

SIMULATION OF GAS PIPELINES LEAKAGE USING CHARACTERISTICS METHOD

Asghar B. Rahimi

Faculty of Engineering, Ferdowsi Univ. of Mashhad, P.O. Box No. 91775-1111, Mashhad, Iran (E-mail: rahimiab@yahoo.com)

Abstract

The modeling of gas leakage for understanding the process of pressure reduction and gas leakage rate of a hole is accomplished by zero-dimensional models of tank and pipe. These models of tank and pipe are suitable for simulating when the hole is very small and there is a complete fracture, respectively. But use of these two methods or combination of them is suitable rather when the pipelines are very long. Also in zero-dimensional models the effects of complex boundaries is ignored. In this study, the pipelines leakage is simulated by use of one dimensional characteristics method. This model is perfect compared with both of pipe or tank models or combination of them and we can expand the simulation of gas pipelines leakage to the short pipelines and variable boundary conditions. This is important to calculate volume of the gas discharged from the pipelines, when an accident is occurred.

Keywords: leakage, gas pipeline, characteristics method

تجزیه و تحلیل با استفاده از روش مشخصه در نشتی خطوط لوله گاز

اصغر برادران رحیمی

دانشکده مهندسی-دانشگاه فردوسی مشهد-صندوق پستی شماره ۱۱۱۱-۹۱۷۷۵-مشهد-ایران

چکیده

تا کنون مدل سازی نشتی گاز برای پی بردن به روند افت فشار و نرخ نشت گاز از محل سوراخی واقع در خط لوله گاز در طول زمان توسط مدل های صفر بعدی مدل مخزن و مدل لوله انجام شده است. مدل صفر بعدی مخزن و مدل صفر بعدی لوله برای شبیه سازی نشتی به ترتیب زمانی مناسبند که سوراخ بسیار کوچک است و زمانی که یک شکستگی کامل به وجود آمده باشد. اما استفاده از این دو روش یا ترکیب آن ها بیشتر برای شرایطی مناسب است که خط لوله بسیار طولانی است. همچنین در روش صفر بعدی نمی توان اثر مرزهای پیچیده تر را در محاسبه وارد نمود. در این مقاله با استفاده از روش یک بعدی مشخصه ها جریان درون لوله ای که دچار نشتی شده است مدل سازی شده است. این مدل سازی نسبت به استفاده از هر یک از دو مدل مخزن و مدل لوله و یا ترکیب آن ها جامع تر است و می توان شبیه سازی جریان در لوله دارای نشتی را به خطوط لوله با طول کم و شرایطی که مرزها با زمان تغییر می کنند نیز بسط داد. محاسبه حجم گاز خروجی پس از بروز حادثه از موارد با اهمیت در برآورد میزان خسارات می باشد.

واژه های کلیدی: نشتی، خط لوله گاز، روش مشخصه ها

مقدمه

گاز طبیعی به عنوان منبع پاک انرژی هر روزه مورد توجه بیشتری در سطح جهان قرار می گیرد و کشور ما به عنوان دومین کشور دارای منابع این نعمت الهی همواره تلاش بسیاری جهت استحصال و پالایش آن نموده است. خطوط لوله حاوی این گاز هم اکنون اکثر نقاط کشور را پوشش داده است و یکی از دغدغه های همیشگی، جلوگیری از هدر رفتن آن در طی این مسیر می باشد. روشی که در این مقاله ارائه می شود، می تواند محاسبات نسبتاً دقیقی را هنگام ایجاد حفره ای در سطح خطوط لوله حاصل نماید و در نتیجه در برآورد خسارات وارد آمده نقش به سزایی داشته باشد.

نشستی در سطح لوله یا انفصال در مقطع لوله می تواند به علل مختلفی مانند خوردگی، زلزله یا ضربه مکانیکی که به هر دلیلی ممکن است بر سطح لوله اعمال شود و یا overload کمپرسورها به وجود آید.

پس از ایجاد نشستی، امواج فشاری انبساطی تخت در دو جهت مخالف هم انتشار می یابند. این امواج دارای سرعت صوت هستند و پس از برخورد به مرزهای ابتدا و انتها، بسته به نوع مرز به شکل موج تراکمی و یا انبساطی بر می گردند (شکل ۱). در محل نشستی بسته به اینکه نسبت فشار به فشار محیط از مقدار CPR^1 که رابطه آن با معادله (۱) داده شده است بیشتر یا کمتر باشد، جریان به ترتیب صوتی و فرا صوت یا زیر صوت خواهد بود.

$$CPR = \frac{P_{out}}{P_{1cr}} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (1)$$

در رابطه بالا P_{1cr} فشار بحرانی نقطه (۱) و k نسبت ظرفیت گرمایی می باشد.

