

## بررسی تأثیر متقابل تسخیر گردابه و پخش عددی در زوایای حمله مختلف حول ایرفویل NACA0012 در حالت پایا و ناپایا

علی حیدری  
دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد  
محمود پسندیده فرد  
دانشیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد  
مجید ملک جعفریان  
استادیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند

### چکیده

در این مقاله هدف بررسی اثر همزمان و متقابل اتلافات عددی و تسخیر گردابه در نواحی نزدیک و دور از سطح جسم در حالت پایا و ناپایا می‌باشد. از یک طرف در روشهای مختلف عددی به دلیل خطاهای عددی ناشی از نحوه بسط معادلات و نیز قطع کردن آنها، وجود عبارت های اتلافی مصنوعی یا خاصیت پخشی معادلات تفاضلی گریز ناپذیر است. از طرف دیگر تسخیر گردابه یک جمله چشمه به معادلات اوپلر به عنوان یک نیروی جسمی وارد کرده که این نیز مقداری لزجت مصنوعی به معادلات اضافه و یا از آن کم می‌کند. اما تأثیر آنها بر لزجت عددی متفاوت است و لذا بررسی عمیق اثر آنها بر یکدیگر و نهایتاً بر دقت نتایج و نیز سرعت و همگرایی حل لازم به نظر می‌رسد. این روشها برای جریان تراکم پذیر، دوبعدی پایا و ناپایا حول ایرفویل ثابت و پیچشی NACA0012 در زوایای حمله مختلف پیاده شده است. اثر این عوامل بر نتایج حاصله هم در نواحی بدون جدایش و هم در نواحی جداشده وسیع از سطح مورد تحلیل قرار می‌گیرد. هدف کلی این است که آیا می‌توان تنها با حل معادلات اوپلر و کاربرد تسخیر گردابه و اتلافات عددی مناسب برای شبکه نسبتاً درشت، نتایج قابل قبولی در مقایسه با استفاده از معادلات ناویر-استوکس و مدل‌های آشفتگی برای شبکه بسیار ریز به دست آورد. نتایج نشان می‌دهد که تحت شرایطی با کمی سعی و خطا می‌توان با حل معادله اوپلر و اعمال تسخیر گردابه در زمان بسیار کم نتایج اولیه‌ی قابل قبولی گرفت.

کلمات کلیدی: تسخیر گردابه، اتلافات عددی، لزجت مصنوعی، جدایش لایه مرزی

## Investigation of the Interaction Between Vorticity Confinement and Numerical Diffusion Effects for the Steady and Unsteady Flows Around NACA0012 Airfoil at Different Angles of Attack

A. Heydari Ph.D. Student, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad  
M. Pasandideh- Fard Associate Professor, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad  
M. Malek-jafarian Assistant Professor, Faculty of Engineering, University of Birjand

### Abstract

The purpose of this article is investigating the simultaneous and mutual effect of numerical dissipations and vorticity confinement in the regions near and far from the surface. From one hand because of the numerical dissipations due to differencing method and truncation errors, the existence of artificial dissipation or diffusion property is inevitable. On the other hand vorticity confinement acts as a body force source term to the Euler equations, which this also add or subtract the amount of numerical viscosity. However, the effects of these properties are different and thus deeply consideration of these effects on each other and finally on the predictions and the speed of convergence seems to be necessary. The problem is set up for the compressible, two dimensional and steady and unsteady flow around the fixed and pitching NACA0012 airfoil at different angles of attack. From this point of view the attached and highly separated regions of the boundary layer are investigated. The overall goal is that, is it possible to achieve acceptable predictions using only Euler equations with vorticity confinement and suitable artificial dissipations with coarse grid meshes in comparison with Navier Stokes equations with turbulence models and very fine grids? The numerical predictions show that under these conditions with several try and errors satisfactory primary results could be obtained in much less running time.

**Keywords :** Vorticity confinement, Numerical diffusion, Artificial viscosity, Boundary layer separation

## ۱-مقدمه

بسیاری از جریانها شامل تولید و پخش گردابه هستند از جمله جریانهای لایه مرزی، جریان دنباله پشت بال و جدایش جریان تحت زوایای حمله مختلف که در آنها لزجت جریان نقش تعیین کننده‌ای در تولید و پخش گردابه‌ها دارد. در بسیاری از این مسائل لزجت عددی اضافه شده به معادلات (خواسته یا ناخواسته) در اثر اتلافات عددی، عامل پخش غیر واقعی گردابه‌ها و نواحی جدایش یافته می‌شود. بنابراین ضرورت دارد تأثیر اتلافات عددی بر نیروهای وارد بر جسم با دقت بررسی شود. تاریخچه استفاده از طرح‌های اتلاف مصنوعی به کارهایی که بوریس و بوک [۱] انجام دادند بر می‌گردد. آنها به تمام میدان جریان عبارت‌های اتلافی را اضافه کردند تا از نوسانات ناخواسته جلوگیری نمایند. که این روش در مراجع [۲] و [۳] توسعه یافت و طرح‌های اتلاف مصنوعی مختلف ارائه شد که در عمل بسیار مؤثر بودند.

روشی که جهت جلوگیری از پخش گردابه به علت لزجت مصنوعی پیشنهاد شده است روش تسخیر گردابه می‌باشد. در این روش با اضافه کردن یک نیروی جسمی به معادلات ممنتم و کار انجام شده توسط این نیرو به معادلات پایستاری انرژی، حل غیر پخشی از معادلات حاکم گرفته می‌شود. این روش از لزجت عددی کاسته و از پخش مصنوعی گردابه جلوگیری می‌کند. این کار ابتدا توسط اشتاینهوف و همکاران [۴-۶] و هو و همکاران [۷] معرفی شد. اشتاینهوف همچنین از این روش به عنوان یک مدل آشفتگی LES استفاده کرد [۸]. این مدل توسط مولتون [۹] و نرن [۱۰] و دیتز [۱۱] توسعه و بهبود یافته و برای کاربردهای مختلفی مورد استفاده قرار گرفته است. آنها توانستند نشان دهند که با این روش گردابه در فواصل بالا پخش نشده و قدرت خود را حفظ می‌کند و دقت نتایج به دست آمده در مقایسه با نتایج RANS قابل قبول بوده اما زمان لازم جهت حصول نتایج یک مرتبه کمتر است. جیمسون [۱۲] از این روش در جریان حول ملخ هواپیما و بال هلیکوپتر استفاده کرد و نشان داد که این روش در بهبود نتایج بسیار مؤثر است. هو و گراسمن [۱۳] روش تسخیر گردابه تراکم پذیر را برای جریان با ناحیه جدایش وسیع بکار بردند. کارهای اولیه بر روی این روش در نهایت با یک فاکتور انتخابی به نام پارامتر تسخیر که توسط کاربر تعیین می‌شد، تکمیل شد.

کارهای تکمیلی بر روی پارامتر تسخیر توسط مورایاما [۱۴]، کوستس و کوانی [۱۵]، لوهنر و ینگ [۱۶] و همچنین هان [۱۷] انجام شده است. ملک جعفریان و باقری-اسفه [۱۸] و [۱۹] برای روش‌های مختلف تخمین اتلافات عددی این روش را پیاده کرده و پارامتر تسخیر را طوری

تخمین زدند که دیگر انتخابی نبوده و برای هر روش مقدار مشخصی داشته باشد. در این مراجع از کد بکار رفته در این مقاله استفاده شده و صحت روش تسخیر گردابه برای شبکه درشت در آنجا ارائه گردیده است. دیتز و همکاران در مراجع [۲۰] و [۲۱] از یک تکنیک تحت نام دینامیک سیالات محاسباتی شبکه درشت استفاده کردند که علاوه بر نتایج قابل قبول از سرعت بسیار بالایی برخوردار است، آنها از این روش در تحلیل عملکرد پره‌های هلیکوپتر و جریان ناپایا در اطراف یک ایرفویل نوسانی پیچشی استفاده کردند، که به کمک این روش توانستند با دقت خوبی واماندگی دینامیکی و ضرائب آیرودینامیکی را محاسبه کنند. در این روش معادلات اوپلر با شبکه درشت و شرایط مرزی بدون لغزش در سطح تحلیل شده و لایه مرزی به صورت مصنوعی توسط روش تسخیر گردابه سطحی شبیه‌سازی می‌شود. مولتون و اشتاینهوف در مرجع [۹] نیز از روش تسخیر گردابه در تحلیل ایرفویل‌های نوسانی و تخمین واماندگی دینامیکی استفاده نمودند. آنها نشان دادند که روش تسخیر گردابه در بسیاری از کاربردهای ناپایا قابل استفاده بوده و زمان حل ناپایا را به شدت کاهش می‌دهد در حالی که دقت نتایج مطلوب باقی می‌ماند. در تحلیل‌های غیردائم از آنجا که گام زمانی و گام حرکتی تابعی از اندازه شبکه می‌باشند، استفاده از این روش که برای شبکه درشت بکار می‌رود بسیار ارزشمند است.

