرد، که البته در بعضی موارد بسته به نوع و جنس نمونه قابل چشم پوشی است.

برای تعیین ضریب عبور و بازتاب به صورت تئوری باید عمل گسسته سازی را بر روی نمایه انجام دهیم و فرض کنیم که موجبر مورد نظر از روی هم قرار گرفتن تعدادی لایه تشکیل شده است که هر لایه دارای خواص نوری ثابتی می باشد. با این فرض علاوه بر وارد شدن خطای ذاتی مربوط به گسسته سازی (خطای کوانتیزاسیون)، خطای دیگری نیز وارد می شود که ناشی از تداخل پرتوهای بازتابی از لایه های فرضی مختلف می باشد، که با تقسیم بندی صحیح لایه های فرضی موجبر و افزایش تعداد آنها این خطاها را می توان تا حد زیادی کاهش داد.

پس از انتخاب مدلی مناسب برای لایه سازی فرضی نمونه، می توان با استفاده از روابط ۱ الی ۶ ضریب عبور (T) و

۲- تحلیل میدان نزدیک شدت باریکه خروجی از موجبر روش دیگری برای تعیین نمایه ضریب شکست است [۱]. این روش نیاز به کالیبراسون دقیق دارد و جزء روشهای مرسوم و متداول می باشد.

۳- گوه کردن موجبر روش دیگری است که بر اساس تداخل از ضخامت های مختلف موجبر عمل می کند. اشکال این روش در مخرب بودن آن است [۲].

۴- با استفاده از تحلیل طیف عبوری نیز می توان نمایه ضریب شکست را تخمین زد. در این روش پرتوهایی با طول موج های مشخص به موجبر تابانده شده و شدت طیف خروجی ثبت می شود. از تحلیل طیف خروجی می توان نمایه ضریب شکست را به دست آورد [۳]. دو فرض اساسی پاشندگی یکنواخت و معلوم بودن نوع توزیع ضریب شکست از معایب محدود کننده این روش است.

۳- روش پیشنهادی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک

روش پیشنهاد شده در این مقاله، کامل کننده روش تحلیل طیفی معمول است و بیشتر محدودیت ها و معایب آن را برطرف می کند [۱-۳]. در مقاله [۴] بیشتر به بخش عملی این روش پرداخته شده است و معرفی قسمت محاسباتی آن در این مقاله به طور کامل مورد بررسی قرار می گیرد. در این روش، ابتدا ضریب عبور و بازتاب یک موجبر را به کمک دستگاه طیفسنج اندازه گیری می کنیم. همچنین به کمک روابط ضرایب عبور و بازتاب برای لایه های نازک، این طیفها را به صورت نظری هم محاسبه می کنیم. سپس با مقایسه نتایج تئوری و تجربی، پارامترهای نمایه ضریب شکست را به دست می آوریم.

ضریب شکست هر ماده دارای دو مؤلفه حقیقی و موهومی است (رابطه ۱)، که هر دو این مؤلفه ها به طول موج نور تابیده شده بستگی دارند. تابعیت قسمت حقیقی را رابطه پاشندگی می گویند [۵]. رابطه پاشندگی در حالت کلی رابطه ای پیچیده است که می توان با اعمال چند تقریب آن را به صورت رابطه ۲ ساده نمود [۵]. همچنین با توجه به نتایج آزمایشها، برای بررسی اثر جذب، مدلی که برای قسمت موهومی ضریب شکست فرض شده، تابعی درجه دوم

طول موج هستند تخمین زده می‌شود، دیگر نیازی به فرض ثابت بودن پاشندگی نیز نیست. مزایای فوق سبب می‌شود که این روش بسیار کلی باشد و بتوان از آن در کاربرد های کاملاً مختلفی استفاده نمود.

