انجمن پیشرانش هوافضایی ایران
IRANAPA
دانشگاه صنعتی مالک اشتر

اولین کنفرانس بین المللی و سومین کنفرانس ملی انجمن پیشرانش هوافضایی ایران- ۳۰ مهرماه و ۱ آبان ماه ۱۳۹۳- دانشگاه صنعتی مالک اشتر

The 1st International and 3rd National Conference of Iranian Aerospace Propulsion Association

گواهی ارائه مقاله

بدین وسیله گواهی می شود مقاله با عنوان

شبیه سازی بالستیک داخلی موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره با استفاده از روش VOF

با نگارش مصطفی زاهدزاده، محمد حسن جوارشکیان و با شناسه ۲۱۷۹۳

در اولین کنفرانس بین المللی و سومین کنفرانس ملی انجمن پیشرانش هوافضایی ایران که به میزبانی دانشگاه صنعتی مالک اشتر برگزار گردید، ارائه شده است.

دبیر علمی کنفرانس

دبیر کنفرانس
علیرضا مستوفی زاده

1- دانشجوی دکتری هوافضا – پیشرانش، Mozahedzadeh@gmail.com

2- دانشیار گروه مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد

شبیه سازی بالستیک داخلی موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره با استفاده

شبیه سازی بالستیک داخلی موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره با استفاده

از روش (VOF)

مصطفی زاهدزاده[1]، محمدحسن جوارشکیان[2]،
1- دانشگاه تربیت مدرس
2- دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده- در این تحقیق بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره با استفاده از حل عددی به صورت دوبعدی بررسی شده است. گرین سوخت به صورت استوانه توخالی بوده و یک نرم افزار برمبنای روش حجم محدود و الگوریتم فشار مبنا در یک شبکه جابه‌جا شده به منظور شبیه سازی عددی جریان سیال قابل تراکم لزج در داخل موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره توسعه داده شده است. معادلات ناویر استوکس برای جریان قابل تراکم گسسته شده و جریان حل می‌شود. به منظور شبیه سازی جریان ناپایا، ابتدا تصور می‌شود جریان در شعاع داخلی به صورت پایا بوده و مقادیر اولیه دقیق برای کمیتهای جریان در هر نقطه داخل دامنه حل بدست آمده و سپس با این مقادیر، جریان به صورت ناپایا تا اتمام سوخت ادامه می‌یابد. مقایسه نتایج، نشان دهنده مطابقت خوب نتایج حاصل از حل عددی با نتایج حل تحلیلی یک بعدی و همچنین نتایج تجربی می‌باشد. همچنین در این تحقیق مراحل پسروی سطح سوخت نیز با استفاده از روش (*VOF*) و به شیوه *PLIC* یانگز پیشبینی شده است. نتایج این تحقیق جهت اعتبار سنجی با نتایج تحلیلی و تجربی مقایسه شده است. مقایسه نتایج، نشان دهنده مطابقت خوب با نتایج حل تحلیلی یک بعدی و همچنین نتایج تجربی می‌باشد.

کلیدواژه: *نرخ سوزش - سوخت جامد - موشک بدون شیپوره - روش (VOF) - شبیه سازی.*

1- مقدمه

عملکرد و کارایی موتورهای سوخت جامد بستگی به خصوصیات جریان، توزیع فشار و دمای محصولات احتراق و همچنین نرخ سوزش و هندسه گرین دارد. به شاخه‌ای از علوم که به بررسی این پارامترها می‌پردازد، بالستیک داخلی گفته می‌شود.

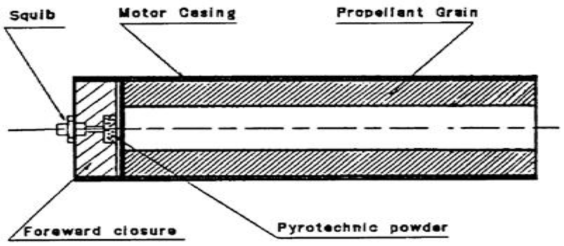
کاربرد وسیع موتورهای سوخت جامد در صنایع هوافضا با گرایش‌های نظامی و غیرنظامی باعث گردیده تا طراحی بهینه موتورهای سوخت جامد ذهن طراحان را درگیر نماید. از جمله موارد بسیار تأثیرگذار در طراحی موتورهای سوخت جامد تعیین تراست، فشار محفظه احتراق و مدت زمان عملکرد موتور در حالت پایدار است. این موارد به شدّت به نحوه تغییرات سطح سوزش نسبت به زمان وابسته هستند. از طرفی برای حل بالستیک داخلی موتور، سطح سوزش و سطح عبوری در هر لحظه به عنوان ورودی باید معلوم باشد. برای تأمین سطح سوزش و نحوه عقب نشینی مطلوب سطح سوزش، انواع مختلفی از گرین‌ها عملیاتی شده‌اند. برای دستیابی به یک طرح بهینه موتور سوخت جامد، طراحی و تحلیل انواع گرین‌ها غیر قابل اجتناب است. به همین منظور کارهای تجربی و عددی بسیاری برای تحلیل بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد صورت گرفته است. موتورهای موشک سوخت جامد با انواع منحنی‌های تراست-زمان متفاوت، در بسیاری از کاربردهای نظامی و غیرنظامی با توجه به نوع ماموریت مورد نیاز می‌باشند. موشکهای سوخت جامد به خاطر سادگی، ارزانی، جمع و جور بودن و زود مهیا شدن برای استفاده، رواج زیادی یافته اند. در حال حاضر این موشکها در مراحل مختلف موشکهای چند مرحله‌ای و در ترکیب با موشکهای سوخت مایع به کار می‌روند. در موشکهای جنگی، سوختهای جامد برای موشکهای برد کوتاه، برد متوسط و برد بلند مورد استفاده قرار می‌گیرند [1و2و3].

2- موشک‌های سوخت جامد بدون شیپوره

موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره با حذف شیپوره از انتهای موتور شناخته شده می‌باشند. گرین سوخت جامد آنها معمولاً به شکل استوانه توخالی می‌باشد. سادگی، قابلیت اطمینان بالا، ارزان‌تر بودن به علت حذف شیپوره، شکل هندسی ساده سوخت و الزامات عایق کاری کمتر، باعث شده است تا موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره علی رغم ضربه ویژه پایین‌تر (حدود 20 %) در مقایسه با موتورهای شیپوره‌دار، بیشتر مورد توجه قرار بگیرند. به علاوه اینکه حذف مجموعه شیپوره برای افزایش مقدار کلی سوخت مورد استفاده قرار می‌گیرد که در بیشتر موارد می‌تواند کاهش کارایی موشک بدون شیپوره را جبران کند. موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره در کاربردهای مجموعه موشک-رم جت به عنوان موتورهای کمکی به خاطر راندمان حجمی بهتر و همچنین اجتناب از مجموعه شیپوره باز شدنی(به بیرون خارج شدنی)، بسیار مورد توجه می‌باشند. این موتور بوستر که می‌تواند شیپوره‌دار و یا بدون شیپوره باشد، موشک را به سرعتی می‌رساند تا احتراق درون موتور رمجت پایدار باقی بماند. به علّت مزایایی که موشک‌های بدون شیپوره نسبت به موشک‌های شیپوره‌دار دارند (مانند سادگی و ارزانی)، معمولاً از موشک‌های بدون شیپوره به عنوان بوستر موشک‌های رمجت استفاده می‌شود. به خاطر محدوده شرایط عملکردی ویژه، سوخت موشک‌های بدون شیپوره دارای خواص مکانیکی بهتر و نرخ‌های سوزش بالاتری می‌باشند.