طبق مطالعات انجام شده، تسخیر گردابه روشی است که در آن نواحی گردابی که با مرز محدود شده‌اند ( لایه مرزی) و جریان گردابی آزاد، برای جریان غیرلزج با معادلات اوپلر شبیه‌سازی می‌شوند. در جابجایی گردابه‌ها، این روش نقش ضد پخشی گردابه را ایفا کرده و از پخش عددی آن جلوگیری می‌کند. رفتار این نواحی گردابی در محاسبه مرتبه‌های بالای جریان آشفته، بسیار مهم است. همچنین، این روش بر رشد لایه مرزی و پروفیل سرعت در این لایه اثر می‌گذارد. با وجود اینکه بر روی اثر تسخیر گردابه در جریان‌های گردابه غالب کار زیادی شده است، ولی برای جریان‌های لایه مرزی همراه با جدایش، اثر اتلافات عددی و تسخیر گردابه بصورت همزمان، کمتر تحقیق صورت گرفته است ([۹]، [۲۰] و [۲۱]). از آنجا که افزایش یا کاهش بیش از حد تسخیر گردابه و اتلافات عددی موجب به وجود آمدن نتایج غیر فیزیکی و اشتباه می‌شود، باید با مطالعه دقیق معادلات و نحوه اثر گذاری این پارامترها بر نتایج و بر یکدیگر، راهکاری ارائه شود تا بهترین حالت، که نتایج قابل قبولی نیز به همراه دارد انتخاب شده و حل معادلات بر اساس آن انجام شود. علاوه بر این می‌توان از یک شبکه درشت برای جریان‌های آشفته سه بعدی با جدایش وسیع استفاده

$$F_i = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + P \\ v(\rho e + P) \end{bmatrix}, \quad E_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{yy} \\ (u\tau_{xx} + v\tau_{yy} - q_x) \end{bmatrix}$$

$$F_v = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{xy} \\ (u\tau_{yx} + v\tau_{xy} - q_y) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$H = E + \frac{p}{\rho} = \frac{c^2}{\gamma - 1} + \frac{u^2}{2}$$

$$e = \frac{P}{(\gamma - 1)} + \frac{1}{2} \rho (u^2 + v^2)$$

$$p = (\gamma - 1) \rho \left( E - \frac{u^2}{2} \right), \quad c^2 = \frac{\gamma P}{\rho}$$

نحوه محاسبه تنش های برشی در معادله (۲) به طور کامل در مرجع [۲۲] آمده است. مدل آشفتگی مورد استفاده مدل بالدوین-لومکس است. این مدل یک مدل صفر معادله‌ای دو لایه‌ی جبری است که لزجت آشفتگی را به صورت تابعی از پروفیل سرعت داخل لایه مرزی می‌دهد. این مدل برای جریان‌های با عدد رینولدز بالا و چسبیده به سطح کاربرد دارد و می‌توان در کاربردهای آیرودینامیک و توربو ماشین از آن استفاده نمود [۲۳]. مدل آشفتگی بالدوین-لومکس برای جریان‌های با جدایش وسیع و اثرات انحنای شدید مناسب نیست.

در کار حاضر که ناحیه جدایش وسیعی نداریم این مدل دقت کافی داشته و می‌توان از آن استفاده نمود. شکل بدون بعد این مدل بصورت زیر است:

$$v_{ti} = l_{mix}^2 |\omega|$$

$$l_{mix} = ky + \left[ 1 - e^{-y^+ / A_0^+} \right]$$

$$\omega^+ = \frac{\partial u^+}{\partial y^+}$$

$$v_{to} = a C_{cp} F_{wake} F_{kleb}$$

$$F_{wake} = \min \left[ y_{max} F_{max}, \frac{C_{wk} y_{max}^+ u_{diff}^+{}^2}{F_{max}} \right] \quad (3)$$

$$F_{max} = \frac{1}{k} [\max(l_{mix} |\omega|)]$$

$$F_{kleb} = \left[ 1 + 5.5 \left[ \frac{y^+}{y_{max}^+} C_{kleb} \right] \right]$$

$$k = 0.41, \quad \alpha = 0.0168, \quad A_0^+ = 26$$

$$C_{cp} = 1.6, \quad C_{kleb} = 0.3, C_{wk} = 1.0$$

که  $y_{max}$  مقداری از  $y$  است که  $|\omega| \times l_{max}$  در آن بیشینه می‌شود و  $u_{diff}$  مقدار سرعت بیشینه در لایه مرزی است اما در لایه برشی آزاد برابر اختلاف بین بیشینه سرعت در آن لایه و  $u$  در  $y_{max}$  است.

نمود. در نتیجه نیاز به زمان CPU خیلی کم در مقایسه با محاسبات شبیه‌سازی گردابه های بزرگ همراه با حل معادلات ناویر-استوکس خواهد بود.

در این مقاله هدف بررسی اثر همزمان تسخیر گردابه و اتلافات عددی در حالت‌های پایا و ناپایا بر نتایج و واکنش بین این دو روش در کنار دیواره و نیز دور از آن است. در حالت دائم جریان حول ایرفویل ثابت در زوایای حمله مختلف، در سه حالت جهت مقایسه در نظر گرفته شده است. در حالت اول جهت مقایسه با نتایج حاصل از تسخیر گردابه و اتلافات عددی، معادلات ناویر-استوکس با شبکه ریز شده نزدیک سطح و مدل آشفتگی بالدوین لومکس حل شده است. شایان ذکر است با اینکه مدل بالدوین لومکس در تحلیل منطقه جدایش وسیع جریان ضعیف عمل می‌کند، اما به جهت اینکه در میان انواع مدل‌های آشفتگی کمترین زمان لازم برای تحلیل لایه مرزی را دارد و نیز چون هدف اصلی تحلیل دقیق لایه‌ی مرزی نبوده، فقط جهت مقایسه از آن استفاده شده، لذا این مدل پیاده شده است. در حالت دوم معادلات اوایلر با شبکه درشت و شرایط مرزی غیرلزج اعمال شده است و در حالت سوم معادلات اوایلر با شرط مرزی بدون لغزش و شبکه درشت با اعمال اتلافات عددی مختلف و تسخیر گردابه با قدرتهای مختلف تحلیل می‌شوند. نهایتاً در حالت سوم با توجه به مزیت زمان بسیار کم لازم جهت اجراء، شرایط لازم جهت استفاده از تسخیر گردابه در جریان‌های محدود به دیواره و نیز جدا شده از سطح ارائه خواهد شد. در حالت ناپایا جریان حول ایرفویل تحت نوسان پیمشی تحلیل می‌شود. در این قسمت شرایط حالت سوم استفاده شده در ایرفویل ثابت بکار برده می‌شود. همچنین سعی شده است تا در حالت ناپایا زوایای نوسان کم و همچنین بالا در محدوده و اماندگی بررسی شود.

## ۲- معادلات حاکم و روش حل

### الف) معادلات ناویر-استوکس

جهت تحلیل اولیه معادلات برای یک جریان دو بعدی در نظر گرفته می‌شوند.

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial E_i}{\partial x} + \frac{\partial F_i}{\partial y} = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} \quad (1)$$

که در آن:

$$W = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix}, \quad E_i = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ u(\rho e + P) \end{bmatrix}$$

$$d_{i+1/2} = \varepsilon_{i+1/2}^2 + \Delta W_{i+1/2} - \varepsilon_{i+1/2}^4 \times (\Delta W_{i+3/2} - 2\Delta W_{i+1/2} + \Delta W_{i-1/2}) \quad (10)$$

که در آنها  $W$  مولفه‌های جریان می‌باشد و ضرائب  $\varepsilon_{i+1/2}^2$  و  $\varepsilon_{i+1/2}^4$  که معروف به ضرائب تطبیقی می‌باشند به صورت زیر تعریف می‌گردند. (برای اطلاعات بیشتر به مراجع [۳] و [۴] مراجعه شود)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{i+1/2}^4 &= \alpha_{i+1/2} \max(0, K_4 - a\bar{S}) \\ \varepsilon_{i+1/2}^2 &= \alpha_{i+1/2} \min(0.5, K_2\bar{S}) \\ K_4 &= \frac{1}{w} = \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{128} \quad K_2 = 1 \quad ; a = 2 \end{aligned} \quad (11)$$

در کار حاضر که عدد ماخ پایین بوده و موج ضربه‌ای نداریم  $\varepsilon^2 \rightarrow 0$ . بنابراین معادله (۹) را می‌توان به صورت زیر تقریب زد:

$$d_{i+1/2} \cong -\varepsilon_{i+1/2}^4 \times (\Delta W_{i+3/2} - 2\Delta W_{i+1/2} + \Delta W_{i-1/2}) \quad (12)$$

### ۵- تسخیر گردابه

تسخیر گردابه تراکم پذیر با اضافه نمودن نیروی جسمی به منظور کاهش یا حذف اتلافات ذاتی وابسته به گسسته‌سازی معادلات حاکم، در نواحی با گرادیان سرعت بالا مثل نواحی گردابه‌ای یا لایه مرزی حاصل می‌شود. بنابراین گردابه‌های بزرگ و کوچک به علت اتلافات عددی مستهلک خواهند شد. علاوه بر این می‌توان از یک شبکه درشت برای جریان‌های آشفته سه بعدی با جدایش وسیع و جریان‌های ناپایا استفاده نمود. در نتیجه نیاز به زمان CPU خیلی کم در مقایسه با محاسبات شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ یا ناویر- استوکس همراه با مدل آشفتگی خواهیم داشت. علاوه بر این در جریان-های ناپایا که گام حرکتی تابعی از ابعاد المان هاست، استفاده از شبکه درشت با دقت مطلوب و قابل مقایسه با نتایج حل لجز و شبکه ریز بسیار ارزشمند است. در این روش با اضافه کردن یک نیروی جسمی به معادلات ممنتم و کار انجام شده توسط این نیرو به معادلات پایستاری انرژی حل غیر پخشی از معادلات حاکم حاصل می‌شود. با باز نویسی معادلات اوپلر تراکم پذیر در سه بعد به صورت زیر داریم:

$$V_c = (0 \quad \rho \vec{f}_b \cdot \vec{i} \quad \rho \vec{f}_b \cdot \vec{j} \quad \rho \vec{f}_b \cdot \vec{V}) \quad (13)$$

در اینجا  $V_c$  عبارت چشمه اضافه شده به معادلات اوپلر که همان تابع تسخیر گردابه است.