حجم محاسبات فوق‌العاده زیاد روش جستجوی کامل بین تمام جواب‌های ممکن سبب می‌شود که برای بهره بردن از مزایای این روش، به فکر افزایش سرعت آن بیفتیم. برای همین ما استفاده از الگوریتم ژنتیک را پیشنهاد می‌کنیم. با استفاده از الگوریتم ژنتیک علاوه بر این که جستجو در جواب‌های ممکن به طور هدفمند انجام می‌شود و با این کار از حجم محاسبات به میزان بسیار زیادی کاسته می‌شود، به خاطر طبیعت تصادفی آن و امکان بررسی تمام جواب‌های ممکن از لحاظ تئوری امکان یافتن جواب بهینه جهانی نیز وجود دارد.

در الگوریتم ژنتیک پیشنهادی برای تخمین نمایه ضریب شکست، لازم است دو مفهوم کدینگ به کار رفته برای ساختار کروموزوم و همین‌طور تابع برازندگی به‌طور کامل بیان گردد.

۳-۱- کدینگ

پنج پارامتر ذکر شده در بالا باید برای تمامی لایه‌های فرضی، تخمین زده شوند. اگر فرض کنیم N تعداد لایه‌ها باشد، لازم است $5N$ مقدار مختلف را تخمین بزیم؛ در نتیجه کروموزوم‌ها باید حاوی اطلاعات مربوط به $5N$ ضریب را در خود جای دهند و اگر بخواهیم دقت تخمین هر کدام از این ضریب‌ها P بیت باشد، هر کروموزوم دارای $5NP$ بیت (ژن) خواهد بود. لازم به ذکر است در صورتی که بخواهیم قسمت موهومی ضرایب را نیز به دست آوریم، تعداد بیت‌ها افزایش خواهد یافت.

نکته مهم دیگری که باید در نظر گرفت این است که نمایه ضریب شکست در موجبرها معمولاً یک منحنی نزولی است. برای منظور کردن این مسأله می‌توان آن را در تعیین تابع برازندگی دخالت داد. به عنوان مثال به کروموزوم‌هایی که متناظر با نمایه‌های ضریب شکست غیریکنوا هستند جریمه‌ای اختصاص داد. با این کار احتمال انتخاب کروموزوم‌های نامناسب کاهش می‌یابد.

راه دیگری که برای منظور کردن یکنوا بودن منحنی نمایه

R) را برای تمام طول‌موج‌های اندازه‌گیری شده به‌دست آورد [۶].

$$T = \frac{4\eta_0 \operatorname{Re}(\eta_{\text{sub}})}{(\eta_0 B + C)(\eta_0 B + C)^*} \quad (۴)$$

$$R = \frac{(\eta_0 B - C)(\eta_0 B - C)^*}{(\eta_0 B + C)(\eta_0 B + C)^*}$$

که B و C از رابطه زیر به دست می‌آیند:

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \left\{ \Pi \begin{bmatrix} \cos(\delta_r) & \frac{i \sin(\delta_r)}{N_r} \\ i N_r \sin(\delta_r) & \cos(\delta_r) \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1 \\ N_{\text{sub}} \end{bmatrix} \quad (۵)$$

N_{sub} ضریب شکست مختلط محیط فرود و N_r ضریب شکست مختلط زیرلایه است. δ_r برابر است با:

$$\delta_r = \frac{2\pi N_r d_r \cos \theta_r}{\lambda} \quad (۶)$$

که d_r ضخامت لایه r ام و θ_r زاویه شکست نور در لایه r ام است.

با استفاده از طیف‌سنج، طول‌موج نور تابیده شده و ضریب عبور و بازتاب مشخص شده و ضرایب α_r ، β_r ، a_r ، b_r و c_r ره به عنوان پارامترهای مجهول در نظر می‌گیریم. روش تعیین پارامترهای مجهول به این صورت است که بین پارامترهای ممکن جستجو کرده و آن‌ها را به همراه طول‌موج‌های به کار رفته در آزمایش، در روابط ۱ الی ۶ قرار دهیم. مجموعه‌ای از جواب‌های ممکن که دارای مجموع مربعات خطای کمتری (MSE) است، را انتخاب کرده و به عنوان تخمین جواب در نظر می‌گیریم.