1- دانشجوی دکتری هوافضا – پیشرانش، Mozahedzadeh@gmail.com
2- دانشیار گروه مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد

همچنین مشاهده شده است که در فشار متوسط محفظه یکسان، ضربهٔ ویژه تئوری قابل حصول در موشک بدون شیپوره به طور تقریبی نمی‌تواند بیشتر از 86 % مقدار آن در موشک دارای شیپوره مناسب، باشد. در شکل 1 نمایی از یک نوع موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره را مشاهده می‌کنید.



شکل 1- شماتیکی از موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره

3- پیشینه پژوهش

کارهای تجربی و عددی بسیار زیادی برای تحلیل بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد صورت گرفته است. در این میان موشک‌های سوخت جامد بدون شیپوره نیز توجه بسیاری از محققان را به خود جلب کرده است.

Procinsky، تاثیر موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره را به عنوان بوستر سیستم‌های موشکی راکت-رم جت به صورت تجربی بررسی کرده است و نشان داده است که بوسترهای بدون شیپوره دارای مزایای متعددی نسبت به موتورهای شیپوره‌دار می‌باشند. از جمله مزایای آنها سادگی طراحی، ارزانی، قابلیت اطمینان بالا و کارایی بیشتر می‌باشد [4]. Gany و Aharon، اصول بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره را به صورت تحلیلی و تجربی بررسی کرده‌اند و یک رابطه تحلیلی ساده برای شبیه سازی بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره به صورت یک بعدی ارائه داده‌اند. آنالیز تئوری آنها شامل جریان شبه پایا و یک بعدی گاز کامل با سطح مقطع ثابت و با فرض نرخ سوزش یکنواخت در طول گرین می‌باشد [5]. Krishnan و Ramakrishnan، چهار نمونه موتور سوخت جامد بدون شیپوره با نسبت‌های (قطر/طول) مختلف را به صورت آزمایشگاهی برای دو نوع سوخت مختلف بررسی کرده‌اند [6].Majdalani و Maicke، جریان قابل تراکم را درون یک کانال مستطیلی به صورت تحلیلی بررسی کرده‌اند. آنها معادلات را برای جریان غیرلزج پایای دوبعدی و آیزنتروپیک با استفاده از روش پرتوربیشن حل کرده‌اندکه نتایج آنها برای طراحی موشک‌های سوخت جامد بدون شیپوره مفید می‌باشد [7]. همچنین آنها جریان تراکم پذیر را درون یک کانال با دیواره‌های متخلخل برای شبیه سازی موتورهای موشک بررسی کرده‌اند [8]. Majdalani و Akiki، موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره را به صورت شبه تحلیلی برای جریان گاز چرخشی، لزج، تراکم پذیر و به صورت پایا بررسی کرده‌اند. روشی که آنها به کار گرفته‌اند شامل ساده‌سازی معادلات بقای جرم، مومنتوم و انرژی برای گاز کامل و با استفاده از روابط آیزنتروپیک می‌باشد [9و10]. Sams، Majdalani و Saad، بالستیک داخلی موتورهای موشک بدون شیپوره که دارای مخروط خروجی می‌باشند را با استفاده از مدل ریاضیاتی بررسی کرده‌اند. آنها نشان دادند که موتورهای با طول زیاد حساسیت کمتری نسبت به زاویه مخروط شدگی دارند [11]. همچنین Saad و Majdalani، یک مدل تئوری ریاضیاتی برای جریانهایی که دبی جرمی از دیواره های آنها تزریق می‌شوند ارائه داده‌اند که کاربرد این مدل در موتورهای موشک سوخت جامد می‌باشد [12]. Elliott، Batterson و Majdalani جریان درون محفظه موتور موشک سوخت جامد با شکل استوانه توخالی را بررسی کرده‌اند [13].

بیشتر تحقیقات انجام شده، از روش تحلیلی، تجربی و عددی یک بعدی غیر لزج شبیه سازی شده‌اند. معمولاً مدل‌های یک بعدی به دلیل حذف اثرات دوبعدی، کارایی موشک‌های بدون شیپوره را بیشتر از مقدار واقعی نشان می‌دهند [14]. هدف از این تحقیق توسعه یک نرم افزار بر مبنای روش حجم محدود و الگوریتم فشار مبنا برای شبیه سازی عددی جریان لزج تراکم پذیر به شکل دو بعدی با استفاده روش VOF می باشد.

4- کلیات روش نسبت حجمی سیال (VOF)

بسیاری از جریان‌ها در طبیعت و در صنعت با سطوح آزاد و یا سطوح مادی درگیر هستند. محدوده کاربرد آنها از علوم محیطی، ژئوفیزیک، و فیزیک پایه تا مسائل مهندسی مختلف است. نمونه‌های این جریان در راکتورهای هسته‌ای، اسپری‌های سوخت موتورهای احتراق داخلی و دیگر انواع اسپری،توربین‌های گازی، انتشار شعله، تشکیل حباب، ریخته‌گری، اکستروژن، پرینترهای جوهری، فرآیند پوشش دهی فلزات، شکل‌گیری امواج، شکل‌گیری قطرات، بررسی جت‌های سیال و پدیده کاویتاسیون قابل مشاهده است.

عموماً در روشهای حجم محدود، به دلیل ناپایدار بودن جریان، معادلاتی که برای مدل کردن سیستم مورد استفاده قرار می‌گیرند، معادلات ناویر-استوکس می‌باشند. در روش VOF نیز یافتن خواص مورد اشاره در فوق، به کمک معادلات ناویر-استوکس صورت می‌پذیرد. در این روش از آنجا که سیالات مختلف داخل سیستم، غیر قابل اختلاط بوده و سطح تماسی بین آنها قابل تشخیص می‌باشد، در نوشتن هر یک از معادلات ناویر-استوکس که شامل برخی از خواص سیال می‌باشند، تنها یک مقدار معین به هر خاصیتی از سیال نسبت داده می‌شود که این خود موجب کاهش محاسبات و ذخیره سازی اطلاعات می‌گردد. در نتیجه این عمل، به دلیل نامشخص بودن درصد حجمی هر سیالی در هر سلول، اصولاً مقادیر خواص سیال در آنها مجهول بوده و نمی توان چگالی یا سایر خواص را با شناخت از سیالات داخل سیستم، در معادلات جایگزین نمود.