در این صورت فیزیک مسأله به صورت یکی از دو حالت ذکر شده در زیر تبدیل می گردد:

۱. در صورتی که جریان صوتی و فرا صوت باشد، عملاً موج خبر دهنده صوتی از محیط بیرون لوله به درون لوله نفوذ نمی کند و لذا تغییرات در میدان جریان فقط در اثر امواج فشاری تخت و شرایط مرزی حاکم بر ابتدا و انتهای لوله صورت می پذیرد. همچنین دبی جرمی خروجی از محل نشستی فقط به فشار سکون در محل نشستی و مساحت سوراخ بستگی دارد و به شکل سطح مقطع سوراخ ارتباطی ندارد.
۲. اما در صورتی که جریان در محل نشستی زیر صوت باشد، سوراخ می تواند منبع تولید موج صوتی فشاری تراکمی یا انبساطی شود و بر میدان جریان تأثیر بگذارد. در این حالت لوله و محل نشستی معادل یک اتصال T عمل نموده و دبی جرمی خروجی از محل نشستی علاوه بر فشار سکون و مساحت سوراخ به فشار محیط و یک ضریب شکل به نام ضریب تخلیه نیز بستگی پیدا می کند.

از آن جایگاه در خطوط انتقال گاز فشارها نسبت به فشار محیط بسیار بالا هستند (در ایران فشار خطوط انتقال گاز بین شهری ۱۰۰۰ PSI، خطوط تغذیه شهری ۲۵۰ PSI و خطوط شبکه درون شهری ۶۰ PSI می باشد) و عموماً نسبت آن از CPR بیشتر است و همچنین جریان گاز به صورت پایدار از منابع ورودی مانند پالایشگاه های گاز تأمین می شود، لذا در این مقاله فیزیک مسأله به صورت حالت (۱) در نظر گرفته می شود.

با توجه به آنچه که در مورد فیزیک مسأله بیان شد (یعنی ایجاد تغییرات در میدان حل، صرفاً به وسیله موج فشاری تخت) حل جریان گاز درون یک لوله که دچار نشتی شده است، با استفاده از یک روش عددی یک بعدی می تواند مناسب باشد. بنابراین در این مقاله از روش یک بعدی مشخصه ها برای مدل سازی جریان گاز تراکم پذیر درون لوله و محاسبه دبی نشتی استفاده می شود. در اینجا فرض بر آن است که جریان درون لوله، همونتروپیک بوده و لذا حل معادله بقاء جرم و بقاء ممنتوم به اضافه فرض انتروپی ثابت در کل جریان، برای شبیه سازی جریان کافی می باشند. در ادامه ابتدا روش مشخصه ها معرفی شده و سپس تصحیح لازم برای در نظر گرفتن اثر نشتی بر روی میدان جریان جهت تعیین دبی نشتی و توزیع فشار در خط لوله معرفی می گردد.

۲. معرفی روش مشخصه ها

جریان همونتروپیک (جریانی که دارای تغییرات انتروپی صفر برای مجموع نقاط آن باشد ولی ممکن است در هر نقطه تغییر انتروپی داشته باشیم) یک مورد خاص از مسائل جریان کلی می باشد و حل آن نسبتاً ساده تر از مسائل پیچیده جریانی دیگر است. در این قسمت روش مشخصه ها برای حل این مسائل معرفی شده است [۱] و [۲].

معادلات بقاء جرم و بقاء ممنتوم بدون در نظر گرفتن اصطکاک به شکل زیر می باشند:

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2)$$

معادله مومنوم:

$$-\frac{\partial P}{\partial x} = \rho \frac{Du}{Dt} \quad (3)$$

در روابط بالا ρ دانسیته و u سرعت گاز می باشند.

با توجه به تعریف سرعت صوت:

$$a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s \quad (4)$$

که برای گاز ایده آل:

$$a^2 = \frac{kp}{\rho} \quad (5)$$

۳-۴ خرداد ۱۳۸۷، تهران، مرکز همایش‌های تخصصی نفت و گاز، تهران
جرم و ممنتوم، این معادلات به ترتیب به صورت زیر تبدیل می شوند:

$$\left\{ \frac{\partial a}{\partial t} + (u+a) \frac{\partial a}{\partial x} \right\} + \frac{k-1}{2} \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} + (u+a) \frac{\partial u}{\partial x} \right\} = 0 \quad (6)$$

$$\left\{ \frac{\partial a}{\partial t} + (u-a) \frac{\partial a}{\partial x} \right\} - \frac{k-1}{2} \left\{ \frac{\partial u}{\partial t} + (u-a) \frac{\partial u}{\partial x} \right\} = 0 \quad (7)$$

معادلات (۶) و (۷) یک دستگاه معادله دیفرانسیل جزئی نیمه خطی هایپربولیک را تشکیل می دهند.