در این رابطه  $\vec{f}_b$  همان نیروی جسمی بر واحد جرم بوده و وظیفه آن توازن پخش خطاهای عددی مربوط به گسسته‌سازی معادلات و پایستاری ممنتم در نواحی گردابه‌ای می‌باشد. این

### ب) معادلات اوپلر با تسخیر گردابه

در تحلیل معادلات اوپلر دوبعدی تراکم پذیر برای جریان غیر لجز در نظر گرفته می‌شود که شکل عمومی آن به صورت زیر است:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial E_i}{\partial x} + \frac{\partial F_i}{\partial y} = V_c \quad (4)$$

که در آن  $V_c$  جمله چشمه مربوط به روش تسخیر گردابه تراکم پذیر است.  $W$  مولفه جریان،  $E_i$  و  $F_i$  بردارهای غیر لجز هستند که از معادله (۲) بدست می‌آیند. جمله چشمه می‌تواند صفر باشد و تسخیر گردابه اعمال نشود.

### ۳- بسط معادلات و اتلافات عددی

جهت تحلیل اولیه معادله اوپلر برای جریان یک بعدی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند.

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} F(W) = 0 \quad (5)$$

گسسته‌سازی معادله ۵ به صورت اختلاف مرکزی با دقت مرتبه اول مکانی داریم:

$$\begin{aligned} \frac{W_i^{n+1} - W_i^n}{\Delta t} + \frac{F_{i+1}^n - F_{i-1}^n}{2\Delta x} \\ + \frac{\Delta x}{2} (c) \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\Delta x^2}{6} (1 + 2c^2) \frac{\partial^3 F}{\partial x^3} + \dots = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن  $c = \frac{\Delta t}{\Delta x}$  است همچنین گسسته‌سازی معادله ۵ به صورت بالادست با دقت مرتبه اول مکانی به صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \frac{W_i^{n+1} - W_i^n}{\Delta t} + \frac{F_i^n - F_{i-1}^n}{\Delta x} \\ - \frac{\Delta x}{2} (1-c) \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\Delta x^2}{6} \\ (1 - 3c + 2c^2) \frac{\partial^3 F}{\partial x^3} + \dots = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

### ۴- طرح اتلافی اسکالر

معادله (۵) را می‌توان به شکل زیر نیز گسسته‌سازی کرد:

$$\Delta x \frac{dW}{dt} + F_{i+1/2} - F_{i-1/2} = 0 \quad (8)$$

که در آن  $F_{i+1/2}$  شار عبوری از سطح بین سلول  $i$  و  $i+1$  می‌باشد. همانطور که می‌بینیم در این معادله جملات ناشی از خطاهای اتلافی وجود ندارند که برای مدل کردن آنها عبارتی به این معادله اضافه می‌شود که نقش خطاهای اتلافی دارد و به صورت معادله (۱۰) محاسبه می‌گردد:

$$F_{i+1/2} = \frac{1}{2} (F_{i+1} + F_i) - d_{i+1/2} \quad (9)$$

$F_i$  بردار شار یک کمیت برای سلول  $i$  می‌باشد و  $d_{i+1/2}$  شار اتلافی است که جهت جلوگیری از نوسانات حل به معادله اضافه می‌گردد. در طرح اتلافی اسکالر شار اتلافی به صورت زیر تعریف می‌گردد:

مرزی  $\frac{\partial v}{\partial x} \ll \frac{\partial u}{\partial y}$  و عبارت تسخیر گردابه منفی بوده و نقش تضعیف کننده اتلافات و لزجت عددی را داراست. همچنین در این ناحیه چون مقدار  $\frac{\partial u}{\partial y}$  قابل توجه است، پس اثر تسخیر گردابه نمایان می شود. به عنوان مثال برای صفحه تخت در داخل لایه مرزی برای  $K_4 = \frac{1}{8}$  مرتبه اتلافات عددی کم و مرتبه تسخیر گردابه بالا است. اما با کاهش اتلافات عددی در  $K_4 = \frac{1}{128}$  اتلافات عددی هم مرتبه با تسخیر گردابه شده، پس با کاهش اتلافات عددی اثر تسخیر گردابه بیشتر می شود. در خارج از لایه مرزی بدون نواحی گردابی، چون تغییرات سرعت و همچنین مقدار  $\omega_z$  ناچیز است، اثر تسخیر گردابه در این نواحی در مقابل اتلافات عددی ناچیز می شود. در این ناحیه مرتبه اتلافات عددی از مرتبه تسخیر گردابه بیشتر می شود. در خارج از لایه مرزی با نواحی گردابی، تسخیر گردابه با اتلافات عددی هم مرتبه شده و بر نتایج اثر می گذارد. دلیل آن هم بزرگتر شدن مقدار  $\omega_z$  در این نواحی است. بنابراین تسخیر گردابه تنها در نواحی که گرادبانهای سرعت بالاست مانند لایه مرزی یا نواحی جدایش یافته و نواحی گردابی اثرگذار بوده و در نواحی دیگر بی اثر است. در تمامی این نواحی تسخیر گردابه نقش کاهنده اتلافات عددی را داراست. جهت نشان دادن موارد فوق معادلات حاکم تحت شرایط مختلف حل شده و نتایج با هم مقایسه شده است که در زیر ارائه می گردد.

#### ۷- تعریف مسأله دائم

در شرایط دائم سه حالت مورد بررسی قرار گرفته است. که در جدول ۱ به صورت کامل آورده شده است.

جدول ۱- حالات مورد بررسی در کار حاضر

حالت	معادلات حاکم	شرایط مرزی	شبهه بندی
حالت اول	ناویلر-استوکس	لزج	لزج (لایه مرزی)
حالت دوم	اویلر	غیر لزج	غیر لزج (درشت)
حالت سوم	اویلر	لزج	غیر لزج (درشت)

در تمامی حالات عدد رینولدز جریان  $5 \times 10^6$  و عدد ماخ جریان  $0.3$  فرض شده است. ایرفویل مورد استفاده در تمامی حالات NACA0012 در نظر گرفته شده است و زاویه حمله جریان از صفر تا  $16^\circ$  تغییر می کند.

#### ۸- شرایط مرزی

در شرایط مرزی غیر لزج مولفه‌ی سرعت عمود بر سطح صفر شده و مؤلفه‌ی سرعت مماسی از معادله ممنتم کنار دیواره

نیرو بردار سرعتی به سمت مرکز گردابه و در کنار دیواره به سمت دیواره تولید کرده که از پخش شدن جریان جلوگیری می کند.

$$f_b^- = -E_c \bar{n}_c \times \bar{\omega} \quad (14)$$

$$\bar{n}_c = - \frac{\nabla |\bar{\omega}^-|}{\|\nabla |\bar{\omega}^-|\|} \quad (15)$$

در این رابطه  $n_c$  بردار یکه بوده و جهت آن به سمت مرکز ناحیه گردابه‌ای و در حالت تسخیر لایه مرزی به سمت سطح می باشد. هنگامیکه تسخیر گردابه و خطاهای عددی پخش شده موازنه شوند یک حل غیر پخشی به دست خواهد آمد.  $E_c$  همان پارامتر تسخیر گردابه بوده که میزان قدرت تسخیر را نشان می دهد.

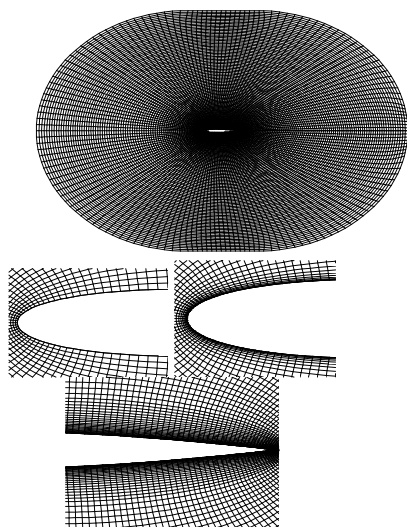
#### ۶- تحلیل تئوری اتلافات عددی و تسخیر گردابه

همانطور که گفته شد تسخیر گردابه علاوه بر اینکه بر نواحی گردابه غالب اثر مستقیم گذاشته و از پخش شدن گردابه به علت لزجت جلوگیری می کند بر لایه مرزی و پروفیل سرعت داخل این لایه نیز اثر گذار است. با توجه به معادله ۵ در بسط بالادست مرتبه اول معادلات همانطور که گفته شد مقدار پخش عددی بسیار بالاست. بنابراین تسخیر گردابه در این روش تأثیری بر نتایج ندارد اما با بالا رفتن مرتبه اختلاف بالادست مثلاً در روش Roe مرتبه ۳ مقدار این پخش کمتر شده و تسخیر گردابه تأثیر خود را نشان خواهد داد. اما در بسط مرکزی مرتبه اول که مقدار خطاهای عددی کم هستند نیز تأثیر تسخیر گردابه قابل توجه است.