در این روش، با تعریف کمیت f که بیانگر درصد حجمی یک سیال معین می‌باشد، این کمیت در سلولهای مختلف دامنه محاسباتی مسئله بدست می‌آید. هنگامی که این عدد در یک سلول برابر با مقدار واحد باشد، نشان دهنده این موضوع است که سلول تماما از این نوع سیال پر شده و سیال دیگری در بر ندارد. صفر بودن این کمیت نیز خالی بودن سلول از سیال مورد نظر را نشان می‌دهد که در نتیجه این سلول تماما از سیال نوع دیگر پر شده است. هر مقدار دیگری از f هم که بدست بیاید، باید بین صفر و یک باشد و مقدار آن درصد حجمی سیال مورد نظر را در سلول مورد مطالعه نشان می‌دهد. در چنین سلولی، سطح آزاد بین دو سیال تشکیل شده و تعیین شکل و موقعیت این سطح در دستور کار قرار می‌گیرد. در این تحقیق تابع f به صورت زیر تعریف شده است:

$$f=\begin{cases}1 & \text{in active fluid}\\ 0<f<1 & \text{at the solid-fluid interface}\\ 0 & \text{in solid domain}\end{cases} \quad (1)$$

بنابراین معادلاتی که در عمل حل می شوند عبارتند از:

$$\vec{\nabla}\left(\rho\vec{V}\right)=0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t}+div\left(\rho u\vec{V}\right)=-\frac{\partial P}{\partial x}+div\left(\mu\, grad u\right)+S_{Mx} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t}+div\left(\rho v\vec{V}\right)=-\frac{\partial P}{\partial y}+div\left(\mu\, grad v\right)+S_{My} \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho h)}{\partial t}+div\left(\rho h\vec{V}\right)=-\frac{\partial P}{\partial t}+div\left(P\vec{V}\right)+div\left(k\nabla T\right)+S_{E} \quad (5)$$

در نهایت باید خاطرنشان کرد که معادله جریان برای مخلوط دوفازی نوشته شده است و بنابراین چگالی و لزجت به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\rho = f\rho_g+(1-f)\rho_s \quad (6)$$

$$\mu = f\mu_g+(1-f)\mu_s \quad (7)$$

$$C_P = fC_{Pg}+(1-f)C_{Ps} \quad (8)$$

$$K = fK_g+(1-f)K_s \quad (9)$$

در این رابطه زیرنویس g نشانگر فاز گاز و زیرنویس s نشانگر فاز جامد می‌باشد. ρ ، μ ، C_P و K به ترتیب چگالی، لزجت، گرمای ویژه گاز در فشار ثابت و ضریب انتقال حرارت می‌باشند.

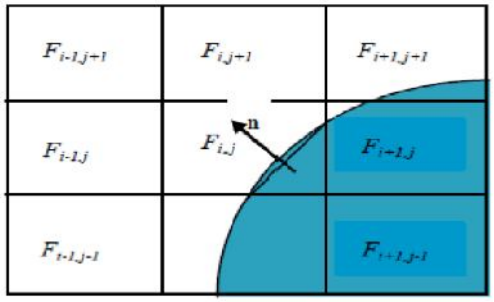
5- روش یانگز (PLIC Youngs)

در روش یانگز بازسازی سطح مشترک به صورت دقیق‌تری انجام می‌شود. در ابتدا تخمینی از زاویه سطح با محور افقی، β، برآورد می‌شود. سطح مشترک واقعی در سلول به وسیلهٔ خطوط مایل با زاویه β بازسازی می‌شود. برای برآورد زاویه β، از بردار عمود بر سطح $(\vec{n})$استفاده می‌شود. تعداد و هندسه سلول‌هایی که برای محاسبه بردار عمود بر سطح استفاده می‌شوند دقت روش انفصال را تحت تاثیر قرار می‌دهد. هندسه چند ضلعی بازسازی شده، برای تعیین شار خروجی از سلول استفاده می‌شود.

محاسبه بردار عمود بر سطح و بازسازی سطح آزاد در روش یانگز

در فرآیند بازسازی هندسی سطح آزاد سیال در روش یانگز، اساسی‌ترین مساله تعیین جهت سطح (زاویه β) می‌باشد که این مساله با تعیین بردار عمود بر سطح $\vec{n}_{i,j}$ انجام می‌شود. بردار عمود بر سطح و نسبت حجمی هر سلول به طور منحصر به فرد یک خط راست را مشخص می‌کنند. کیفیت جواب روش یانگز کاملاً به محاسبه بردار $(\vec{n})$ حساس است و به طور کلی محاسبه $(\vec{n})$ دقت و عملکرد کلی روش را مشخص می‌کند. در هندسه‌های دو بعدی، تعیین بردار عمود بر سطح با استفاده از اطلاعات نسبت حجمی 9 سلول مجاور هم که تشکیل یک "مولکول محاسباتی" می دهند، انجام می‌شود، بنابراین $\vec{n}_{i,j}$ تابعی از نسبت حجمی هر سلول می‌باشد:

$$\vec{n}_{i,j}=\vec{\nabla}f_{i,j} \quad (10)$$



شکل 2- محاسبه بردار عمود بر سطح در هر سلول

در ابتدا مقادیر بردار نرمال در گوشه‌های سلول محاسبه می‌شود.

$$\vec{n}_{x,i+1/2,j+1/2}=\frac{1}{2\delta x}\left(f_{i+1,j}-f_{i,j}+f_{i+1,j+1}-f_{i,j+1}\right) \quad (11)$$

$$\vec{n}_{y,i+1/2,j+1/2}=\frac{1}{2\delta y}\left(f_{i,j+1}-f_{i,j}+f_{i+1,j+1}-f_{i+1,j}\right) \quad (12)$$

سپس مقدار بردار عمود در مرکز سلول با میانگین گیری حاصل می‌شود:

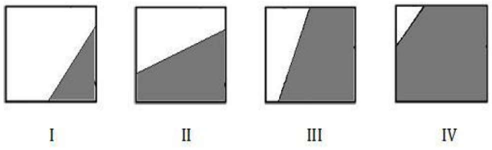
$$\vec{n}_{x,i,j}=\frac{1}{4}\left(\vec{n}_{i+1/2,j-1/2}+\vec{n}_{i-1/2,j-1/2}+\vec{n}_{i+1/2,j+1/2}+\vec{n}_{i-1/2,j+1/2}\right)_x \quad (13)$$

$$\vec{n}_{y,i,j}=\frac{1}{4}\left(\vec{n}_{i+1/2,j-1/2}+\vec{n}_{i-1/2,j-1/2}+\vec{n}_{i+1/2,j+1/2}+\vec{n}_{i-1/2,j+1/2}\right)_y \quad (14)$$

زاویه β (زاویه سطح با محور افقی) معادل است با:

$$\beta=\tan^{-1}\left(\frac{-n_x}{n_y}\right)_{i,j} \quad (15)$$

بر اساس مقدار زاویه β، سطح آزاد دارای یکی از چهار موقعیت نشان داده شده در شکل 3 خواهد شد.



شکل 3- چهار حالت کلی سطح آزاد بازسازی شده به روش یانگز

سپس وضعیت سطح آزاد بر اساس شکل 3 و مقدار f مشخص می‌شود. با مشخص شدن وضعیت سطح آزاد، نسبت حجمی سیال در وجوه سلول بر اساس روابط هندسی محاسبه می‌شود. شرح کامل محاسبات هندسی پیچیده روش یانگز در مرجع [15و16] ارائه شده است.

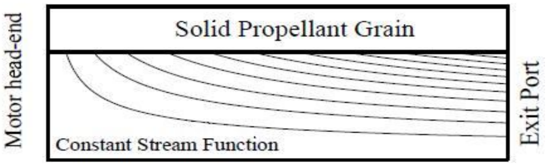
6- الگوریتم سیمپل تراکم‌پذیر

الگوریتم سیمپل معمولاً برای حل معادلات ناویر استوکس تراکم ناپذیر به کار می‌رود ولی بعضی محققین از جمله Issa و Lockwood، تلاش کرده‌اند تا الگوریتم سیمپل را برای جریانهای تراکم پذیر نیز توسعه دهند به عنوان مثال

آنها جریان مافوق صوت دوبعدی لزج را در کناره دیواره با استفاده از الگوریتم سیمپل تراکم پذیر بررسی کرده‌اند[17]. همچنین Han نیز الگوریتم سیمپل را برای جریان تراکم پذیر توسعه داده است [18]. در این تحقیق نیز از الگوریتم سیمپل تراکم پذیر برای حل جریان استفاده شده است.