بنابراین با توجه به این دو معادله یک حل به فرم $a = a(x, t)$ مورد نیاز است.
 $u = u(x, t)$

اساس روش مشخصه ها ایجاد یک رابطه منحصر به فرد به فرم $c = c(u, a)$ بین پارامترهای a و u می باشد و بنابراین حل معادلات (۶) و (۷) به رابطه ای به فرم $c = c(x, t)$ منتهی خواهد شد. این حل می تواند به وسیله سطح خمیده ای که توسط مرزهای PQRS در شکل شماره (۲) نشان داده شده است، بیان گردد.

بنا به تعریف اگر در یک نقطه مشخص از رویه $c = c(x, t)$ برای یک منحنی خاص مرور کننده از آن نقطه شیب تصویر منحنی در صفحه $(x-t)$ با مقدار منحنی در آن نقطه برابر باشد، جهت عبور کننده از آن نقطه جهت مشخصه خوانده می شود. یعنی به بیان ریاضی خواهیم داشت:

$$\left(\frac{dx}{dt} \right)_{char} = C \quad (8)$$

با استفاده از این تعریف مشتق کامل پارامترهای سرعت صوت و سرعت ذره نسبت به زمان در طول یک مشخصه به صورت زیر معین می شوند:

$$\left(\frac{da}{dt} \right)_{char} = \frac{\partial a}{\partial t} + c \frac{\partial a}{\partial x} \quad (9)$$

$$\left(\frac{du}{dt} \right)_{char} = \frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} \quad (10)$$

بنابراین اگر رابطه $c = c(u, a)$ به صورت $c_1 = u + a$ و $c_2 = u - a$ تعریف شود، معادلات (۶) و (۷) در طول دو

مشخصه c_1 و c_2 به صورت زیر باز نویسی می شوند:

$$\begin{aligned} \left(\frac{da}{dt} \right)_{c_1} + \frac{k-1}{2} \left(\frac{du}{dt} \right)_{c_1} &= 0 \\ \left(\frac{da}{dt} \right)_{c_2} - \frac{k-1}{2} \left(\frac{du}{dt} \right)_{c_2} &= 0 \end{aligned} \quad (11)$$

۳-۴ خرداد ۱۳۸۵؛ یکشنبه؛ محل: کنگره بین المللی مهندسی و فناوری نفت و گاز؛ تهران؛ با همکاری انجمن مهندسان نفت ایران و با استفاده از روشهای ترسیمی و یا عددی قابل محاسبه است:

$$\frac{dx}{dt} = u \pm a \quad (12)$$

$$\frac{da}{du} = \mp \frac{k-1}{2}$$

لذا برای حل معادلات بقاء جرم و ممنتوم در هر گام زمانی باید دو مشخصه $C_1 = u + a$ و $C_2 = u - a$ معین باشند.

- روش حل عددی

در روش مشخصه ها ابتدا پارامترهای بی بعد A و U به صورت زیر تعریف می شوند:

$$U = \frac{u}{a_{ref}} \quad ; \quad A = \frac{a}{a_{ref}} \quad (13)$$

در رابطه بالا a_{ref} سرعت صوت در مبدأ می باشد. سپس مشخصه های بی بعد ریمانی نیز به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\lambda = A + \frac{k-1}{2}U \quad ; \quad \beta = A - \frac{k-1}{2}U \quad (14)$$

بنابراین مشخص بودن دو پارامتر λ, β در هر نقطه از میدان حل به معنی مشخص بودن شرایط فیزیکی آن نقطه از لحاظ سرعت و فشار می باشد.

یک رابطه صریح بین مشخصه های ریمانی در نقاط داخلی میدان حل در هر گام و گام قبلی به صورت زیر ارائه می شود:

$$\lambda_i^{n+1} = \lambda_i^n \frac{\Delta t}{\Delta x} \{ b \lambda_{i-1}^n - a \beta_{i-1}^n \} \{ \lambda_{i-1}^n - \lambda_i^n \} \quad (15)$$

$$\beta_i^{n+1} = \beta_i^n \frac{\Delta t}{\Delta x} \{ b \beta_{i+1}^n - a \lambda_{i+1}^n \} \{ \beta_{i+1}^n - \beta_i^n \} \quad (16)$$

برای تعیین رابطه بین متغیرهای ریمانی در نقاط مرزی باید شرط مرزی یعنی معادله حالتی که تعیین کننده رابطه بین u و a می باشد، مشخص شود. بنابراین صورت های متنوعی از شرایط مرزی را می توان به جهت حل عددی مسأله معرفی نمود. این شرایط مرزی می توانند ابتدا یا انتهای باز، ابتدا یا انتهای بسته، ابتدای متصل به یک شیر ورودی با میزان باز شدگی مشخص، انتهای متصل به یک نازل خروجی با میزان باز شدگی مشخص، انتهای مرتبط با یک شیر دارای افت فشار، ابتدای متصل به یک مخزن، انتهای بدون تغییرات نسبت به مکان^۲، ابتدا و انتهای بسته و یا شرایط مرزی دیگری باشد.