با بررسی هم‌زمان ضرایب عبور و بازتاب در این روش اثر جذب نیز وارد محاسبات می‌شود و ضریب شکست به صورت مختلط برای موجبرها و یا فیلترهای نوری که اثر جذب در آن‌ها زیاد است، به‌دست می‌آید. در این حالت تعداد مجهولات ما به خاطر وجود قسمت موهومی ضرایب شکست افزایش می‌یابد و در نتیجه به تعداد بیشتری نمونه آزمایشی نیاز داریم. همچنین با استفاده از این روش نیازی به دانستن نوع نمایه ضریب شکست نیست و می‌توان تمام انواع نمایه‌های مختلف ضریب شکست را تخمین زد. علاوه بر این چون به جای تخمین ضریب شکست لایه‌ها که به طول‌موج بستگی دارد پارامترهای پاشندگی که مستقل از

طبیعی است که هر چه حاصل $f(i)$ کمتر باشد، به ازای طول موج‌های موجود تفاوت ضریب عبور اندازه‌گیری شده و ضریب عبور محاسبه شده کمتر می‌باشد و در نتیجه به احتمال زیاد مقادیر پارامترهای مربوط به کروموزوم i ام به مقادیر اصلی و واقعی خود نزدیک‌تر هستند.

نکته مهمی که باید بدان اشاره کرد این است که تقریباً در تمام موارد پارامترهای مربوط به لایه‌های اول و آخر یا معلوم است و یا قابل تعیین هستند، در نتیجه می‌توان از آنها برای کوچک کردن فضای جستجو استفاده نمود. برای به کار بردن پارامترهای مربوط به لایه اول کافی است در P بیت مربوط به هر کدام از پارامترهای لایه اول مقادیر اصلی آن‌ها را قرار دهیم. به عبارت دیگر این داده‌ها در نوع کدینگ و ساختار کروموزوم‌ها منظور می‌شود.

برای به کار بردن پارامترهای مربوط به لایه آخر هم می‌توان از تابع برازندگی استفاده کرد؛ به این شکل که نخست پارامترهای مربوط به لایه آخر را از روی کروموزوم مورد نظر محاسبه کرده و آن را با مقادیر اصلی این پارامترها مقایسه می‌کنیم، اگر این تفاوت بیشتر از یک حد آستانه (مثلاً ۴۰ درصد) باشد، یک جریمه سنگین به آن کروموزوم نسبت می‌دهیم. با این کار شانس برای بقای کروموزوم‌هایی که تفاوت زیادی با کروموزوم بهینه دارند به میزان زیادی کاهش پیدا می‌کند و جستجو هدفمندتر می‌شود.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در شبیه‌سازی انجام شده از اثر جذب صرف‌نظر شده است و سه نمایه ضریب‌شکست مختلف تخمین زده می‌شود. مقدار α برای لایه‌های اول و آخر به ترتیب ۱/۴۴۹ و ۱/۵۰۰ و مقدار β برای لایه‌های اول و آخر به ترتیب 10^{-14} و 10^{-15} در نظر گرفته می‌شود. تعداد لایه‌ها ده عدد بوده و ضخامت کل موجبر ۲ میکرون می‌باشد. مقادیر ضریب عبور به ازای صد نمونه طول موج که با توزیع یکنواخت بین ۴۰۰ تا ۸۵۰ نانومتر انتخاب شده‌اند، به دست آمده است. جامعه کروموزوم‌ها شامل ۱۵ فرد است و برای کد کردن هر داده ۱۵ بیت اختصاص داده شده است.