7- تعریف مساله

موتورهای موشک سوخت جامد اغلب به صورت کانال‌ها یا لوله‌های متخلخل مدلسازی می‌شوند که با توجه به سرعت تزریق گاز و طول محفظه، اثرات تراکم پذیری می‌تواند در آنها در نظر گرفته شود یا اینکه از اثرات تراکم پذیری صرفنظر شود. در این تحقیق جریان گازها درون یک محفظه استوانه‌ای با استفاده از الگوریتم سیمپل تراکم پذیر حل شده است. گرین پیشران جامد به صورت یک استوانه توخالی فرض شده و مساله به صورت دو بعدی در دو راستای Z و r حل شده است. این مساله برای دو حالت جریان پایا و جریان ناپایا حل شده است. سوخت مورد استفاده هیدروکسیل ترمینید پلی بوتادین (HTPB) بدون فلز می‌باشد که شامل 84.5% آمونیوم پرکلرات (AP) به عنوان می‌باشد. این سوخت جامد دارای نرخ سوزش نسبتاً بالایی می‌باشد، با توان فشاری تقریبا برابر با n=0.5 و $\gamma = 1.21$. در شکل 4 شماتیکی از حوزه حل مشاهده می‌شود.



شکل 4- شماتیکی از حوزه حل مساله

برای محاسبه نرخ سوزش نیز از مدل زیر استفاده شده است که در آن $\dot{r}_b$ نرخ سوزش سوخت جامد می‌باشد و a و n ثابت‌های تجربی هستند[19].

$$\dot{r}_b = aP^n \quad (16)$$

8- شرایط مرزی

مرز غربی به عنوان شرط مرزی دیواره در نظر گرفته شده است و مرز شرقی به عنوان شرط مرزی خروجی، و مرز جنوبی به عنوان شرط مرزی تقارن، و مرز شمالی که در بسیاری از حل‌های تحلیلی به عنوان دیواره متخلخل فرض می‌شود، به صورت شرط مرزی دیواره دما ثابت و به عنوان ورودی جریان در نظر گرفته شده است. دمای آدیاباتیک شعله، در مرز شمالی به عنوان شرط مرزی دما ثابت فرض شده است. در حل جریان ناپایا شرط مرزی شمالی با توجه به مقدار نرخ سوزش در هر بازه زمانی، مقداری به سمت بالا حرکت می‌کند تا جایی که سوخت جامد به طور کامل بسوزد و تمام شود. سرعت شعله به عنوان سرعت گازهای ورودی به داخل دامنه حل در نظر گرفته شده است که از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$v_f = \frac{\dot{r}_b \rho_P}{\rho_g} \quad (17)$$

که در رابطهٔ بالا v_f سرعت شعله به عنوان سرعت ورودی گازها در مرز شمالی، $\dot{r}_b$ نرخ سوزش پیشران جامد، ρ_P چگالی پیشران جامد، و ρ_g چگالی گازهای سوخته شده در مرز شمالی می‌باشد. در رابطهٔ بالا چگالی پیشران جامد مقداری ثابت است و نرخ سوزش و چگالی گازهای سوخته شده هر دو در طول گرین کاهش می‌یابند ولی از آنجا که تغییرات کاهشی نرخ سوزش در طول گرین خیلی کم می‌باشد در نتیجه مشاهده می شود که سرعت شعله در طول گرین افزایش می‌یابد. این نکته در کانتور سرعت شعاعی نیز به خوبی مشاهده می‌شود.

9- اعتبار سنجی

نتایج حل عددی حالت پایا با نتایج حل تحلیلی یک بعدی حالت پایا و نتایج حل عددی حالت ناپایا با نتایج تجربی اعتبارسنجی شده‌اند. مقایسه نتایج، نشان دهنده مطابقت خوب نتایج حاصل از حل عددی با نتایج حل تحلیلی یک بعدی و همچنین نتایج تجربی می‌باشد.

10- حل تحلیلی یک بعدی

گنی و آهارون، اصول بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره را به صورت تحلیلی و تجربی بررسی کرده‌اند و یک رابطه تحلیلی ساده برای شبیه سازی بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره به صورت یک بعدی ارائه داده‌اند. در حل تحلیلی آنها فرض شده است که جریان گاز، شبه پایا و یک بعدی، بدون اصطکاک و در لوله‌ای با سطح مقطع ثابت که از دیواره‌های آن جرم افزوده می‌شود.
با فرض اینکه خواص جریان تابعی از فاصله در طول محفظه احتراق می‌باشند و مقادیر خواص جریان در مقطع شعاعی ثابت می‌باشند، شرایطی را ایجاب می‌کند که در انتهای خروجی از لوله با سطح مقطع ثابت با ماخ یک و شرایط خفگی روبرو باشیم. مهمترین تقریب فیزیکی که در این حل تحلیلی در نظر گرفته شده است این است که نرخ سوزش در تمام طول گرین ثابت فرض شده است که منجر به تولید شار جرمی ثابت از سطح سوخت می‌شود. توجه داشته باشید که مدل یک بعدی به نتایج زیر منتهی می‌شود:

$$M_{1D} = \sqrt{\frac{1-\sqrt{1-\chi^2}}{1+\gamma\sqrt{1-\chi^2}}} \quad (18)$$

$$P_{1D} = (1+\gamma)^{-1}\left(1+\gamma\sqrt{1-\chi^2}\right) \quad (19)$$

$$T_{1D} = (1+\gamma)^{\frac{1}{\gamma}-1}\left(1+\gamma\sqrt{1-\chi^2}\right)^{1-\frac{1}{\gamma}} \quad (20)$$

$$\chi = \frac{x}{L_s} \quad (21)$$

که در روابط بالا L_s طول گرین سوخت جامد x فاصله از سر انتهایی موتور، و χ فاصله بدون بعد می‌باشد. همچنین γ نسبت گرماهای ویژه، و M_{1D}، P_{1D}، و T_{1D} به ترتیب عدد ماخ، فشار بی بعد و دمای بی بعد برای جریان یک بعدی می‌باشند. چگالی نیز از رابطهٔ حالت گاز کامل محاسبه می‌شود. برای

تطبیق دادن نتایج با حل یک بعدی باید مقادیر در هر فاصله محوری با مقادیر متوسط حل دوبعدی مقایسه شوند. این نکته نیز حائز اهمیت است که سطح مقطع خروجی زمانی به شرایط خفگی می‌رسد که عدد ماخ متوسط به مقدار یک برسد.

نتایج حل شبه تحلیلی دوبعدی بدست آمده توسط Majdalani به صورت زیر می‌باشد [20]:

$$M_c = \Gamma\chi \frac{2+\frac{1}{3}\Gamma^2\chi^2 - M_w^2}{\sqrt{4-2(\gamma-1)\Gamma^2\chi^2}} \quad \text{(centerline Mach Number)} \quad (22)$$

$$P_c = 1 - \frac{1}{2}\gamma\Gamma^2\chi^2(1-M_w^2) - \frac{1}{24}\gamma\Gamma^4\chi^4 \quad \text{(centerline Pressure)} \quad (23)$$

$$T_c = 1 - \frac{1}{2}(\gamma-1)\Gamma^2\chi^2(1-M_w^2) - \frac{1}{6}(\gamma-1)\Gamma^4\chi^4 \quad \text{(centerline Temperature)} \quad (24)$$

که این روابط نتایج حل را بر روی خط مرکزی نشان می‌دهند.