- اعمال اثر نشتی

به منظور اعمال اثر نشتی بر میدان جریان همواره مش بندی طوری انتخاب می شود که محل سوراخ مانند شکل (۳) در جایی بین دو گره قرار گرفته باشد.

لحظه ای که سوراخ در سطح لوله ایجاد می شود، همان گونه که گفته شد در گام های زمانی بعدی نسبت فشار در نقطه ای زیر سوراخ درون لوله به فشار محیط از CPR بیشتر است. بنابراین جریان در محل سوراخ چک می شود و دبی خروجی از محل نشتی از رابطه زیر محاسبه می گردد [۳]:

$$Q = A_{or} P_1 \sqrt{\frac{M}{ZRT_1} \cdot k \cdot \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (17)$$

در رابطه فوق A_{or} سطح مقطع سوراخ، M وزن مولکولی گاز، Z ضریب تراکم پذیری گاز، R ثابت گاز و T_1 دمای گاز در محل زیر سوراخ می باشد.

نقطه نشتی در هر گام زمانی به عنوان یک مرز عمل می کند و دو موج انبساطی بسته به اینکه جریان در کدام جهت در لوله جریان داشته باشد با یک اختلاف زمانی ناچیز به نقاط a و b می رسند و تغییر در سرعت بی بعد U را به صورت زیر به اندازه یکسان القاء می کنند.

$$U_a = U_a - \frac{Q}{\dot{m}_a} \cdot U_a$$

$$U_b = U_b + \frac{Q}{\dot{m}_b} \cdot U_b \quad (18)$$

بنابراین دو مشخصه معلوم λ_a و β_b با توجه به تعریف جهت مثبت برای سرعت ذره^۳ به صورت زیر اصلاح می شوند:

$$\lambda_a = \frac{(2 * A_a + (k - 1) * U_a)}{2}$$

$$\beta_b = \frac{(2 * A_b - (k - 1) * U_b)}{2} \quad (19)$$

سپس پارامترهای مجهول λ_b و β_a به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$\beta_a = \lambda_a - (k - 1) * U_a$$

$$\lambda_b = \beta_b - (k - 1) * U_b \quad (20)$$

^۳ جهت مثبت سرعت، جهت به طرف مرز است.

نتایج حل عددی

در این جا نتایج شبیه سازی نشتی برای لوله ای به طول ۲۵۰ متر که بر روی سطح آن یک حفره به مساحت 1 cm^2 به وجود آمده، با استفاده از یک شبکه ۱۰۰ گرهی آورده شده است. همچنین حفره در وسط طول لوله در نظر گرفته شده و فشار و سرعت اولیه به ترتیب ۳۰ bar و ۴۱ ft/s فرض شده اند [۴]. شرط مرزی بالادست، مخزن با فشار ثابت و پایین دست سه حالت:

۱- مرز با تغییرات صفر نسبت به مکان

۲- شیر با ضریب افت فشار ثابت

۳- انتهای بسته

در نظر گرفته شده است. حالت اول مناسب زمانی است که طول لوله در مقایسه با اندازه نشتی بسیار زیاد می باشد که در بیشتر مواقع خطوط لوله گاز اینچنین هستند. حالت دوم مربوط به وقتی است که در بخشی از طول لوله قبل از یک شیر که دارای افت فشار ثابتی می باشد، نشتی اتفاق افتاده است. حالت سوم نیز برای زمانی مناسب است که انتهای لوله بسته می باشد (مثلاً هنگامی که شیر خروجی کاملاً بسته شده است).

در ادامه نتایج و بحثهای مربوطه برای تغییرات فشار در زمان های اول (جهت مشاهده نحوه انتشار موج انبساطی از محل نشتی) و تغییرات شار جرمی عبوری از نشتی با زمان آمده است.

۳-۴ خرداد ۱۳۸۸، مرکز همایش‌های بین‌المللی رازی، تهران
برای مرز ورودی مخزن با فشار ثابت و سه مرز خروجی نام برده در قسمت قبل، نمودارهای مربوطه آورده شده اند که در اینجا مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرند.

اشکال (۴) و (۵) برای مرز خروجی با تغییرات صفر نسبت به مکان (no gradient)، اشکال (۶) و (۷) مربوط به مرز خروجی در حالت وجود یک شیر با افت فشار ثابت و همچنین اشکال (۸) و (۹) برای مرز خروجی در حالت بسته می‌باشد. با بررسی آنها می‌توان نتایج زیر را استنباط نمود:

- با توجه به اشکال 4-a و 6-a و 8-a، تغییرات فشار را در لحظات اولیه و هنگام رسیدن به محل سوراخ ملاحظه می‌نماییم و می‌بینیم که پس از رد شدن از سوراخ فشار تقریباً به حالت اول خود برمی‌گردد. فقط در شرط مرزی حالت انتها بسته با توجه به ثابت بودن دبی ورودی، افزایش فشار را با گذشت زمان خواهیم داشت. همچنین مشاهده می‌شود از محل نشستی بسته به جهت جریان دو موج انبساطی ضعیف و قوی منتشر می‌شوند. به طور مثال چون در این مدلسازی جهت جریان از چپ به راست در نظر گرفته شده است، موج انبساطی که از مرکز به طرف راست حرکت می‌کند قویتر است.
- با توجه به اشکال 4-b و 6-b و 8-b، دیده می‌شود که شار گرمی خروجی از محل نشستی رفتاری شدیداً نوسانی دارد. همچنین شرایط مرزی در پایین دست و بالا دست بر متوسط زمانی شار گرمی خروجی و دامنه و فرکانس نوسانات تأثیر دارد. به طوریکه متوسط آن در حالت مرزی اول در حدود 118 kg/s ، در حالت مرزی دوم پس از حدود ۷۰ ثانیه به متوسط 110 kg/s و در حالت مرزی سوم در حدود 350 kg/s می‌رسد.
- در اشکال 5-a و 7-a و 9-a، میزان تغییرات شار گرمی خروجی با افزایش سطح مقطع سوراخ و برای طولهای مختلف لوله آورده شده اند. روشن است که با افزایش سطح مقطع سوراخ، میزان شار گرمی خروجی برای تمام طولها افزایش می‌یابد و این موضوع برای هر سه حالت صادق است. همچنین با دقت در این نمودارها فابل مشاهده است که در طولهای زیاد به تدریج شیب این نمودار صفر می‌شود. بدین معنی که دیگر افزایش سطح مقطع سوراخ تأثیری در افزایش شار گرمی خروجی ندارد که این مطلب به خصوص برای نمودار 5-a (حالت مرزی اول) بیشتر نمایان است.
- در نمودارهای 5-b و 7-b و 9-b، تغییرات شار گرمی خروجی با فشار و برای طولهای مختلف لوله به تصویر کشیده شده اند. ملاحظه می‌شود که با افزایش فشار خط لوله، میزان شار گرمی خروجی نیز افزایش می‌یابد ولی چگونگی افزایش آن نسبت به طولهای مختلف، وابسته به شرایط مرزی آن است. به طوریکه در شرط مرزی اول (شکل 5-b) افزایش طول لوله، تأثیری در آن ندارد و شیب تمام نمودارها تقریباً یکسان است. ولی در حالت‌های دوم و سوم (اشکال 7-b و 9-b) با افزایش طول لوله میزان شار گرمی خروجی از محل نشستی افزایش می‌یابد.

مراجع

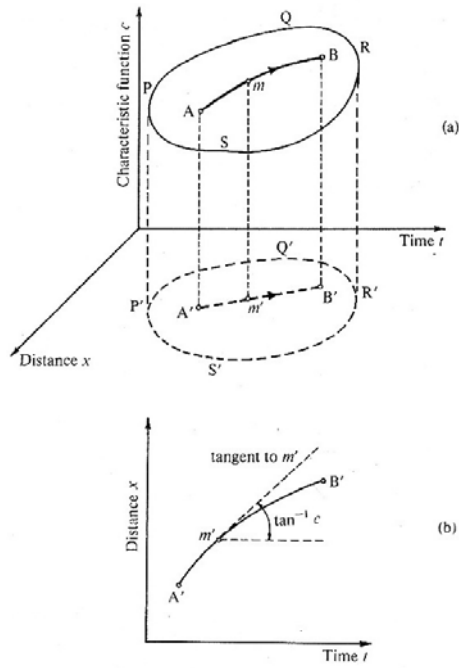
[1] The Thermodynamics and Gas Dynamics of Internal Combustion Engines, Volume 1, Rowland S. Benson, Edited by J.H. Horlock and D.E. Winterbone, Clarendon Press Oxford 1982.

[2] Nonsteady, One-Dimensional, Internal, Compressible Flows, JOHN A.C. KENTFIELD, Oxford University Press 1993

[3] Evaluation of gas release rate through holes in pipelines, Dong Yuhua, Gao Hilin, Zhou Jing, Feng Yaorong, 2002

۳-۴ خرداد ۱۳۸۸، مرکز همایشهای بین المللی رازی، تهران

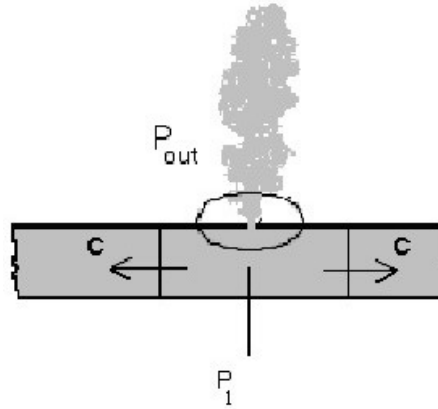
[4] Pipeline Design & Construction: A Practical Approach, M. Mohitpour, H. Golshan, A. Murray, TJ930. M57 2003.



