ارائه روش‌های حل ابتکاری برای مسئله زمانبندی کار کارگاهی با تابع هدف مجموع وزنی واحد کاری دارای دیرکرد

محمد رنجبر
دانشکده مهندسی- گروه مهندسی صنایع
دانشگاه فردوسی- مشهد- ایران
m_ranjbar@um.ac.ir

فروغ عباسیان
دانشکده مهندسی- گروه مهندسی صنایع
دانشگاه فردوسی- مشهد- ایران
foroogh.abasian@stu-mail.um.ac.ir

چکیده

در این مقاله به بررسی مسئله زمانبندی کار کارگاهی با تابع هدف مجموع وزنی واحدهای کاری دارای دیرکرد[۱] (LW) پرداخته می‌شود. با استفاده از مفاهیم موجود در این تابع هدف و تلفیق آن با ویژگی‌های مسائل کار کارگاهی، قواعد ابتکاری ساده‌ای برای حل ارائه شده است.

مقدمه و تاریخچه تحقیق

تابع هدف LW برای اولین بار در سال ۱۹۸۶ توسط بلاژویچ [۱] با عبارت فقدان اطلاعات روی مسائل زمانبندی ماشین‌های موازی مطرح شد. هچبام و همکارانش در سال ۱۹۹۰ [۲] این تابع هدف را با مفهوم تعداد واحدهای کاری دارای دیرکرد مطرح کردند. بعد از آن در سال ۱۹۹۱ پاتس و همکارانش [۳] تابع هدف LW را روی مسائل زمانبندی تک ماشین مطرح کردند. استرنا در سال ۲۰۱۱ [۴] مرور ادبیات کاملی از مسائل زمانبندی با تابع هدف LW ارائه کرده‌است.

این تابع هدف تلفیقی از مفهوم دو تابع هدف مجموع زمانی دیرکردها و تعداد کارهای دارای دیرکرد است و با Y_j نمایش داده‌می‌شود. رابطه (۱) نحوه محاسبه این تابع هدف را نشان می‌دهد که در آن نمادهای d_j ،p_j و C_j به ترتیب بیانگر زمان پردازش، زمان تحویل و زمان اتمام کار j می‌باشند.

$$Y_j = \begin{cases} ۰ & C_j \leq d_j \\ C_j - d_j & d_j < C_j \leq d_j + p_j \\ p_j & C_j \geq d_j + p_j \end{cases} \qquad (۱)$$

در رابطه بالا Y_j، تعداد واحدهای کاری دارای دیرکرد برای کار j را نشان می‌دهد. منظور از واحدهای کاری دارای دیرکرد این است که اگر کار j با زمان پردازش را به p_j کار با زمان پردازش یک تقسیم کنیم، واحدهایی که بعد از d_j به اتمام می‌رسند واحدهای کاری دارای تأخیر هستند. در یک مساله زمانبندی با n کار، تابع هدف برابر است با $Y = \sum_{j=۱}^{n} Y_j$ و اگر اهمیت کارها متفاوت باشد، تابع هدف بصورت وزندار یعنی $Y_w = \sum_{j=۱}^{n} w_j Y_j$ در نظر گرفته می‌شود که در این رابطه w_j بیانگر وزن کار j است.

۱. تعریف مسأله و مدلسازی

در این مقاله مساله عمومی کار کارگاهی در حالت کلی و با در نظر گرفتن تابع WLW[۲] مورد بررسی قرار می‌گیرد و بر اساس نمادگذاری گراهام و همکارانش [۹]بصورت $J||Y_w$ نمایش داده می‌شود. این مساله شامل زمانبندی یک مجموعه از کارها$J = \{J_1, \dots, J_n\}$ بر روی یک مجموعه از ماشین‌ها $M = \{M_1, \dots, M_m\}$ است. کلیه فرضیات مسأله کلاسیک کارکارگاهی برقرار است. برای هر عملیاتی از کار j که روی ماشین i انجام می‌شود، زمان پردازش p_{ij} است.