لازم به ذکر است که در الگوریتم ژنتیک به کار رفته علاوه بر استفاده از عملگرهای جهش، برش و انتخاب از عملگر نخبه‌گرایی هم استفاده شده است. با به کار بردن این عملگر

ضریب‌شکست وجود دارد، در نظر گرفتن این مسأله در نحوه کدینگ می‌باشد. با منظور کردن این مسأله در کدینگ می‌توان از بررسی کردن تعداد زیادی از حالت‌های نامحتمل (حالت‌هایی که در آنها نمایه ضریب‌شکست نوسانی است) خودداری کرد و به این ترتیب سرعت روش را به میزان زیادی افزایش داد. برای انجام این کار کافی است به جای قرار دادن پارامترهای لایه‌های مختلف در هر کروموزوم، تفاضل پارامترهای هر لایه را با لایه قبلی آن (که به دلیل نزولی بودن نمایه ضریب‌شکست همیشه منفی است) در کروموزوم منظور کرد.

۳-۲- تابع برازندگی

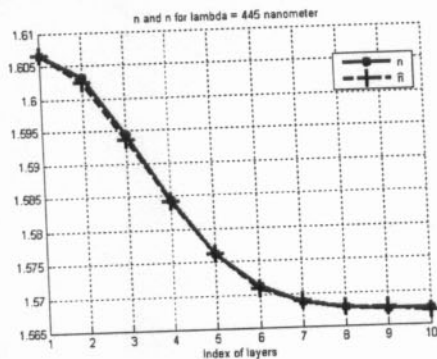
تابع برازندگی برای کروموزوم‌های استفاده شده در الگوریتم ژنتیک پیشنهادی به این صورت تعریف می‌شود که نخست از روی یک کروموزوم داده شده مقادیر پارامترهای متناظر استخراج می‌شود. سپس به ازای طول موج‌های مختلف ضرایب عبور و بازتاب محاسبه می‌شود. در صورتی یک کروموزوم، کروموزوم خوبی است که تفاوت مقدار ضریب عبور محاسبه شده به ازای آن کروموزوم و مقدار ضریب عبور حاصل از اندازه‌گیری برای تمام طول موج‌ها به علاوه تفاوت مقدار ضریب بازتاب محاسبه شده به ازای آن کروموزوم و مقدار ضریب بازتاب حاصل از اندازه‌گیری برای تمام طول موج‌ها مقدار کمی باشد و یا به عبارت دیگر MSE کمی داشته باشد. با توجه به این مطالب برای یک کروموزوم داده شده تابع برازندگی طبق رابطه ۷ محاسبه می‌شود:

$$f(i) = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^K [T_1(\lambda_j) - T_{i2}(\lambda_j)]^2}{K}} + \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^K [R_1(\lambda_j) - R_{i2}(\lambda_j)]^2}{K}} \quad (7)$$

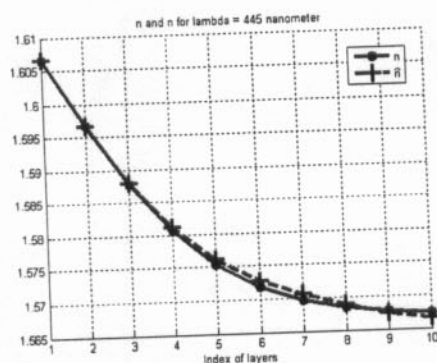
در این رابطه $f(i)$ حاصل تابع برازندگی برای کروموزوم i ام، K تعداد نمونه‌های آزمایشی (λ و T و R)، λ_j طول موج i ام، $T_1(\lambda_j)$ و $R_1(\lambda_j)$ به ترتیب ضرایب عبور و بازتاب اندازه‌گیری شده در آزمایش به ازای طول موج λ_j و $T_{i2}(\lambda_j)$ و $R_{i2}(\lambda_j)$ به ترتیب ضرایب عبور محاسبه شده از روابط موجود برای کروموزوم داده شده i ام می‌باشد.