که در این روابط:

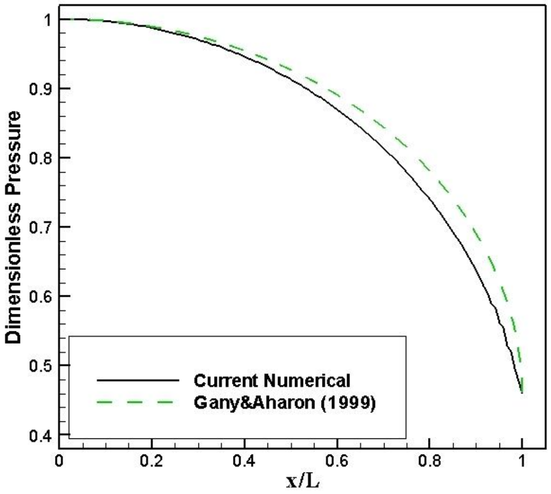
$$\Gamma \equiv \pi M_w L_s = \sqrt{\lambda - 2\gamma - 2 + 2(2\gamma^2+\gamma-1)/\lambda} \cong 0.884622 - 0.177299(\gamma-1) + 0.0539119(\gamma-1)^2 - 0.0180615(\gamma-1)^3 \quad (25)$$

و

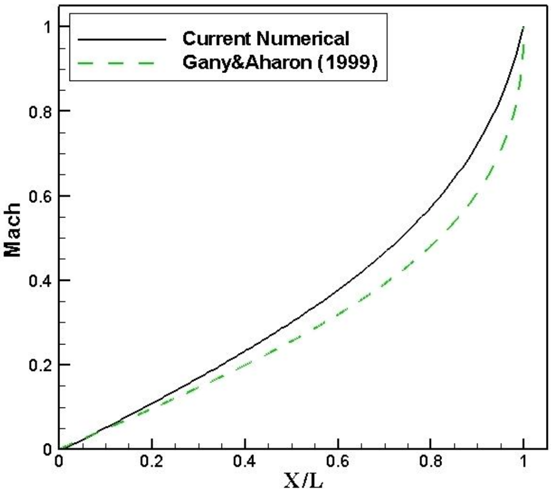
$$\lambda = \left(28+12\gamma-6\gamma^2-8\gamma^3+6\sqrt{(22+18\gamma-6\gamma^2-14\gamma^3-3\gamma^4)}\right)^{1/3} \quad (26)$$

11- نتایج حل عددی جریان پایا

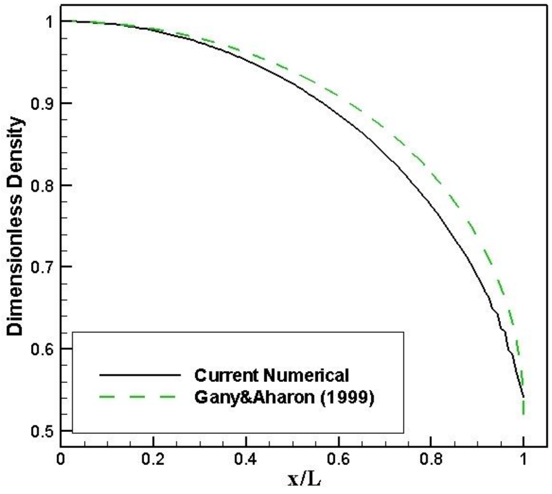
تغییرات خواص بی بعد جریان بر حسب طول جریان منتج از حل عددی با نتایج حل تحلیلی یک بعدی مقایسه شده‌اند. مقادیر متوسط خواص بدست آمده از حل عددی در راستای شعاعی با نتایج حل تحلیلی مقایسه شده‌اند. طبیعی است به خاطر اینکه حل تحلیلی به صورت یک بعدی است و حل عددی به صورت دوبعدی است، نتایج حل تحلیلی یک بعدی باید با نتایج متوسط حل دوبعدی در راستای شعاعی مقایسه شوند. با توجه به نتایج بدست آمده مشاهده می‌شود که نتایج حاصل از حل عددی مطابقت خوبی با نتایج حاصل از حل تحلیلی دارند. از نتایج حاصل شده مشاهده می‌کنیم که تغییرات فشار استاتیک در راستای شعاعی ناچیز می‌باشد.



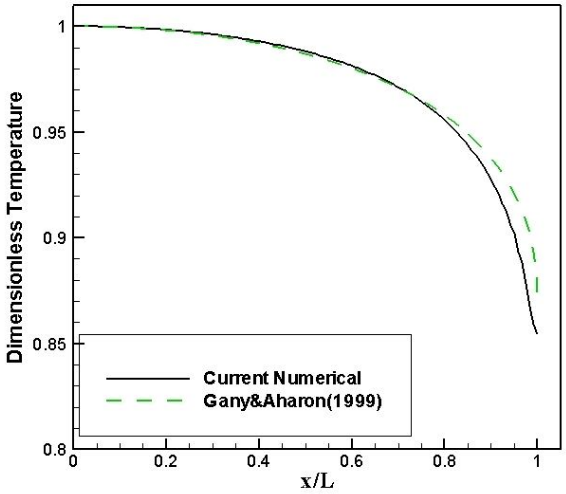
شکل 5- تغییرات فشار متوسط بی‌بعد بر حسب طول بی بعد



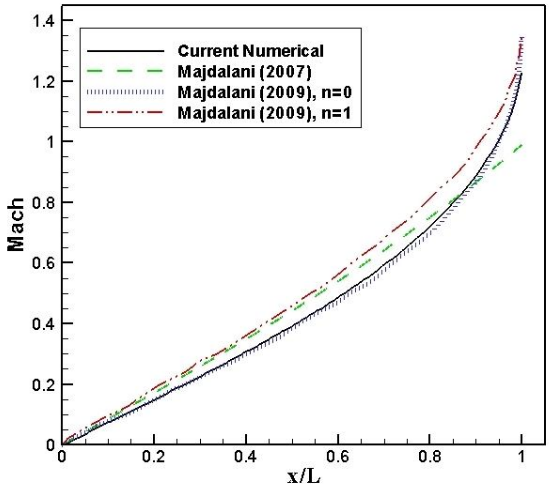
شکل 6- تغییرات عدد ماخ متوسط برحسب طول بی بعد



شکل 7- تغییرات چگالی متوسط بی بعد بر حسب طول بی بعد



شکل 8- تغییرات دمای متوسط بی بعد بر حسب طول بی بعد



شکل 9- تغییرات عدد ماخ بر روی خط مرکزی.

همچنین نسبت‌های سرعت محوری و شعاعی نیز با حل تحلیلی Taylor و Yamada در مراجع [21و22] اعتبارسنجی شده‌اند.