در ادامه به بررسی مدلسازی مساله $J||Y_w$ می‌پردازیم. فرض کنید نماد (i,j) معرف عملیاتی از کار j باشد که به روی ماشین i انجام می‌شود. همچنین مجموعه A بیانگر روابط پیش‌نیازی مربوط به عملیاتهای i و k از کار j است. متغیر y_{ij} را به عنوان زمان اتمام کار j به روی ماشین i تعریف می‌کنیم. متغیر صفر و یک x_{ij} مقدار صفر می‌گیرد اگر $y_{ij} < d_j$ و در غیر اینصورت مقدار یک می‌گیرد. بنابراین مدل مساله $J||Y_w$ بصورت زیر ارائه می‌شود.

$$min\, Y_w = \sum_{j=۱}^{n} \sum_{i=۱}^{m} (Lw_{ij} x_{ij}) \qquad (۲)$$

s.t:

$$y_{kj} - y_{ij} \geq p_{ij} \qquad \forall (i,j) \to (k,j) \qquad (۳)$$

$$y_{ij} - y_{il} \geq p_{il} \ \text{ یا } \ y_{il} - y_{ij} \geq p_{ij} \quad \forall (i,l) \to (i,j), i = ۱, \dots, m \qquad (۴)$$

$$y_{ij} \leq d_j + M x_{ij} \qquad \forall (i,j) \qquad (۵)$$

$$y_{ij} > d_j + M(۱ - x_{ij}) \qquad \forall (i,j) \qquad (۶)$$

$$y_{ij} \geq ۰ \qquad \forall (i,j) \qquad (۷)$$

$$x_{ij} \in \{۰و۱\} \qquad \forall (i,j) \qquad (۸)$$

معادله شماره ۲، تابع هدف مدل است و مقدار WLW را حداقل می‌کند. محدودیت شماره ۳، توالی عملیاتهای یک کار را اعمال می‌کند.

---

[۱] Late work

[۲] Weighted late work

محدودیت شماره ۴ بیانگر این است که برای دو کار j و l که نیاز به ماشین i دارند یکی باید پس از دیگری انجام شود. محدودیتهای شماره ۵ و ۶ ارتباط بین متغیرهای y_{ij} و x_{ij} را برقرار می‌سازد که مقادیر مجاز آنها نیز در محدودیتهای شماره ۷ و ۸ آمده‌است. در این مدلسازی، نماد M به منزله یک عدد مثبت بسیار بزرگ است.

۲. روش حل

بر اساس اطلاعات ما، این مساله تا به حال مورد بررسی قرار نگرفته‌است. در این تحقیق هشت روش ابتکاری یا قاعده برای حل این مسأله ارائه می‌شود که هیچکدام لزوماً به جواب بهینه نمی‌رسند اما جوابهایی با کیفیت مناسب ایجاد می‌کنند. قواعد به ترتیب عبارتند از WSPT، WLPT، WD، EDD، SQNO، SQNO1، WS و RANDOM.

در هر یک از این روش‌های حل، بر اساس یک قاعده مشخص، توالی از کارها ارائه می‌شود. به منظور زمانبندی کارها، بر اساس توالی ارائه شده، کارها یک به یک انتخاب می‌شوند و تمامی عملیات‌های کار انتخاب شده در زودترین زمان ممکن زمانبندی می‌شوند.