تخمین نمایه ضریب شکست در موجبرها و فیلترهای نوری با استفاده از الگوریتم ژنتیک

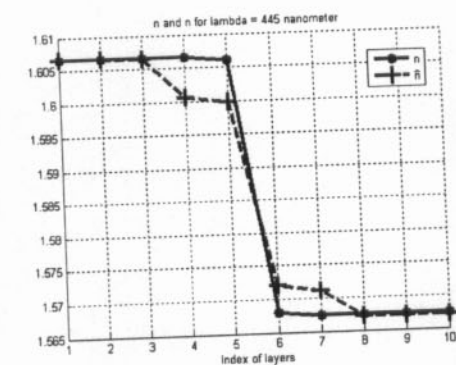
- [5] M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics*, Oxford: Pergamon Press, 1980.
 [6] H. A. McLeod, *Thin Film Optical Filters*, 2nd Edition, McGraw-Hill, 1989.



(الف) گوئی



(ب) تابع خطا



(ج) فرمی-دیراک

شکل ۱: منحنی مقادیر اصلی و تخمین زده شده ضریب شکست برحسب شماره لایه موجبر برای چهار نوع نمایه ضریب شکست مختلف

در هر تکرار (نسل) بهترین فرد جامعه (بهترین کروموزوم) شناسایی شده و به طور مستقیم به نسل بعدی منتقل می‌شود. به این ترتیب جواب‌های خوب به دست آمده تا زمانی که جواب بهتری یافت نشده‌اند ذخیره می‌شوند و از بین نمی‌روند.

در شکل ۱ منحنی‌های تو پر ضرایب شکست واقعی n و منحنی‌های نقطه چین ضرایب شکست تخمین زده شده \hat{n} را برحسب اندیس لایه‌ها در طول موج ۴۴۵ نانومتر برای سه نوع نمایه ضریب شکست مختلف نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود تخمین نمایه برای توزیع‌های گوئی و تابع خطا دارای دقت بسیار خوبی می‌باشد؛ اما برای توزیع فرمی-دیراک خطا قابل مشاهده است که دلیل این امر عدم پیوستگی و وجود پرش بلند در این نمایه می‌باشد. در شبیه‌سازی‌های انجام شده میزان جذر میانگین مجذور خطا بعد از گذشت ۱۵ دقیقه توسط یک رایانه پنتیوم ۴ با حافظه ۱ گیگا بایتی به میزانی کمتر از 10^{-4} می‌رسد که خطای کاملاً قابل قبولی است.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله روشی برای تخمین نمایه ضریب شکست قطعات نوری مبتنی بر الگوریتم ژنتیک پیشنهاد می‌شود. از مزایای روش پیشنهادی، می‌توان به قابلیت تعیین پاشندگی و تابعیت جذب موجبر و همچنین توانایی تعیین عمق نفوذهای کم و در نتیجه قابلیت تعیین نمایه ضریب شکست موجبرهای تک‌مد اشاره کرد. نتایج شبیه سازی دقت خوب این روش را برای تخمین انواع مختلف نمایه‌های ضریب شکست نشان می‌دهد.

مراجع

- [1] S. I. Najafi, *Introduction to Glass Integrated Optics*, 1st edition, Artech House (1992) 114-118.
 [2] S. M. R. Sadat Hossieni, A. Darudi, M. T. Tavassoly and N. Granpayeh, *Fabrication and Determination of Refractive Index Profile of the Waveguide by Wedge Technique*, *Optical Systems Design*, St - Etienne, France, 2003.
 [3] S. Chao, Y. C. Chen and H. Y. Chen, *Determination of Ordinary Refractive Index profile for a Planar Waveguide by transmission Spectrum analysis*, *Applied Physics* 83, No. 11 (1998) 5650-5657.
 [4] ا. احدی اخلاقی، ا. درودی، بررسی روش طیف‌سنجی برای تعیین نمایه ضریب شکست موجبرهای صفحه‌ای، کنفرانس فیزیک ایران، شهریور ۱۳۸۵.