در معادله (۱۲) چون  $\bar{S}$  در مناطق بدون موج ضربه‌ای تقریباً ناچیز است بنا بر این  $\varepsilon^4$  با  $K_4 = \frac{1}{W}$  تقریب زده می شود (در کار حاضر W مقادیر مختلف ۸ تا ۱۲۸ می گیرد). با اعمال روش اسکالر و تسخیر گردابه، سمت راست معادله ممنتم راستای X به صورت زیر بازنویسی می شود:

$$RHS = -k_4 (\Delta W_{i+3/2} - 2\Delta W_{i+1/2} + \Delta W_{i-1/2}) + \rho E_c \omega_z \times \frac{\frac{\partial}{\partial x} |\omega_z|}{\|\nabla |\omega_z|\|} \quad (16)$$

عبارت اول سمت راست معادله اویلر اتلافات عددی و عبارت دوم تسخیر گردابه می باشد. از آنجا که این دو عبارت، در نواحی مختلف جریان رفتارهای متفاوت دارند، در اینجا اثر متقابل این دو عبارت در این نواحی تحلیل می شود. در داخل لایه مرزی با توجه به نسبت وزنی گرادبانها علامت جمله اتلافات مثبت شده و نقش لزجت مصنوعی را بازی می کند. از طرف دیگر در لایه



شکل ۲- شبکه حل در حالت لزج و غیر لزج

محاسبه می‌شوند. فشار کنار دیواره از معادله برنولی و چگالی از معادله حالت در کنار دیواره محاسبه می‌شوند. در شرایط مرزی لزج مولفه‌های سرعت در هر دو راستا بر روی سطح صفر فرض شده و فشار و چگالی کنار دیواره از المان‌های بالاتر برونیابی می‌شوند. طبیعتاً در شرایط مرزی غیر لزج گرادیان‌های سرعت کنار دیواره در مقایسه با شرایط مرزی لزج کمتر بوده، بنابراین تأثیر تسخیر گردابه در شرایط مرزی غیر لزج کمتر است. این قضیه از نتایج حاصل از حالت ۲ و ۳ به اثبات خواهد رسید. در ضمن لازم به توضیح است که حل معادلات اویلر با شرایط مرزی لزج نشان دهنده جریان لزج با عدد رینولدز بینهایت است. در اینجا که  $Re = 5 \times 10^6$  است تا حدودی این شرایط برقرار بوده و فرض تقریباً درستی انجام شده است.

### ۹- تحلیل شبکه

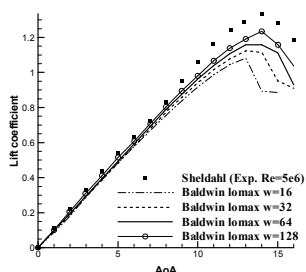
به منظور بررسی استقلال شبکه جریان حول ایرفویل در زاویه حمله صفر درجه تحلیل شده و ضریب پسا برای شبکه حل لزج با مدل آشفتگی بالدوین لومکس بدست می‌آید. خلاصه این نتایج برای تعداد گره‌های مختلف در راستای  $i$  و  $j$  در شکل ۱ آمده است.

با توجه به این نمودار، مناسب‌ترین شبکه  $200 \times 120$  می‌باشد که با ریز تر شدن شبکه از یک طرف تغییرات ضریب پسا ناچیز بوده و از طرف دیگر هزینه محاسبات بالا می‌رود در صورتی که تأثیر زیادی در نتایج ندارد.

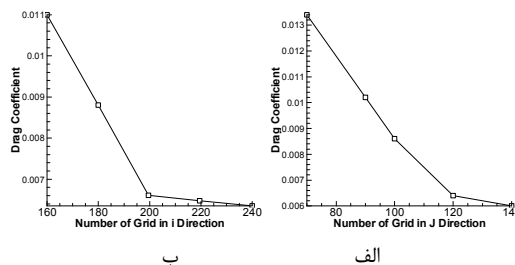
### ۱۰- نتایج و نمودارها

#### حالت اول:

در شکل ۳ نمودار ضریب برآ بر حسب زاویه حمله برای مدل صفر معادله ای بالدوین لومکس (حالت ۱) رسم شده است همانطور که دیده می‌شود هر چه اتلافات عددی کمتر باشد نتایج بهتری از مدل می‌توان گرفت. به این دلیل که لزجت مصنوعی تولید شده در اتلافات بالا بر لزجت آشفتگی محاسبه شده از دو مدل اثر منفی گذاشته و باید حتی المقدور کمترین اتلافات عددی ممکن که حل پایدار بماند را انتخاب کرد.



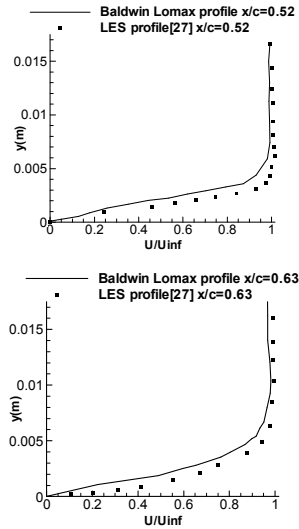
شکل ۳- تغییرات ضریب برآ بر حسب زاویه حمله حالت ۱ (حل لزج با مدل بالدوین لومکس)



شکل ۴- ضریب پسا محاسبه شده جهت بررسی استقلال شبکه ریز کنار دیواره در دو راستای  $j$  (الف) و  $i$  (ب)

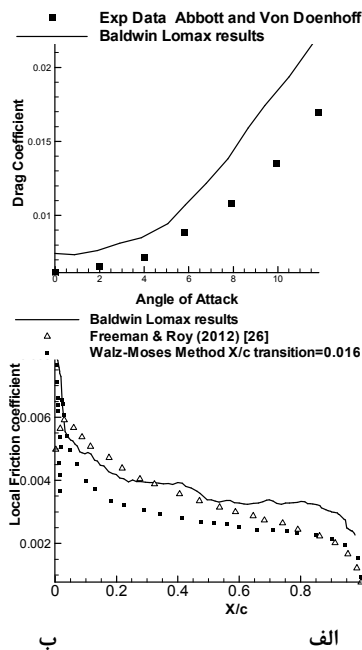
همچنین در این شکل مشاهده می‌شود که مدل بالدوین لومکس با  $W=128$  نقطه واماندگی را تا حدودی خوب تخمین زده و به نتایج تجربی نزدیک‌تر است. بنابراین می‌توان این حالت را معیار تصدیق پروفیل سرعت و خطوط جریان اطراف جسم در نظر گرفت. از مدل‌های آشفتگی دیگر نیز می‌توان استفاده نمود، اما در کار حاضر هدف اصلی بررسی کارایی روش تسخیر گردابه است. با توجه به شکل ۴ مشاهده می‌شود که در زوایای حمله پایین و متوسط اتلافات تأثیری بر نتایج حل مدل بالدوین

اندازه شبکه درشت برای حل روش تسخیر گردابه نیز پس از تحلیل استقلال شبکه با محاسبه ضریب برآ، برابر  $160 \times 90$  در نظر گرفته شده است. نحوه شبکه بندی در شکل ۲ آورده شده است. در حالت ۱ داخل لایه مرزی ۲۰ گره و در حالت ۲ و ۳ سه گره قرار گرفته است.



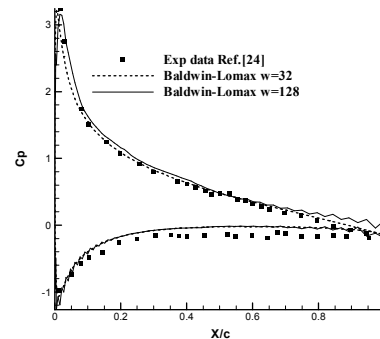
شکل ۶- مقایسه حل لزج با مدل بالدوین لومکس با حل LES [۲۶] در زاویه حمله صفر درجه و رینولدز  $6 \times 10^6$  و ماخ  $0.22$

در شکل ۷ ضریب اصطکاک پوسته‌ای (الف) و ضریب پسا (ب) محاسبه شده در زاویه حمله صفر درجه توسط حل لزج با مدل بالدوین لومکس با نتایج عددی و تجربی دیگران [۲۵] مقایسه شده است. همانطور که مشخص است ضریب اصطکاک پوسته‌ای محاسبه شده از دقت خوبی برخوردار است و مقادیر ضریب پسا نیز تقریباً به نتایج تجربی نزدیک است.



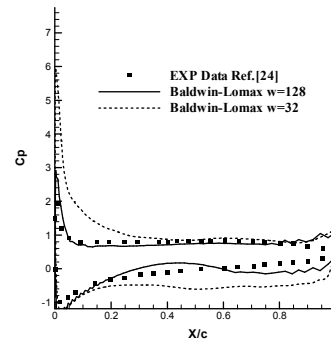
شکل ۷- مقایسه (الف) ضریب اصطکاک (ب) ضریب پسای محاسبه شده در زاویه حمله صفر درجه حل لزج با مدل بالدوین لومکس با نتایج دیگران

نداشته است فقط مقداری نوسانات در انتهای لبه فرار ایجاد می‌شود که نشان دهنده ناپایداری در آن قسمت و میرا نشدن نوسانات اضافی ناشی از خطاها در این ناحیه است.



شکل ۴- مقایسه ضریب فشار حاصل از مدل آشفستگی بالدوین (حالت ۱) با نتایج تجربی در زاویه حمله  $8^\circ$

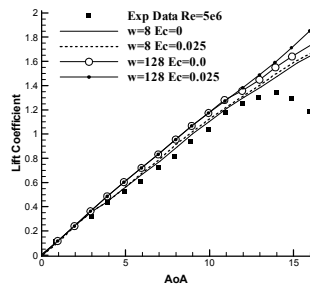
در شکل ۵ مشاهده می‌شود که در زوایای حمله بالا اتلافات تأثیر قابل توجهی بر نتایج حل مدل بالدوین داشته است. بطوریکه توزیع فشار با اتلافات عددی حداقل بهتر تخمین زده می‌شود. اتلافات عددی بالا هم در لبه جلو و هم در سطح مکش توزیع فشار مناسبی بدست نمی‌دهد. از این شکل مشخص می‌شود که مدل آشفستگی بالدوین- لومکس با اتلافات عددی حداقل، هم در لبه حمله و هم در طول ایرفویل توزیع فشار نزدیکتری به نتایج تجربی تخمین زده و می‌تواند معیار مناسبی برای مقایسه نتایج تسخیر گردابه باشد. به عبارت دیگر زمانی که اتلافات عددی کمتر است منطقه جریان جدا شده از سطح دقیقتر تخمین زده شده است.