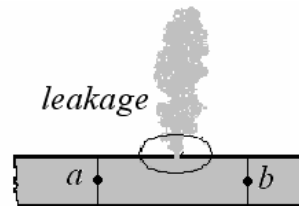
شکل ۲. شرح گرافیکی روش مشخصه ها

(a) رویه سه بعدی معین کننده رابطه $c = c(x, t)$

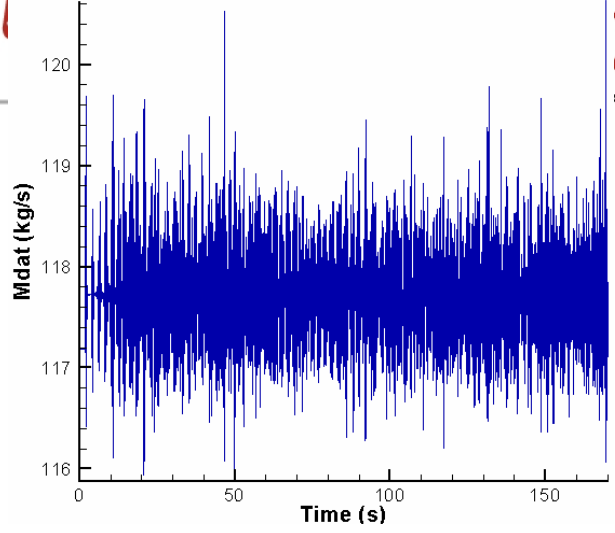
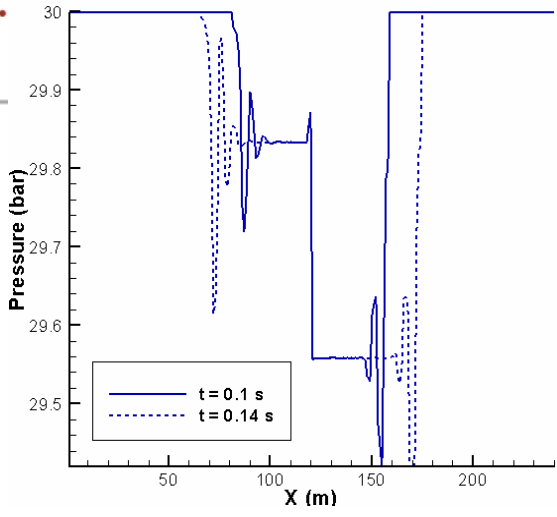
(b) تصویر منحنی روی سطح در صفحه $c = 0$



شکل ۱. نمایش نشتی و امواج انبساطی تولید شده از آن



شکل ۳. محل قرارگیری سوراخ بین دو گره

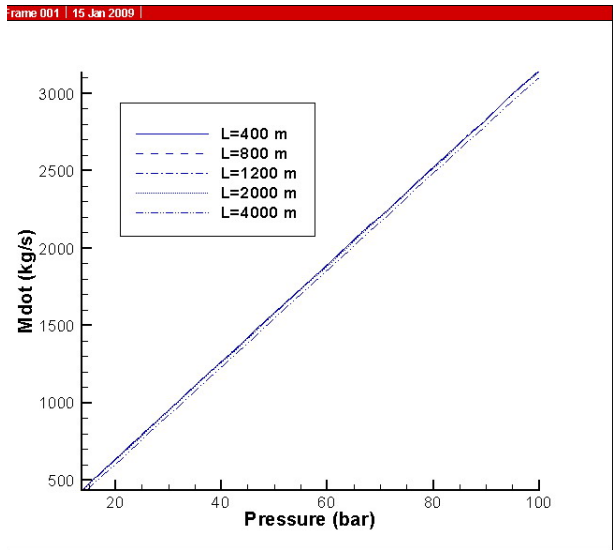
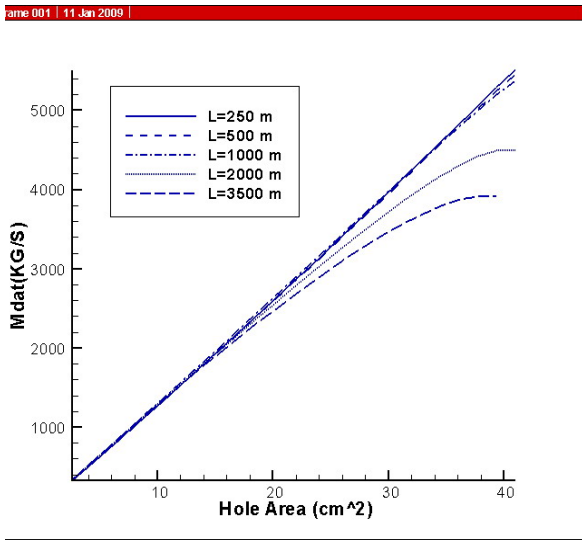