که برای لوله‌ای به شعاع R داریم که:

$$\frac{u}{u_c} = Cos\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \quad (27)$$

$$\frac{v}{v_f} = \left(\frac{R}{r}\right) Sin\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \quad (28)$$

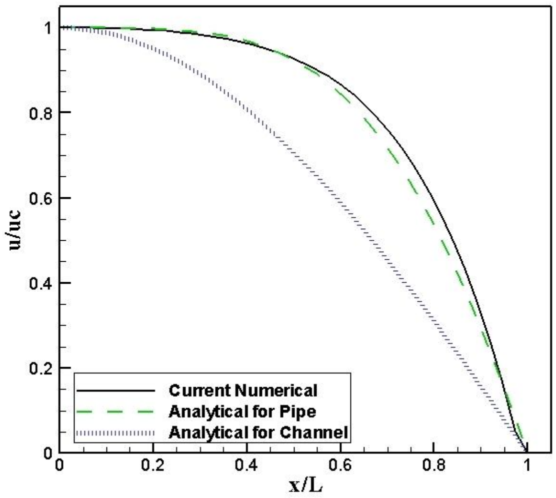
که در روابط بالا u_c سرعت محوری بر روی خط مرکزی و v_f سرعت شعاعی تزریق گازهای ورودی می‌باشد.

و برای یک کانال دوبعدی با ارتفاع 2H داریم که:

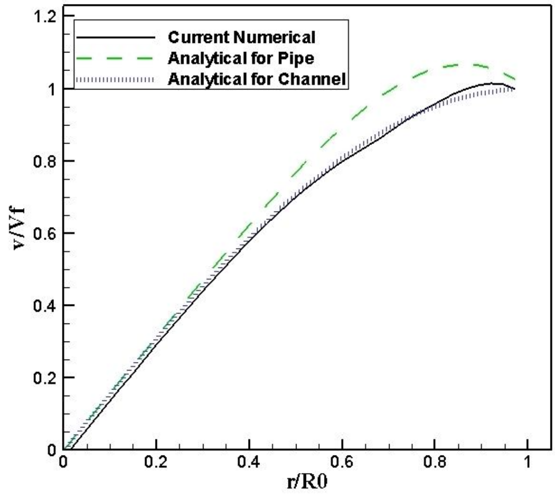
$$\frac{u}{u_c} = Cos\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{y'}{H}\right)\right] \quad (29)$$

$$\frac{v}{v_f} = Sin\left[\frac{\pi}{2}\left(\frac{y'}{H}\right)\right] \quad (30)$$

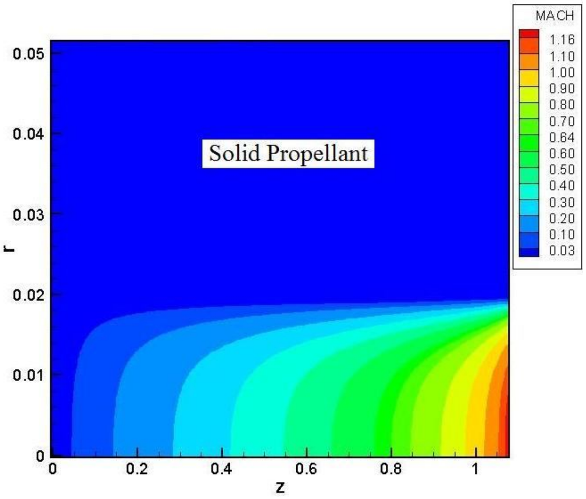
که y' فاصله عمودی از سطح تا خط مرکزی می‌باشد.



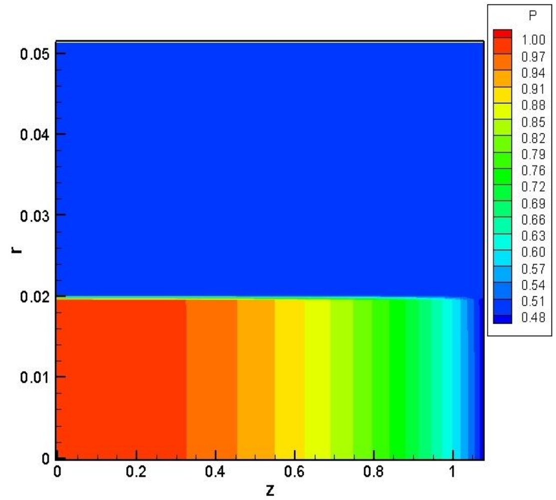
شکل 10- تغییرات نسبت سرعتهای محوری در راستای شعاعی



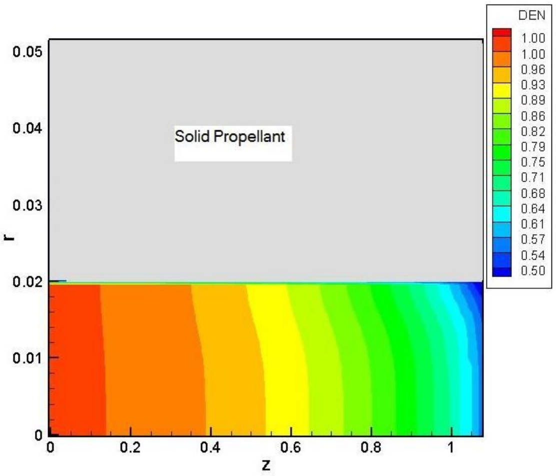
شکل 11- تغییرات نسبت سرعتهای شعاعی در راستای شعاعی



