

برق، مکانیک، مکاترونیک

بهمن ماه ۹۵، تهران، ایران

بررسی سه نوع معادله تنش سطحی قطره و تأثیر آن بر دو نوع جوانه زایی جریان دوفازی بخار آب در نازل های مور

امید نوری کادیجانی^{۱*}، محمدرضا مه پیکر^۲

۱- دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه فردوسی مشهد

۲- استاد گروه مکانیک دانشگاه فردوسی مشهد

خلاصه

در نیروگاه‌های فسیلی در انتهای توربین‌های بخار و در نیروگاه‌های هسته‌ای از همان ابتدا در اثر انبساط بخار، دمای بخار کاهش یافته و در نتیجه بخار ما فوق گرم خط اشباع را قطع کرده و وارد منطقه دوفازی می‌شود به علت سرعت بالای جریان، بخار کماکان تک فاز می‌باشد که به این بخار، بخار مافوق سرد گفته می‌شود. در این حالت است که بدون وجود ذرات خارجی سیال شروع به جوانه زایی از نوع همگن می‌نماید. رها شدن گرمای نهان به بخار مافوق صوت، باعث افزایش فشار ناگهانی می‌گردد به این پدیده شوک میعان نیز گفته می‌شود. که به علت دوفازی شدن جریان بخار در توربین‌ها باعث تلفات و خوردگی پره‌ها می‌گردد. به توجه به اهمیت جوانه‌زایی در پدیده دوفازی، و نقش بسیار مهم تنش سطحی قطرات در آن، در تحقیق حاضر برای اولین بار دو مدل مختلف جوانه زایی با سه نوع تنش سطحی‌های مختلف ترکیب گردیده و نتایج توزیع فشار و شعاع قطرات محاسباتی در چندین حالت با نتایج تجربی مقایسه گردیده است. بر این اساس استفاده از معادله تنش سطحی سطح صاف در ترکیب با اصلاح کورتنی کانتراویتز بر معادله جوانه زایی در نازل های مور کلاسیک بهترین کارکرد را در تطابق با نتایج تجربی دارد. بعد از آن معادله جوانه زایی هیل می باشد که نوع معادله تنش سطحی تأثیری بر آن ندارد.

کلمات کلیدی: تئوری جوانه زایی، شوک چگالشی، جریان دوفازی، کشش سطحی، الگوریتم ژنتیک.

۱. مقدمه

هنگامی که بخار خالص در حال انبساط که فاقد ذرات خارجی و یون‌ها می‌باشد از خط اشباع می‌گذرد، بخار بلافاصله چگالیده نمی‌شود و جای آن به حالت فوق اشباع درمی‌آید، بخار فوق اشباع در یک حالت نیمه پایدار است و در طی یک دوره زمانی که ممکن است بسته به درجه فوق اشباع کوتاه یا طولانی باشد بازگشت به حالت تعادل از طریق شکل‌گیری و رشد تعداد زیادی قطرات مایع صورت می‌گیرد این پروسه جوانه زایی همگن نامیده می‌شود. اولین تحقیق تحلیلی در زمینه جوانه زایی چگالشی توسط اسواتیچ

* Corresponding author: توضیحات مربوط به نویسنده اول

Email:

برق، مکانیک، مکترونیک

بهمن ماه ۹۵، تهران، ایران

[1] ارائه گردید. روش‌های ریاضی یا حل دقیق حتی به صورت یک‌بعدی هنوز از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است که دکتر مه پیکر فعالیت بخصوصی در این زمینه داشته است [2-6]. حضور فاز مایع در بخار باعث ایجاد تلفات سه‌گانه مکانیکی (افت مومنتوم در اثر نوسانات قطره)، ترمودینامیکی (انتقال حرارت برگشت‌ناپذیر) و ایرودینامیکی (خفگی در جریان دوفازی و ناپایداری جریان) می‌شود. که این امر باعث اهمیت موضوع و مطالعه آن توسط محققین شده است. بنابراین به منظور مقابله با این تلفات و مشکلات حاصله که تأثیرات بر متغیرهای جریان می‌گذرد، مطالعه و بررسی دقیق پدیده چگالش و ظهور فاز مایع داخل آن ضروری می‌باشد.