4-a

4-b

شکل ۴. حالت مرز اول: 4-a- تغییرات فشار با افزایش طول لوله در زمان های اول

4-b- تغییرات شار جرمی خروجی با زمان

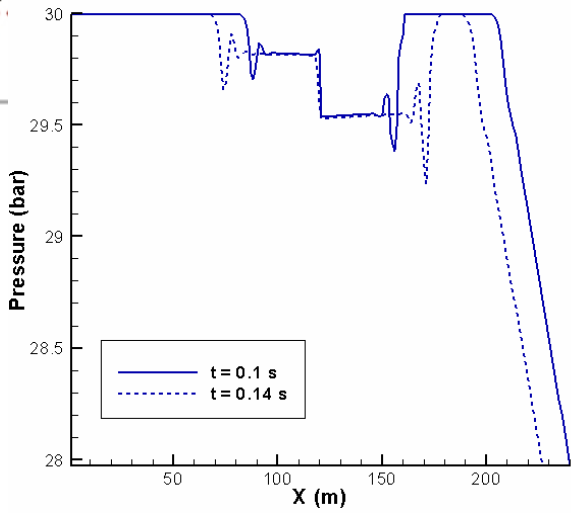


5-a

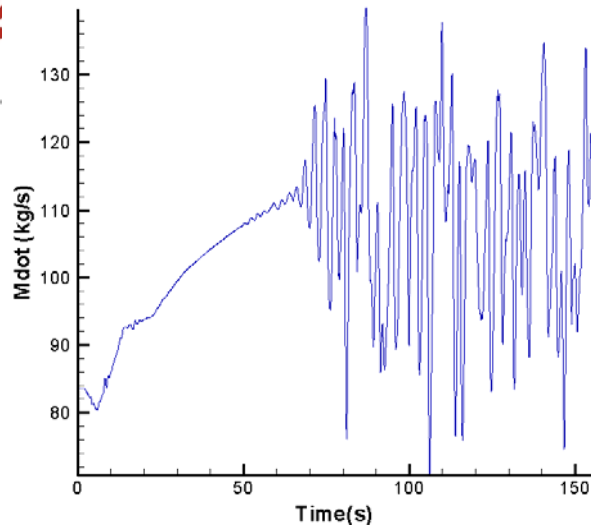
5-b

شکل ۵. حالت مرز اول: 5-a- تغییرات شار جرمی خروجی با افزایش سطح مقطع سوراخ و برای طولهای مختلف لوله