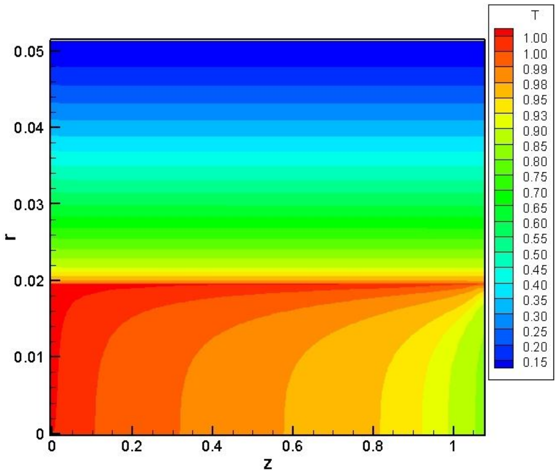
شکل 12- کانتور تغییرات عدد ماخ



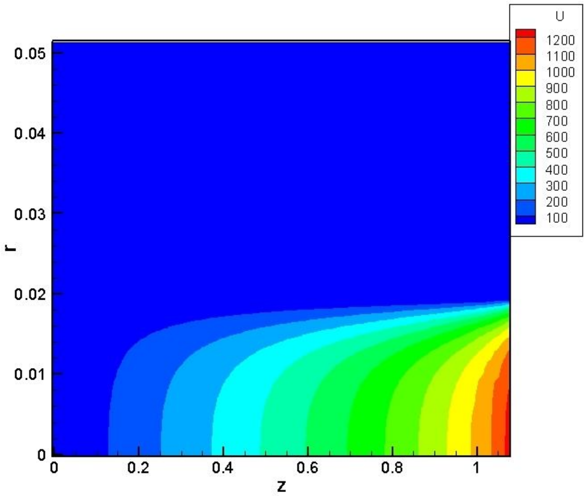
شکل 13- کانتور تغییرات فشار بی بعد



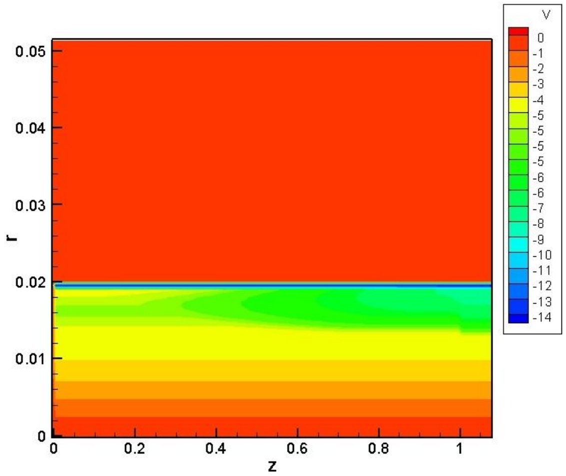
شکل 14- کانتور تغییرات چگالی بی بعد



شکل 15- کانتور تغییرات دمای بی بعد



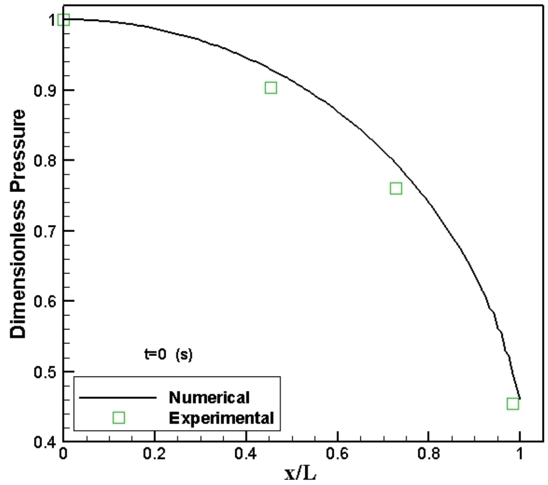
شکل 16- کانتور تغییرات سرعت در راستای محوری (m/s)



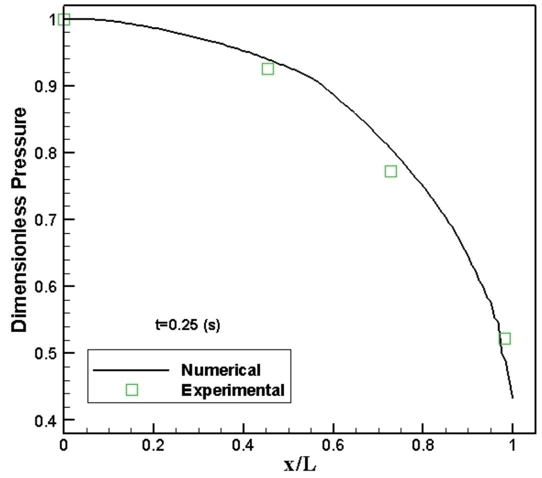
شکل 17- کانتور تغییرات سرعت در راستای شعاعی (m/s)

12- نتایج حل عددی جریان ناپایا

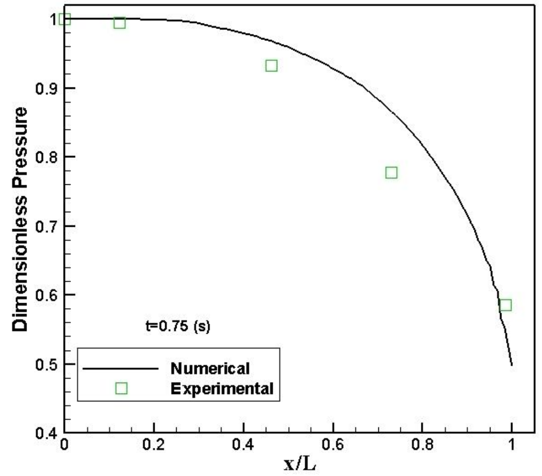
نتایج فشار بی بعد حاصل از حل عددی با نتایج تجربی بدست آمده توسط گنی و آهارون، در زمان‌های مختلف مقایسه شده است و مشاهده می شود که نتایج حاصل از حل عددی جریان با نتایج تجربی مطابقت خوبی دارند. در شکل‌های 18 تا 21 تغییرات فشار متوسط جریان درون محفظه موتور موشک در زمان‌های مختلف با نتایج تجربی مقایسه شده است. این مقایسه نشان دهنده مطابقت خوب نتایج حل عددی با نتایج تجربی می‌باشد.



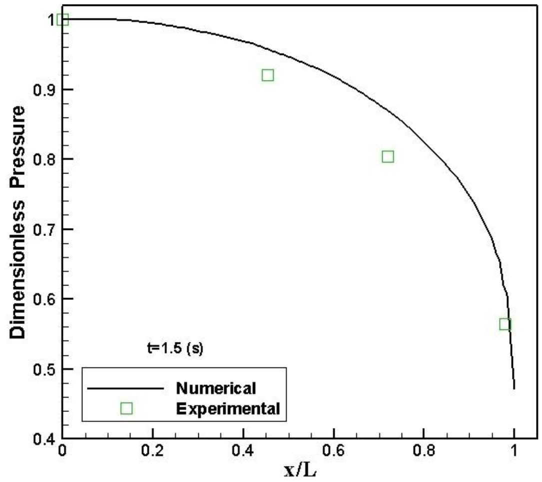
شکل **18**- تغییرات فشار بی بعد بر حسب طول بی بعد در **t=0 s**



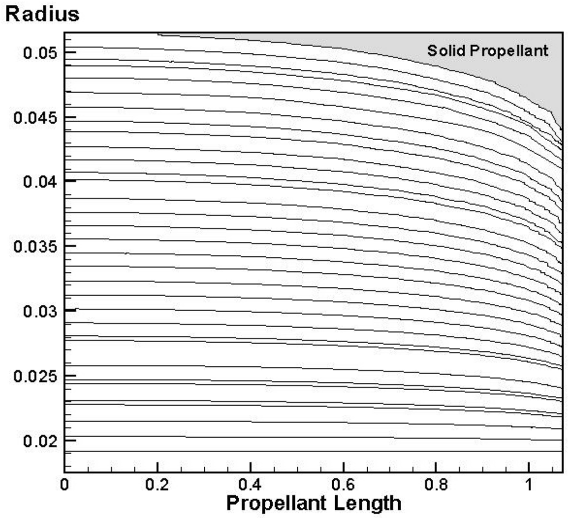
شکل **19**- تغییرات فشار بی بعد بر حسب طول بی بعد در **t=0.25 s**



شکل **20**- تغییرات فشار بی بعد بر حسب طول بی بعد در **t=0.75 s**

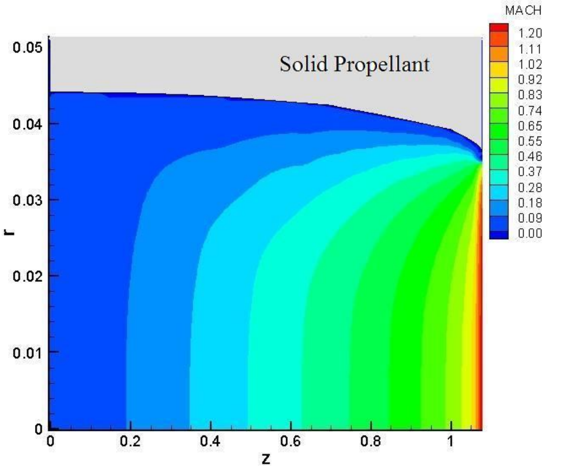


شکل **21**- تغییرات فشار بی بعد بر حسب طول بی بعد در **t=1.5 s**

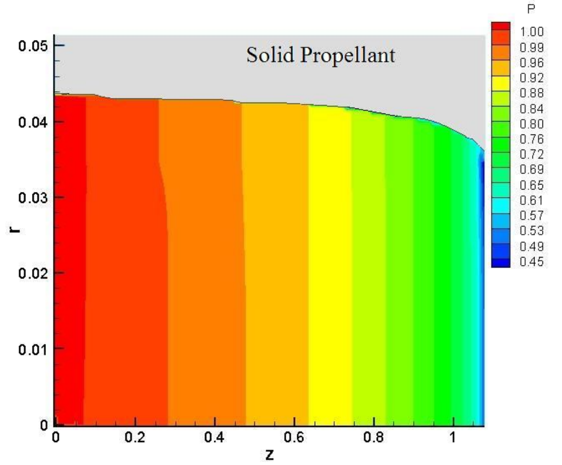


شکل 22- تخمین مراحل پسروی سطح گرین سوخت جامد در طول زمان با استفاده از روش PLIC یانگز.