شکل ۵- مقایسه ضریب فشار حاصل از مدل آشفستگی بالدوین (حالت ۱) با نتایج تجربی در زاویه حمله  $16^\circ$

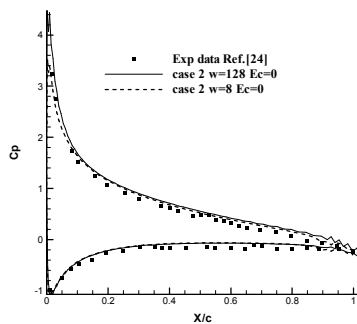
در شکل ۶ پروفیل سرعت بدست آمده از حل لزج با مدل بالدوین لومکس در دو نقطه مختلف با حل LES [۲۶] مقایسه شده‌اند. همانطور که مشاهده می‌شود، مدل استفاده شده در کار حاضر دقت خوبی در تخمین پروفیل سرعت لایه مرزی دارد.

اتلافات عددی و ضریب تسخیر گردابه های مختلف برای شرط مرزی غیر لزج و حل معادله اوپلر، رسم شده است. در این حالت همانطور که مشاهده می شود در اتلافات عددی بالا ( $W=8$ ) اثر تسخیر گردابه ناچیز است و دو نمودار نزدیک به هم هستند. مشاهده می شود لزجت مصنوعی تولید شده در اثر اتلافات بسیار بالاست که باعث بی اثر شدن تسخیر گردابه می شود.



شکل ۱۰- اثر تسخیر گردابه بر خطاهای عددی بسط مرکزی در تغییرات ضریب برآ بر حسب زاویه حمله حالت ۲ ( حل معادلات اوپلر با شبکه و شرایط مرزی غیر لزج )

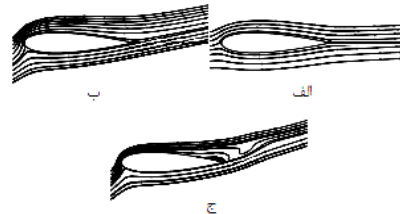
اما با کم شدن اتلافات ( $W=128$ ) در زوایای بالا، تسخیر گردابه اندکی تأثیرگذار می شود. دلیل آن هم کم شدن لزجت عددی و قدرت اتلافات عددی بوده که اجازه عمل به تسخیر گردابه می دهد که نقش آن کاستن لزجت عددی است.



شکل ۱۱- مقایسه ضریب فشار حاصل از حل معادلات اوپلر با شرط مرزی غیر لزج (حالت ۲) با نتایج تجربی در زاویه حمله  $8^\circ$

همانطور که در شکل ۱۱ مشاهده می شود، در حالت حل معادلات اوپلر با شرط مرزی غیر لزج فشار لبه حمله با کاهش اتلافات عددی ( $W=128$ ) مقدار کمتری بدست می دهد. چون تسخیر گردابه در این حالت (شرط مرزی غیر لزج) کاملاً بی تأثیر است نتیجه ای از آن ارائه نگردیده است. همانطور که انتظار می رفت، البته در زاویه حمله های بالا ( $16^\circ$ ) نتایج این

در شکل ۸ خطوط جریان حول ایرفویل در حالت ۱ در زاویه حمله  $3^\circ$  (الف)،  $13^\circ$  (ب) و  $15^\circ$  (ج) برای  $W=128$  رسم شده است. همانطور که مشاهده می شود این خطوط شبیه خطوط جریان غیر لزج می باشد. در زاویه  $15^\circ$  ناحیه جدایش کوچکی در انتهای ایرفویل اتفاق افتاده است که باعث واماندگی می شود.

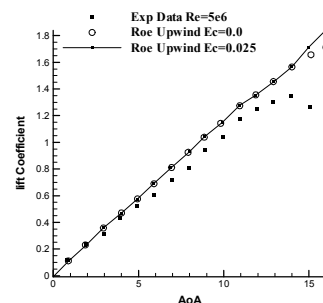


شکل ۸- خطوط جریان حول ایرفویل در حالت ۱ ( حل لزج با مدل بالدوین لومکس ) در زاویه حمله  $3^\circ$ ،  $13^\circ$  و  $15^\circ$  برای  $W=128$

لازم به توضیح است که جهت مقایسه صحیح ناحیه جدایش در تمامی شکلهای مربوط به خطوط جریان تعداد خطوط و مرز های رسم این خطوط به صورت یکسان و مساوی انتخاب شده اند.

### حالت دوم

با توجه به شکل ۹ مشخص می شود که در روش بالادست با شرایط مرزی غیر لزج در زوایای بالاتر تسخیر گردابه بر نتایج تأثیر گذاشته است. اما در زوایای حمله کمتر روش بالا دست به علت اتلافات عددی بالا تأثیر چندانی از تسخیر گردابه نمی پذیرد. دلیل آن در قسمت بسط معادلات توضیح داده شده است.

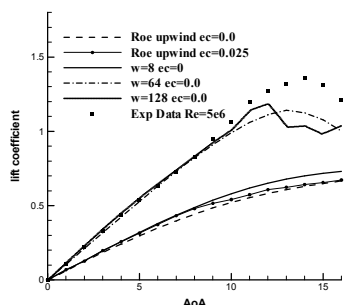


شکل ۹- اثر تسخیر گردابه بر خطاهای عددی بسط بالادست در تغییرات ضریب برآ بر حسب زاویه حمله در حالت ۲ ( حل معادلات اوپلر با شبکه درشت و شرایط مرزی غیر لزج )

در شکل ۱۰ اثر تسخیر گردابه بر خطاهای عددی روش بسط مرکزی در تغییرات ضریب برآ بر حسب زاویه حمله برای



در شکلهای ۱۴ و ۱۵ اثر تسخیر گردابه و اتلافات عددی مرکزی و بالادست بر روی ضریب برآ بر حسب زاویه حمله بررسی شده است.



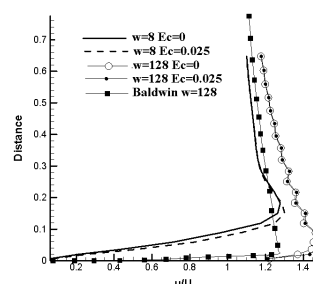
شکل ۱۴- اثر اتلافات عددی بالادست و مرکزی بر تغییرات ضریب برآ با زاویه حمله در حالت ۳ (معادلات اولیور با شبکه غیر لزج و شرایط مرزی لزج)

با توجه به این شکل ها تسخیر گردابه در شرایطی که اتلافات عددی بسط مرکزی میزان بالایی دارد ( $W=8$ ) اثر چندانی بر روی نتایج ندارد. همچنین در حالت بسط بالادست مرتبه اول که میزان اتلافات عددی بالاست (همانند  $W=8$ ) تسخیر گردابه تأثیری بر نتایج ندارد. بنابراین اتلافات عددی بالا اجازه خودنمایی به تسخیر گردابه نمی‌دهد. با کم شدن میزان اتلافات در  $W=64$  اثرگذاری تسخیر گردابه بر نتایج بیشتر می‌شود و حتی نقطه واماندگی احساس می‌شود در حالیکه معادلات اولر حل شده‌اند. کاهش بیشتر اتلافات از ۶۴ تا  $W=128$  با تسخیر گردابه قوی اثری بر روی نتایج زاویه حمله کم ندارد. اما در زوایای حمله بالا تر مقداری پایداری حل را کم کرده و نوسانات حل را افزایش می‌دهد و ضریب برآ حالت نامنظم پیدا می‌کند. نکته مهم اینکه با توجه به شکل ۱۴ در  $W=64$  بهترین جوابها را داریم. در این حالت افزایش تسخیر گردابه تا  $E_c=0.025$  باعث بهتر شدن جوابها و تخمین درست نقطه واماندگی شده و کاهش بیشتر اتلافات با افزایش بیشتر قدرت تسخیر گردابه از این مقدار سبب ناپایداری بیشتر حل می‌شود.

به علت نوسانات ضریب برآ با زمان در برخی از زوایا نیاز به متوسط گیری از ضریب برآ داشته و نتایج فوق در برخی نقاط مقادیر متوسط گیری شده را نشان می‌دهند. هرچه میزان اتلافات عددی کمتر می‌شود، نوسانات بیشتری در ضریب برآ با زمان پیدا می‌شود. اثر تسخیر گردابه بر این نوسانات به گونه ایست که در  $E_c=0.01$  نوسانات حل کمتر شده، اما با افزایش بیشتر آن مثلاً  $E_c=0.025$  نوسانات بیشتر نیز می‌شود.

حالت نسبت به نتایج تجربی اختلاف فاحشی پیدا میکند که نتایج ارائه نمی‌شود.

در شکل ۱۲ پروفیل سرعت در زاویه حمله  $13^\circ$  در نقطه بالایی ایرفویل (بیشینه ضخامت) رسم و اثرات تغییر اتلافات عددی و تسخیر گردابه بر روی آن نشان داده شده است. در این حالت اتلافات عددی مقداری نیز در بیشینه سرعت تأثیر گذاشته است. از آنجا که نتایج مربوط به  $E_c=0$  و  $E_c=0.025$  بر روی یکدیگر منطبق شده‌اند، مشخص می‌شود که تسخیر گردابه در حالت ۲ بر نتایج تأثیر کمتری داشته و اثر بخشی آن در مقابل اتلافات عددی ناچیز است، دلیل آن در قسمت شرایط مرزی توضیح داده شده است.