در قاعده WSPT برای هر کار نسبت $w_j/\sum_{i=1}^{m} p_{ij}$ محاسبه شده و کارها بر اساس ترتیب نزولی این نسبت، جهت پردازش مرتب می‌شوند. قاعده WLPT صرفاً جهت مقایسه با قاعده‌ی WSPT ارائه شده است و انتظار می‌رود جواب حاصل از این قاعده بدتر از جواب WSPT باشد. در این قاعده کارها به ترتیب نزولی $\sum_{i=1}^{m} p_{ij}/w_j$ مرتب، و سپس زمانبندی می‌شوند. در قاعده WD برای هر کار نسبت w_j/d_j محاسبه می‌شود و کارها به ترتیب نزولی این نسبت مرتب می‌شوند. انتظار می‌رود کار با ارزش بالاتر و موعد تحویل کمتر زودتر از سایرین انجام شود. در قاعده EDD کارها به ترتیب نزولی $1/d_j$ جهت زمانبندی مرتب می‌شود. قاعده SQNO به عنوان یک قاعده‌ی مناسب برای مسائل کار کارگاهی با هر تابع هدف دلخواهی بکار می‌رود. در این قاعده، اولویت زمانبندی با کاری است که صف کمتری روی ماشین‌های بعدی داشته باشد، که این صف می‌تواند هم به معنای تعداد کارهای منتظر و هم به معنای جمع زمانی کارهای منتظر باشد که اولی تحت عنوان SQNO1 و دومی تحت عنوان SQNO در این مقاله مطرح می‌شوند. در قاعده WS، کارها بترتیب عبارت $\frac{w_j}{d_j}\times\sum_{i=1}^{m} p_{ij}$ مرتب می‌شوند. انتظار می‌رود این قاعده نسبت به قاعده‌ی WD جواب بهتری بدهد چراکه زمان پردازش‌ها نیز در نظر گرفته شده‌است. در قاعده RANDOM، یک ترتیب تصادفی برای اولویت‌بندی کارها ایجاد می‌شود. تاثیر هریک از قواعد را در بهبود جواب، با مقایسه با این قاعده می‌توان درک کرد.

۳. نتایج محاسباتی

کلیه قواعد ارائه شده توسط Visual C++6 برنامه‌نویسی و اجرا شده‌اند. به منظور مقایسه عملکرد روش‌های مختلف ارائه شده جهت حل مساله $J||Y_w$، ابتدا مجموعه نمونه مسائل استاندارد لارنس [۱۰] را که برای مسأله $J||C_{max}$ طراحی شده‌اند را انتخاب کردیم. این مجموعه حاوی ۴۰ نمونه مساله بوده و اطلاعات داخل هر نمونه مساله شامل زمان‌های پردازش مربوط به عملیات‌های هر کار و توالی انجام عملیات‌های هر کار بر روی ماشین‌های مختلف است. تعداد کارها در این مسائل بین ۱۰ تا ۳۰ و تعداد ماشینها بین ۵ تا ۱۵ تغییر می‌کنند

به منظور مقایسه روش‌های حل، برای هر نمونه مساله بهترین جواب به دست آمده از تمامی روش‌های حل را به عنوان معیار در نظر می‌گیریم. سپس میزان درصد انحراف جواب هر روش را نسبت به بهترین جواب می‌سنجیم. جدول (۱) میانگین درصد انحراف جواب‌های به دست آمده از هر قاعده را نسبت به بهترین جواب‌ها نشان می‌دهد.

قاعده	WSPT	WLPT	WD	EDD	SQNO	SQNO1	WS	RND
APD	۹.۲	۴۷.۴	۹.۰	۳۹.۰	۳.۱	۲۴.۷	۹.۰	۲۸.۷

جدول ۱ : *میانگین درصد انحراف از بهترین جواب برای هر قاعده*

همانطور که از نتایج حاصل شده پیداست، قاعده SQNO، بهترین جواب‌ها را ایجاد کرده‌است. لازم به ذکر است این قاعده یک قاعده‌ی پویاست و زمان‌های باقیمانده یک کار در آن همواره به روز رسانی می‌شود.

مراجع

[۱] J. Blazewicz, *Scheduling preemptible tasks on parallel processors with information loss*, Technique et Science Informatiques 3(1984), no. 6, 415–20.

[۲] D. S. Hochbaum and R. Shamir, *Minimizing the number of tardy job units under release time constraints*, Discrete Applied Mathematics 28(1990), no. 1, 45–57.

[۳] C. N. Potts and L. N. Van Wassenhove, *Single machine scheduling to minimize total late work*, Operations Research 40(1991), no. 3, 586–95.

[۴] M. Sterna, *A survey of scheduling problems with late work criteria*, Omega 29(2011), 120-29.

[۹] R. L. Graham, E. L. Lawler, J. K. Lenstra and A. H. G. RinnooyKan, *Optimization and Approximation in deterministic sequencing and scheduling theory:* a survey. Annals of Discrete Mathematics 5(1979), 287-326.

[۱۰] S. Lawrence, *Supplement to resource constrained project scheduling*: an experimental investigation of heuristic scheduling techniques, Graduate School of Industrial Administration, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, USA 1984.