در شکل 22 مراحل پسروی گرین سوخت جامد را مشاهده می‌کنید. در لحظه اولیه شعاع داخلی گرین سوخت در تمام طول محفظه ثابت می‌باشد ولی با توجه به اینکه فشار در خروجی کاهش می‌یابد، در نتیجه این کاهش فشار در خروجی باعث کاهش نرخ سوزش در خروجی می‌شود. پس همانطور که در شکل نیز مشاهده می‌کنید سوخت جامد در خروجی دیرتر می‌سوزد. در شکل 22، شکل سطح سوخت در زمانهای مختلف با استفاده از روش VOF و شیوه PLIC یانگز مدلسازی شده است و مراحل پسروی سطح سوخت به خوبی مشاهده می‌شود.



شکل 23- کانتور تغییرات عدد ماخ در t=1.5 (s)



شکل 24- کانتور تغییرات فشار بی بعد در t=1.5 (s)

13- نتیجه‌گیری

با توجه به صرفه اقتصادی بسیار خوب موتورهای موشک بدون شیپوره و سادگی ساخت و تولید آنها، طراحی و شبیه سازی اینگونه موشکها دارای اهمیت ویژه‌ای می‌باشد. به همین جهت در این تحقیق این موتورها با استفاده از روش عددی شبیه سازی شده‌اند و نتایج بدست آمده نشان می دهد که نتایج حل عددی حاضر مطابقت خوبی با نتایج حل تحلیلی برای جریان پایا دارند و همچنین نتایج حل جریان ناپایا نیز مطابقت خوبی با نتایج تجربی دارد. درنتیجه این نشان دهنده شبیه سازی مناسب بالستیک داخلی موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره با استفاده از نرم افزار توسعه داده شده می‌باشد.

مراجع

1. زاهدزاده مصطفی، " شبیه سازی عددی بالستیک داخلی موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره"، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد، 1389.

2. زاهدزاده مصطفی، جوارشکیان محمدحسن، " شبیه سازی محفظه احتراق موتورهای موشک سوخت جامد بدون شیپوره"، اولین کنفرانس علوم حرارتی ایران - 19و20 بهمن‌ماه 1389.

3. زاهدزاده مصطفی، اسماعیلی علی، جوارشکیان محمدحسن، زاهدزاده مجتبی "بهینه‌سازی موتور موشک سوخت جامد بدون شیپوره با روش NFPSO"، اولین کنفرانس انجمن پیشرانش هوافضایی ایران، دانشگاه صنعتی اصفهان، 30-29 آذرماه 1391.

4. Procinsky, I. M., Catherine A. McHale, “Nozzleless Boosters for Integral-Rocket-Ramjet Missile Systems.” Spacecraft Journal, vol. 18, pp. 193-199, (1981).

5. Gany, A., Aharon, I. “Internal Ballistics Considerations of Nozzleless Rocket Motors.” Propulsion And Power Journal, vol. 15, pp. 866-873, (1999).

6. Krishnan, S., Ramakrishnan, R. “Effect of motor length and propellant formulation on nozzleless solid rocket performance.” ProQuest Science Journals, (1999).

7. Maicke, B. A., Majdalani, J. “The Compressible Taylor Flow in Slab Rocket Motors.” presented at 42nd Joint Propulsion Conference, Sacramento, California, (2006).

8. Maicke, B. A., Majdalani, J. “On the Compressible Hart-McClure Mean Flow Motion in Simulated Rocket Motors.” Presented at 46th Joint Propulsion Conference, Nashville, TN, AIAA, (2010).

9. Akiki, M., Majdalani, J. “Compressibility Effects in Slender Rocket Motors.” presented at 45th Joint Propulsion Conference, Denver, Colorado, (2009).

10.Akiki, M., Majdalani, J. “Quasi-Analytical Approximation of the Compressible Flow in a Planar Rocket Configuration.” Presented at 46th Joint Propulsion Conference, Nashville, TN, AIAA, (2010).

11.Sams, O. C., Majdalani, J., Saad, T. “Mean Flow Approximations for Solid Rocket Motors with Tapered Walls.” JOURNAL OF PROPULSION AND POWER, (2006).

12.Saad, T., Majdalani, J. “Theoretical Models for Wall Injected Duct Flows.” PHD Thesis, Doctor of Philosophy: University of Tennessee, pp. 184, (2010).

13.Trevor S. Elliott, Joshua W. Batterson, Joseph Majdalani, “Biglobal Stability of Cylindrically-Shaped Hybrid and Solid” presented at 48th Joint Propulsion Conference, Atlanta, Georgia, (2012).

14.R. Farinaccio, P. Lessard, “Nozzleless Booster Performance Study” Defence Research Establishment Valcartier, Technical Report, DREV TR 2001-285, May (2002).

15.Youngs, D.L., “Time dependent multi material flow with large fluid distortion.”, Number. Methods for Fluid Dynamics, N.Y, vol. 15, (1992).

16.Seifollahi, M., Shirani, E., Ashgriz, N. “An improved method for calculation of interface pressure force in PLIC-VOF methods.”, European Journal of Mechanics B/Fluids, vol. 27, pp. 1-23, (2008).

17.Issa, R. I., Lockwood, F. C. “On the Prediction of Two-Dimensional Supersonic Viscous Interactions Near Walls.” AIAA Journal, vol. 15, n. 2, pp. 182-188, (1977).

18.Han, S. M. “A Generalized Finite-Difference Method For Transient Analysis of Compressible and Incompressible Flows, Numerical Methods For Fluid Transient Analysis.”, Applied

Mechanics, Bioengineering and Fluid Engineering Conference, Huston, June 20 (1983).
19.George P. Sutton, Oscar Biblarz, “Rocket Propulsion Elements”, Seventh Edition, Published by: JOHN WILEY & SONS, INC., (2001).
20.Majdalan, J., “On Steady Rotational High Speed Flows: The Compressible Taylor-Culic Profile”, Proceedings of the Royal Society, London, Series A, Vol. 463, No. 2077, pp. 131-16, (2007).
21.Taylor, G., ”Fluid Flow in Regions Bounded by Porous Surfaces,” Journal of Mathematical Physical & Engineering Sciences, Vol. 234, no. 1199, pp. 456-475, 1956.
22.Yamada, K., Goto, M., Ishikawa, N., “Simulative Study on the Erosive Burning of Solid Rocket Motors,” Journal of AIAA, Vol. 14, No. 9, pp. 1170-1176, 1976.