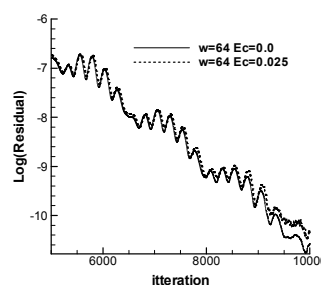


شکل ۱۲- اثر تغییرات اتلافات عددی و تسخیر گردابه بر پروفیل سرعت در زاویه حمله  $13^\circ$  در حالت ۲ در بالاترین نقطه ایرفویل

اتلافات عددی و تسخیر گردابه در این حالت بر روی ساختار و خطوط جریان بی تأثیر است زیرا هیچ جدایشی اتفاق نیفتاده و ساختار جریان تماماً به حالت غیر لزج نزدیک است. اما در حالت ۳ که شرایط مرزی لزج فرض شده هر دو پارامتر اثر بخش خواهد بود.

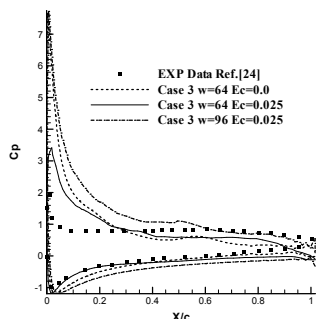
### حالت سوم

با توجه به شکل ۱۳ در حالت ۳ همگرایی حل بسیار خوب است. در اینجا تسخیر گردابه تا حدودی همگرایی را به تاخیر می‌اندازد.



شکل ۱۳- باقی مانده ها بر حسب تکرار در حالت ۳ در زاویه حمله  $10^\circ$

آید. کاهش اتلافات عددی همانند زوایای حمله کم انحراف بیشتری نسبت به نتایج تجربی در توزیع فشار ایجاد می‌کند. در نهایت می‌توان اینگونه جمع بندی نمود که گرچه تسخیر گردابه در زوایای حمله کوچک بی تأثیر نیست، ولی در زوایای حمله بزرگ تأثیر آن بسیار زیاد است. این نتایج نشان می‌دهند که در زوایای حمله بزرگ که جریان همراه با منطقه وسیعی از جدایش از سطح می‌باشد، با روش تسخیر گردابه می‌توان نقطه جدایش را کنترل و به نتایج تجربی نزدیک نمود.

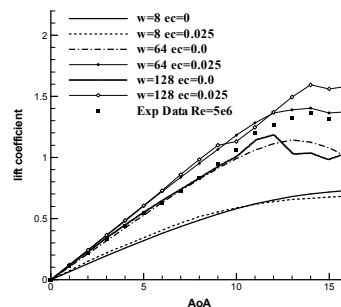


شکل ۱۷- مقایسه ضریب فشار حاصل از حل معادلات اویلر با شرط مرزی لزج (حالت ۳) با نتایج تجربی در زاویه حمله ۱۶°

البته در زوایای حمله بزرگتر مشاهده می‌شود که بردار تسخیر گردابه بزرگتری لازم است و به این جهت ثابت  $E_c$  مناسب  $0.1025$  می‌بایست اضافه شود. در حالیکه در زاویه حمله کم مقدار  $E_c$  در حد  $0.1$  تا صفر بود.

در شکل ۱۸ که پروفیل‌های سرعت در زاویه حمله  $13^\circ$  را نشان می‌دهد، با افزایش زاویه حمله و رشد لایه مرزی در انتهای ایرفویل تأثیر تسخیر گردابه نیز بیشتر می‌شود، این تأثیر شامل تخت‌تر کردن پروفیل و کاهش ضخامت لایه مرزی بوده و بدلیل کاهش لزجت عددی مقاومت جریان به برگشت را کاهش می‌دهد. اتلافات عددی علاوه بر ضخامت لایه مرزی در تقعر و تحدب پروفیل سرعت نیز نقش دارد. در این زاویه همچنان در  $W=8$  تسخیر گردابه بر پروفیل سرعت کم اثر است. با توجه به شکل، حالت  $W=64$  با  $E_c=0.1025$  جواب نزدیکتری به مدل بالدوین نسبت به بقیه دارد.

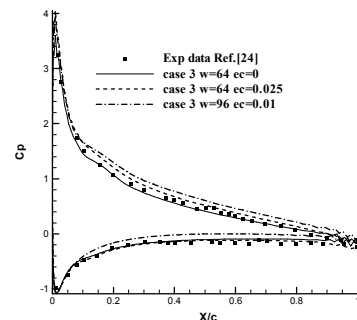
اثر اتلافات عددی به لزج یا غیر لزج بودن شرایط مرزی ربطی ندارد و اثر خود را بر پروفیل سرعت در هر حالت خواهد گذاشت. اما برای اینکه تسخیر گردابه نیز بر نتایج اثر بخش باشد باید شرایط مرزی لزج (no slip) بر روی سطح جسم گذاشته شود و با لزج کردن شرایط مرزی تسخیر گردابه قدرتمند شده و می‌تواند نتایج را تحت تأثیر قرار دهد. حال آنکه با شرایط مرزی غیر لزج (حالت ۲) تسخیر گردابه کاملاً بی‌اثر است.



شکل ۱۵- اثر تسخیر گردابه بر تغییرات ضریب برآ با زاویه حمله در حالت ۳ ( حل معادلات اویلر با شبکه غیر لزج و شرایط مرزی لزج)

در این حالت چون  $W=128$  است، مقداری ناپایداری در حل ایجاد می‌شود. معیار کمترین اتلافات  $W=64$  در نظر گرفته می‌شود.

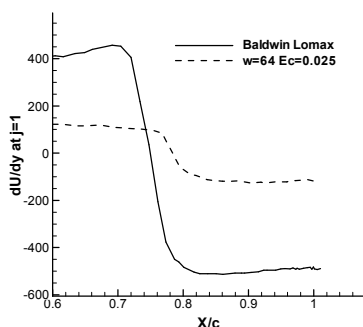
در شکل ۱۶ مشاهده می‌شود که در زوایای حمله کم و متوسط، توزیع فشار مناسبی با حل معادلات اویلر و شرط مرزی لزج و استفاده از روش تسخیر گردابه می‌توان بدست آورد. که البته با کاهش اتلافات عددی مخصوصاً در لبه فرار مقداری انحراف پیدا می‌شود.



شکل ۱۶- مقایسه ضریب فشار حاصل از حل معادلات اویلر با شرط مرزی لزج (حالت ۳) با نتایج تجربی در زاویه حمله  $8^\circ$

بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که می‌بایست اتلافات عددی را تا حد ممکن کاهش داد، تا حدی که همگرایی وجود داشته و نوسانی در حل وجود نداشته باشد. و البته با استفاده از روش تسخیر گردابه نیز می‌توان گردابه‌ها و یا میزان بردار چرخش را کنترل نمود و جواب دقیقتری بدست آورد.

با توجه به شکل ۱۷ مشاهده می‌شود که با حل معادلات اویلر با شرط مرزی لزج و استفاده از روش تسخیر گردابه در حالت  $E_c=0.1025$  و  $W=64$  توزیع فشار در طول ایرفویل مخصوصاً در سطح مکش به خوبی تخمین زده شده است. اما در لبه حمله در سمت مکش مقدار فشارهای بیشتری بدست می-

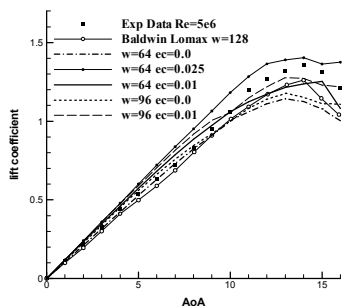


شکل ۲۰- مقایسه مشتق سرعت نزدیک سطح محاسبه شده

جهت مشاهده کمی این ادعا، در شکل ۲۰ مشتق سرعت بدست آمده توسط دو روش بالدوین لومکس و تسخیر گردابه در نزدیک سطح نشان داده شده است. که طبق این نمودار در روش بالدوین لومکس در نقطه  $X/c=0.75$  و با روش تسخیر گردابه در حدود  $X/c=0.79$  مشتق سرعت صفر شده و شروع ناحیه جدایش می باشد.

#### ۱۱- تخمین حالت بهینه

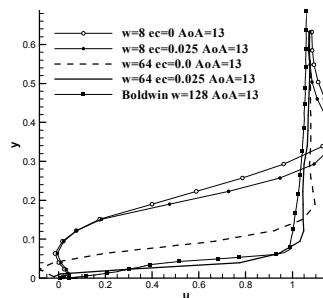
با مراجعه به نتایج مربوط به حالت ۳ و حل معادلات با  $W$  و  $E_c$  های مختلف می توان مقدار بهینه برای آنها را پیدا کرد.



شکل ۲۱- تغییرات ضریب برآ بر حسب زاویه حمله برای تخمین حالت بهینه در حالت ۳ (حل معادلات اویلر با شبکه غیر لزج و شرایط مرزی لزج)

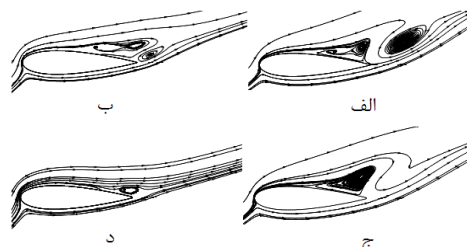
همانطور که در شکل ۲۱ مشاهده می شود حالت  $W=96$  با  $E_c=0.01$  و همچنین  $W=64$  با  $E_c=0.01$  نتایج نزدیک به نتایج مدل بالدوین لومکس و حالت  $W=64$  با  $E_c=0.025$  نتایجی نزدیک به نتایج تجربی در نقاط نزدیک واماندگی دارند. در این سه حالت پایداری حل در حالت  $W=64$  با  $E_c=0.01$  از بقیه بهتر است.