5-b- تغییرات شار جرمی خروجی با فشار و برای طولهای مختلف لوله



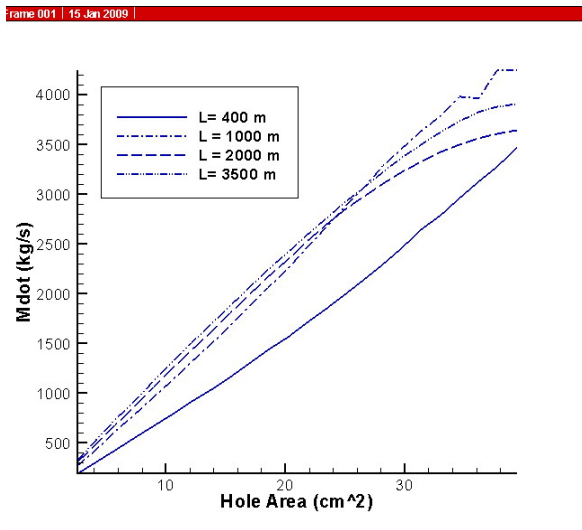
6-a



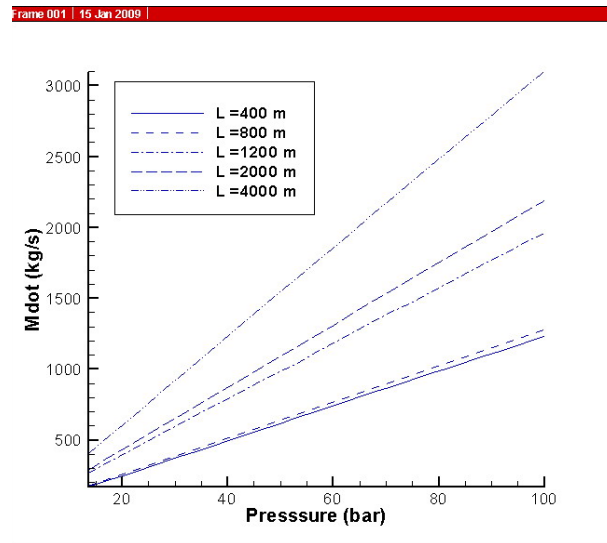
6-b

شکل ۶. حالت مرز دوم: 6-a- تغییرات فشار با افزایش طول لوله در زمان های اول

6-b- تغییرات شار جرمی خروجی با زمان



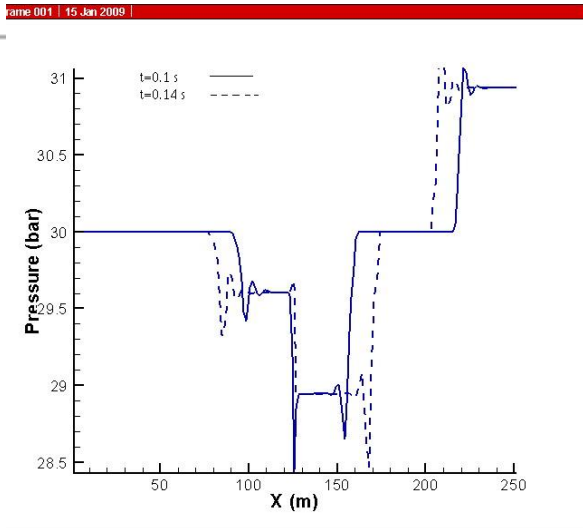
7-a



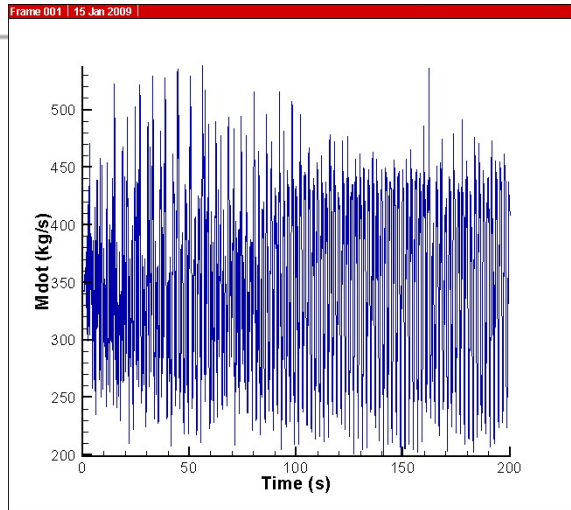
7-b

شکل ۷. حالت مرز دوم: 7-a- تغییرات شار جرمی خروجی با افزایش سطح مقطع سوراخ و برای طولهای مختلف لوله

7-b- تغییرات شار جرمی خروجی با فشار و برای طولهای مختلف لوله



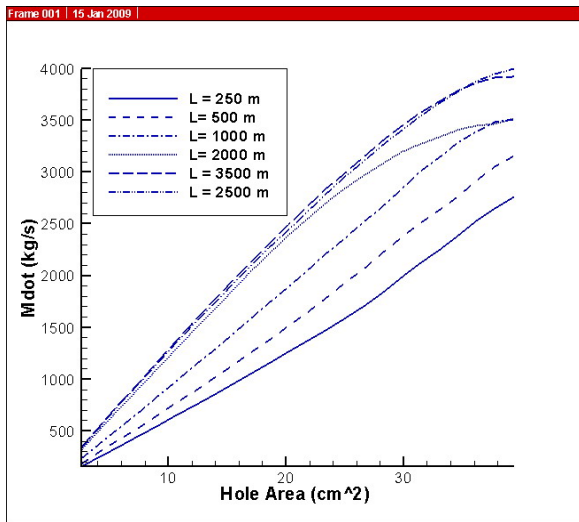
8-a



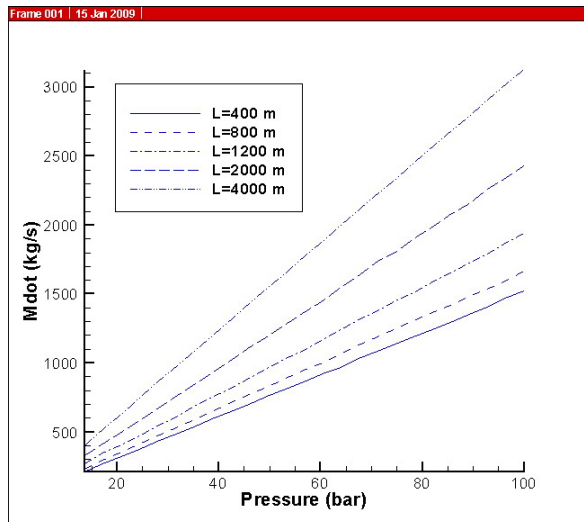
8-b

شکل ۸. حالت مرز سوم: 8-a- تغییرات فشار با افزایش طول در زمان های اول

8-b- تغییرات شار جرمی خروجی با زمان



9-a



9-b

شکل ۹. حالت مرز سوم: 9-a- تغییرات شار جرمی خروجی با افزایش سطح مقطع سوراخ و برای طولهای مختلف لوله

9-b- تغییرات شار جرمی خروجی با فشار و برای طولهای مختلف لوله