در شکل ۲۲ دیده می شود که نزدیک ترین پروفیل سرعت به پروفیل بالدوین و پروفیل جریان آشفته در انتهای ایرفویل پروفیل مربوط به حالت  $W=64$  با  $E_c=0.025$  می باشد.



شکل ۱۸- اثر تغییرات اتلافات عددی و تسخیر گردابه بر پروفیل سرعت در زاویه حمله ۱۳° در حالت ۲ در بالاترین نقطه ایرفویل

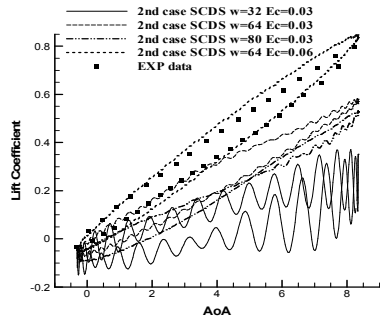
شکل ۱۹ خطوط جریان حول ایرفویل در زاویه حمله ۱۵° را نشان می دهد. با توجه به قسمت (الف) در  $W=8$  ناحیه جدایش وسیعی تخمین زده شده است زیرا لزجت عددی اضافه شده توسط اتلافات مقدار زیادی داشته و باعث رشد شدید لایه مرزی و جدایش سریع و وسیعی می شود. با اضافه کردن تسخیر گردابه در این اتلافات در قسمت (ب) مشاهده می شود که ناحیه جدایش کوچکتر می شود و دلیل آن هم کم کردن اتلافات و لزجت عددی و کاهش ضخامت لایه مرزی توسط تسخیر گردابه می باشد.



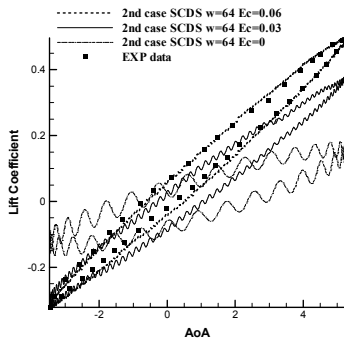
شکل ۱۹- خطوط جریان حول ایرفویل در زاویه ۱۵° در حالت ۳

الف-  $W=8$  و  $E_c=0$       ب-  $W=8$  و  $E_c=0.025$   
ج-  $W=64$  و  $E_c=0$       د-  $W=64$  و  $E_c=0.025$

با کم شدن اتلافات در قسمت (ج) می بینیم که ناحیه جدایش در  $W=64$  کوچکتر از ناحیه جدایش  $W=8$  می باشد زیرا با کاهش اتلافات عددی لزجت عددی کاهش یافته و رشد لایه مرزی کم می شود و جدایش دیرتر اتفاق افتاده و کوچکتر می شود. با اضافه کردن تسخیر گردابه در قسمت (د) به این اتلافات ناحیه جدایش باز هم کوچکتر شده است. در مقایسه با شکل ۸- (ج) در  $W=64$  و  $E_c=0.025$  ناحیه جدایش تخمین زده شده توسط اتلافات و تسخیر گردابه به ناحیه جدایش تخمین زده شده توسط مدل بالدوین لومکس نزدیک شده است.



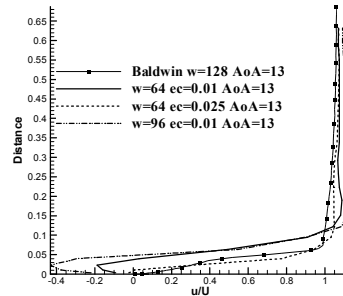
شکل ۲۳- منحنی هیستریزس ضریب برآ بر حسب زاویه حمله لحظه‌ای در زاویه متوسط نوسان ۴۰°



شکل ۲۴- منحنی هیستریزس ضریب برآ بر حسب زاویه حمله لحظه‌ای در زاویه متوسط نوسان ۱۰°

این نتایج در شکل‌های ۲۳، ۲۴ و ۲۵ نشان داده شده‌اند. با توجه به شکل‌های ۲۳ و ۲۴ مشاهده می‌شود با  $W=64$  و  $E_c=0.06$  منحنی هیستریزس ضریب برآی لحظه‌ای بسیار به نتایج تجربی نزدیک است.

این قدرت تسخیر و اتلافات مصنوعی جهت پیش‌بینی واماندگی دینامیکی در زاویه ۱۳۰° اعمال می‌شود. همانطور که در شکل ۲۵ مشخص می‌شود این روش قابلیت پیش‌بینی خوب واماندگی دینامیکی را دارد. نوسانات دیده شده در این نمودار به علت ریزش گردابه از لبه حمله و فرار ایرفویل می‌باشد. نمونه‌ای از این ریزش گردابه در بالاترین نقطه نوسان (زاویه لحظه‌ای ۱۷۰°) در شکل ۲۶ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۲۵ مشخص می‌شود که روش تسخیر گردابه توانایی قابل قبولی در تخمین نقطه شروع و دائم ریزش گردابه در هنگام وقوع واماندگی دینامیکی دارد. نتیجه دیگر اینکه با مقایسه قدرت تسخیر حالت پایا مشخص می‌شود که در حالت ناپایا برای حصول نتایج مطلوب از روش تسخیر گردابه، قدرت بیشتری برای تسخیر گردابه لازم است.



شکل ۲۲- مقایسه پروفیل سرعت برای پیدا کردن بهینه‌ترین حالت در زاویه حمله ۱۳۰° در انتهای ایرفویل

لازم به توضیح است که حل جریان به کمک معادلات کامل ناویر استوکس و مدل آشفتگی صفر معادله ای برای ۱۰۰۰۰ تکرار ۲۸ دقیقه و به کمک حل معادلات اویلر در حالت‌های دوم (شرایط مرزی غیر لزج) و سوم (شرایط مرزی لزج و تسخیر گردابه) برای همین میزان تکرار ۶ دقیقه به طول انجامیده است.

### ۱۲- کاربرد تسخیر گردابه در تحلیل جریان ناپایا

در این قسمت به کمک روش تسخیر گردابه (حالت ۳) جریان ناپایا حول ایرفویل نوسانی پیش‌بینی تحلیل می‌شود. جهت تطبیق شبکه از روش شبکه دینامیکی فنی استفاده شده است. در معادلات حاکم (معادله ۱ و ۲) جهت برقراری اصل بقای جرم باید سرعت حرکت شبکه نیز در محاسبه شار عبوری از المان محاسبه شود. الگوریتم زمانی مورد استفاده روش صریح با روش دقیق زمانی می‌باشد. معادله (۱۷) حرکت سینوسی ایرفویل را به صورت تابعی از زمان نشان می‌دهد.

$$\alpha = \alpha_m + \alpha_0 \sin(kt) \quad (17)$$

$$k = \omega c / U_\infty$$

که در آن  $\alpha_m$  و  $\alpha_0$  به ترتیب زاویه حمله متوسط و دامنه زاویه حمله و  $\omega$  و  $k$  فرکانس و فرکانس کاهش یافته نوسان می‌باشند. حالات مورد بررسی در تحلیل ناپایا در جدول ۲ آمده است. لازم به توضیح است که با پیدا کردن قدرت تسخیر و اتلافات مصنوعی بهینه در دو حالت اول، نوسان با زاویه متوسط نزدیک نقطه واماندگی (pitch3) تحلیل می‌شود. در این حالت های نوسانی ضریب برآی لحظه‌ای بدست آمده با نتایج تجربی [۲۷] در رینولدز  $2 \times 10^6$  و ماخ ۰.۳ مقایسه شده‌اند.

### جدول ۲- شرایط تحلیل مسئله ناپایا

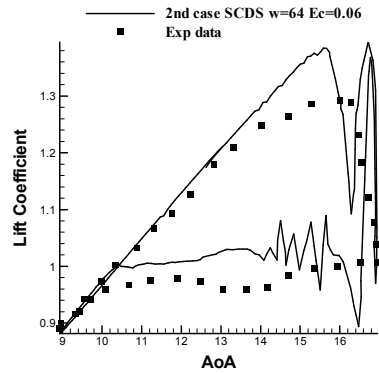
Case	$\alpha_m$	$\alpha_0$	$K$
Pitch1	۰.۸۸	۴.۳۳	۰.۱۳۳
Pitch2	۴.۰۲	۴.۳۳	۰.۱۳۳
Pitch3	۱۲.۹۸	۴.۰۲	۰.۰۴

جدایش داریم، می‌توان ضمن رعایت شرط حداقل اتلافات عددی جهت پایداری، با تنظیم قدرت تسخیر گردابه نتایج قابل قبولی گرفت. به منظور اثر بخشی بیشتر تسخیر گردابه، در اتلافات عددی روش اختلاف مرکزی با کاهش اتلافات مصنوعی به شرط حفظ پایداری، می‌توان با کاهش ضرایب اتلافات مصنوعی میزان آن را کاهش داد (مانند روش اسکالر) و اثر ضد پخشی تسخیر گردابه را بیشتر کرد، اما در روش‌های تفاضلی بالا دست با افزایش مرتبه دقت می‌توان مقدار لرجت مصنوعی تولید شده را کم کرده، اثر تسخیر گردابه را بیشتر نمود. مهم این است که توسط روش تسخیر گردابه می‌توان نقطه جدایش و منطقه جدایش یافته را بخوبی تخمین زد. این کار با استفاده از صرفاً حل معادله اوپلر و جمله چشمه مقدور می‌شود و لزومی به حل کامل معادلات ناویر-استوکس و شبکه بسیار ریز لازم وجود ندارد. این ویژگی کاربرد این روش را برای موارد کاربردی ناپایا مثل ایرفویل‌های نوسانی بسیار مفید و مؤثر می‌نماید. اصولاً روش تسخیر گردابه زمانی مفید است که پسای پوستانه‌ای در مقایسه با پسای فشاری ناچیز باشد، و این یعنی زمانی که زاویه حمله زیاد و نیز عدد رینولدز بالا باشد. در اینگونه مسائل پیشنهاد می‌شود که از یک قدرت تسخیر خود تنظیم کننده استفاده شود بطوری که در زوایای حمله کم که رشد لایه مرزی شدید نیست از قدرت تسخیر کمتر و در زوایای بالاتر از قدرت تسخیر بالاتری استفاده گردد.

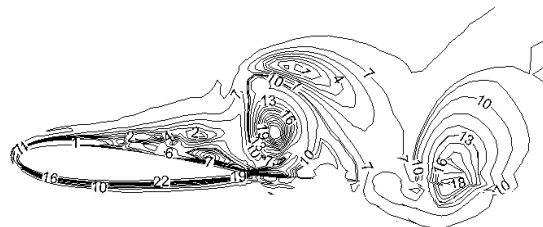
به نظر می‌رسد تحت شرایط مذکور فوق استفاده از روش تسخیر گردابه برای کاربردهای زیر بسیار مفید باشد:  
 الف) میدان‌های جریان‌های بسیار بزرگ دارای نواحی جدا شده‌ی وسیع و گردابه‌ای بزرگ،  
 ب) جریان‌های نوسانی گردابه‌ای تابع زمان که می‌بایست ناپایا حل شوند و زمان لازم جهت حل جریان لرج حتی برای یک پروپو نوسان بسیار زیادست.  
 ج) جهت بهینه‌سازی اجسام قابل انعطاف که نیاز به تعداد اجرا و زمان حل بسیار زیادی دارند.

**مراجع**

[1] Boris, J. P., Book D. L. "Flux corrected transport, I; SHASTA, A fluid transport algorithm that works", Journal of Computational Physics, pp. 38-69, 1973.  
 [2] Jameson, A., Schmidt, W., Turkel, E., "Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes", AIAA Conf., paper 81, pp. 1259, 1981.  
 [3] Swanson, R. C., Turkel, E. "On central-difference and upwind schemes", Journal of Computational Physics, pp. 292-306, 1992.



شکل ۲۵- منحنی هیستریزس ضریب برآ بر حسب زاویه حمله لحظه‌ای در حالت بهینه با زاویه متوسط نوسان ۱۳°



شکل ۲۶- خطوط گردابه ثابت اطراف ایرفویل هنگام وقوع واماندگی دینامیکی در بالاترین نقطه نوسان (۱۷°) با زاویه متوسط نوسان ۱۳°

**۱۳- نتیجه گیری**

در حالت تحلیل جریان پایا حول ایرفویل ثابت بهینه‌ترین گزینه‌ها از بین تمامی موارد امتحان شده، حالت  $w=64$  با  $E_c=0.025$  می‌باشد. از آنجا که تسخیر گردابه تابعی از رژیم جریان (عدد رینولدز)، هندسه و شبکه‌بندی می‌باشد، این تحلیل حدودی بدست می‌دهد که برای کارهای آینده می‌توان از آن در شروع کار استفاده کرده و برای حالات خاص‌تر آن را اصلاح نمود. در حالت ناپایا که کاربرد اصلی این روش است، می‌توان با افزایش قدرت تسخیر گردابه نوسانات زائد ناشی از اتلافات مصنوعی را حذف نمود و به یک ریزش گردابه در حالت واقعی نزدیک شد. البته باید اشاره شود که قدرت تسخیر گردابه مورد نیاز در حالت غیردائم از حالت دائم بیشتر بدست آمده است ( $E_c=0.06$ ).

**جمع بندی**

می‌توان گفت با استفاده از حل معادلات اوپلر مشروط به اینکه میزان پخشی یا اتلافات عددی کم باشد (و البته پایداری حل برقرار باشد) بدون اعمال تسخیر گردابه می‌توان در زوایای حمله کم و متوسط (کمتر از ۱۰ درجه) ضریب نیروی برآی بسیار خوبی به دست آورد. اما در زوایای حمله بزرگتر که اثرات لرجت ظاهر می‌شود و جریان جدا شده از سطح یا در آستانه

- rotational-form upwinding", Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs, pp. 359-368, 2008.
- [18] Bagheri-Esfeh, H., Malek-jafarian, M. "Development of artificial dissipation schemes and compressible vorticity confinement methods", Journal of Aerospace Engineering, vol. 225 No. 8 pp. 929-945, 2011.
- [19] Bagheri Esfe, H., Malek-Jafarian, M., Bagheri Esfe, M. "Comparison of various compressible vorticity confinement methods and development two new confinement parameters", Journal of Applied Fluid Mechanics, Vol. 5, No. 3, pp. 89-98, 2012.
- [20] Fan, M., Wenren Y., Dietz W., Xiao M., Steinhoff J. "Computing blunt body flows on coarse grids using vorticity confinement", JOURNAL OF FLUIDS ENGINEERING, Vol. 124, pp. 876-886, 2002.
- [21] Dietz, W., Wang, L., Wenren, Y., Caradonna, F.X., Steinhoff, J. "The development of a CFD-Based model of dynamic stall", American Helicopter Society 60th Annual Forum. Baltimore, MD. 2004.
- [22] Hutter, K., Johnk, K. "Continuum methods of physical modeling", Springer ISBN 3-540-20619-1.
- [23] Khaleghi, A., Pasandideh-Fard, M., Malek-Jafarian, M., Chung, Y.M. "Assessment of common turbulence models under conditions of temporal acceleration in a pipe", Journal of Applied Fluid Mechanics, Vol. 3, No. 1, pp. 25-33, 2010.
- [24] Seifert, A., Pack, L. G. "Oscillatory excitation of unsteady compressible flows over airfoils at flight Reynolds numbers", 37th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit AIAA 99-0925.
- [25] Freeman, A., Roy, C. J. "Verification and validation of RANS turbulence models in commercial flow solvers", 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition 09 - 12 January 2009.
- [26] Marsden, O., Bogey, C., Bailly, C. "Direct noise computation around a 3-D NACA 0012 airfoil", AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA 2503, 2006.
- [27] Piziali, R.A. "An experimental investigation of 2D and 3D oscillating wing aerodynamics for a range of angle of attack including stall", NASA Technical Memorandum, No. 4632. Ames, CA:NASA 4632, Chalmers University of Technology, 1993.
- [4] Steinhoff, J., Yonghu, W., Mersch, T. and Senge, H., "Computational vorticity capturing - application to helicopter rotor flow", AIAA 30th Aerospace Sciences Meeting, Reno, NV, January 1992.
- [5] Steinhoff, J., "Vorticity confinement: A new technique for computing vortex dominated flows", Frontiers of Computational Fluid Dynamics, John Wiley & Sons ISBN-0-471-95334-1, 1994.
- [6] Steinhoff, J., Yonghu, W. and Lesong, W. "Efficient computation of separating high Reynolds number incompressible flows using vorticity confinement", AIAA Conf., paper 99, pp. 3316, 1999.
- [7] Hu, G., Grossman, B. and Steinhoff, J. "A numerical method for vortex confinement in compressible flow", AIAA Conf., paper 00 pp. 0281, 2000.
- [8] Lynn, N.F., Steinhoff, J. "Large Reynolds number turbulence modeling with vorticity confinement", 18th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference 25 - 28, Miami, FL June 2007.
- [9] Moulton, M., and Steinhoff, J. "A technique for the simulation of stall with Coarse-Grid CFD", AIAA Conf., paper 00, pp. 0277, 2000.
- [10] Wenren, Y., Fan, M., Dietz, W., Hu, G., Braun, C., Steinhoff, J. and Grossman, B. "Efficient Eulerian computation of realistic rotorcraft flows using vorticity confinement", AIAA Conf., paper 01, pp. 0996, 2001.
- [11] Dietz W.E. "Application of vorticity confinement to compressible flow", 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, 5 - 8 January 2004.
- [12] Butsunorn, N., Jameson, A. "Time spectral method for rotorcraft flow with vorticity confinement", 26th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Honolulu, Hawaii, 18 - 21 August 2008.
- [13] Hu, G., Grossman, B. "The computation of massively separated flows using compressible vorticity confinement methods", Computers & Fluids journal, vol. 35, pp. 781-789, 2006.
- [14] Murayama, M., Nakahashi, K., Obayashi, S. "Numerical simulation of vortical flows using vorticity confinement coupled with unstructured grid", in: 39th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV, January 2001.
- [15] Costes, M., Kowani, G. "An automatic anti-diffusion method for vortical flows based on vorticity confinement", Aerospace Science and Technology Journal, Vol.7, pp. 11-21, 2003.
- [16] Lohner, R., Yang, C. "Tracking vortices over large distances using vorticity confinement", ECCOMAS, Swansea, Wales, Sept. 2001.
- [17] Hahn, S., Iaccarino, G. "Simulations of vortex dominated flows: adaptive vorticity confinement vs.