معادله جوانه زایی یکی از معادلات حاکم بر فاز مایع است. این معادله در هر گام محاسباتی تعداد قطرات تازه شکل گرفته با شعاع بحرانی را محاسبه می‌کند و در نتیجه تعیین‌کننده تعداد قطرات تولیدی می‌باشد. دانشمندان زیادی برای تحلیل پدیده جوانه زایی همگن تلاش نموده‌اند و نتیجه کار ایشان تحت عنوان معادله جوانه زایی کلاسیک بیان شده است. پس از مطالعه بر روی موضوع جوانه زایی منجر به اعمال اصلاحات متنوع بر معادله کلاسیک شده است. همچنین هیل با استفاده از استدلال مقیاسی یک معادله جوانه زایی مستقل از معادله کلاسیک بدست آورد. اگر به معادله جوانه زایی کلاسیک در معادله *Error! Reference source not found.* نیز معادله انرژی آزاد گیبس (۲) رجوع کنیم متوجه می‌شویم که انرژی آزاد سطح کلاسترهای بحرانی (تنش سطحی) به صورت σ^3 در عبارت نمای معادله جوانه زایی ظاهر می‌شود. پس به طور واضح تغییرات کوچک در σ_r تأثیر چشمگیری در نرخ جوانه زایی دارد. در این مقاله سعی شده است تا به معرفی یک رابطه‌ی مناسب برای کشش سطحی پرداخته شود که تطابق خوبی با نتایج تجربی داشته باشد.

$$I_{class} = q_c \frac{\rho_G}{\rho_L} \sqrt{\frac{2\sigma_r}{\pi m^3}} \exp\left(-\frac{\Delta G^*}{KT_G}\right) \quad (1)$$

$$\Delta G^* \frac{4\pi\sigma r^2}{3} = \frac{16\pi\sigma^3}{3(\rho_L RT_G \ln\left(\frac{P}{P_s(T_G)}\right))^2} \quad (2)$$

۲. معادلات تحلیلی برای رشد قطره

معادلات تحلیلی رشد قطره از مرجع [7] استخراج گردیده است:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{\alpha_r(T_L - T_G)}{\rho_L L} \quad (1)$$

$$r = 2\sigma_r / \left\{ \rho_L RT_L \left(\ln \frac{\rho_s(T_L, r)}{\rho_s(T_L)} + 2B_1(\rho_s(T_L, r) - \rho_s(T_L)) + 1.5B_2((\rho_s(T_L, r))^2 - (\rho_s(T_L))^2) + 1.3B_3((\rho_s(T_L, r))^3 - (\rho_s(T_L))^3) \right) \right\} \quad (2)$$

نرخ تغییر درجه حرارت قطره از رابطه ساده زیر قابل محاسبه خواهد بود.

$$\frac{dT_L}{dt} = \frac{dT_L}{dr} \cdot \frac{dr}{dt} \quad (3)$$

با تعیین $\frac{dT_L}{dr}$ رابطه فوق جهت تعیین تغییرات شعاع و درجه حرارت قطره نسبت به زمان می‌تواند توسط روش استاندارد رانگ-کوتا انتگرال‌گیری عددی شود

۲.۱ معادلات تحلیلی حاکم بر جریان دوفازی

با استفاده از فرض‌های زیر معادلات جریان استخراج شده است

برق، مکانیک، مکاترونیک

بهمن ماه ۹۵، تهران، ایران

- جریان یک‌بعدی، آدیاباتیک و یکنواخت باشد.
 - حجم اشغالی توسط فاز مایع در مقایسه با حجم بخار ناچیز است.
 - از سرعت لغزشی بین دوفاز صرف‌نظر شده است بنابراین سرعت دوفاز با یکدیگر برابر است.
 - به علت کوچکی قطرات از نیروهای درگی و افت‌های اصطکاکی صرف‌نظر شده است.
 - از تغییرات حرارت نهان (dL) در طول المان چشم‌پوشی می‌شود.
- با معرفی کسر خشکی و متغیر Z داریم:

$$\xi = \frac{W_G}{W} = \frac{W - W_L}{W} \quad Z = Ma^2 \quad (4)$$

$$\frac{dZ}{Z} = \frac{1}{1 - \left(\frac{Z}{\xi}\right)(1 + (1 - \xi)\left(\frac{\gamma - X}{\gamma}\right))} \left\{ \left[\frac{\gamma - X}{\gamma} (\gamma Z + 1) + \gamma + 1 \right] \frac{fZ dx}{2D_e} + \left(1 + \frac{\gamma Z}{\xi} \right) \frac{Y}{X} \frac{dW_L}{W} - \left(2 + \frac{Z}{\xi} \left[(\gamma - 1) - (1 - \xi) \left(\frac{\gamma - X}{\gamma} \right) \right] \right) \left(\frac{dA}{A} + \frac{dW_L}{W - W_L} \right) \right\} \quad (5)$$

$$\frac{dT_G}{T_G} = \frac{1}{1 - \left(\frac{Z}{\xi}\right)(1 + (1 - \xi)\left(\frac{\gamma - X}{\gamma}\right))} \left\{ \left(\frac{\gamma - X}{\gamma^2} \right) (X - Y - \gamma Z) \frac{fZ dx}{2D_e} + \left(1 - \frac{\gamma Z}{\xi X} \right) \frac{L}{C_p T_G} \frac{dW_L}{W} + \left(\frac{\gamma - X}{\gamma^2} \right) \left(X + \frac{Y - X}{\xi} \right) Z \left(\frac{dA}{A} + \frac{dW_L}{W - W_L} \right) \right\} \quad (6)$$

$$\frac{d\rho_G}{\rho_G} = \frac{1}{1 - \left(\frac{Z}{\xi}\right)(1 + (1 - \xi)\left(\frac{\gamma - X}{\gamma}\right))} \left\{ -\frac{Z}{Y} (\gamma - X + Y) \frac{f dx}{2D_e} - \frac{L}{X C_p T_G} \frac{dW_L}{W} + \frac{Z}{\xi} \left[1 + (1 - \xi) \left(\frac{\gamma - X}{\gamma} \right) \right] \left[\frac{dA}{A} + \frac{dW_L}{W - W_L} \right] \right\} \quad (7)$$

با فرض معلوم بودن چهار متغیر مستقل $f, \frac{dA}{A}, W_L$ و W_G سیستم معادلات فوق قابل انتگرال‌گیری خواهد شد. برای مقدار مایع تشکیل‌شده در یک المان به طول Δx دودسته قطرات در نظر گرفته می‌شود. الف: قطراتی که به‌طور واقعی در داخل المان، جوانه‌زده و به وجود می‌آیند. این دسته قطرات با توجه به محل تشکیل شدنشان در خروج از المان به مقدارهای متفاوتی رشد خواهند کرد. ب: قطراتی که در بالادست المان، جوانه زده‌اند. این گروه از قطرات ضمن عبور از المان رشد می‌کند و از المان خارج می‌شود. مقدار متوسط تغییرات نرخ جرم رابر است با:

$$\frac{dW_L}{dx} = \frac{W_L^A + W_L^B}{\Delta x} \quad (8)$$

حال با به دست آمدن مقادیر W_L و $\frac{dW_L}{dx}$ معادلات جریان توسط روش عددی رانج-کوتا قابل انتگرال‌گیری خواهد بود.

۳. اثر کشش سطحی

۳.۱ تئوری بنسون و شاتل ورث

بنسون و شاتل ورث [8] بیان کردند که پدیده جوانه زایی به ویژگی کلاسترهای کوچک مولکولی بستگی دارد و فرمول زیر را پیشنهاد دادند.

$$\sigma_r = \sigma_\infty \left[\left(1 - \frac{K_1}{g^{\frac{1}{3}}} \right) - \left(\frac{K_2}{g^{\frac{1}{3}}} \right) \right] \quad K_2 \ll K_1 \quad (9)$$

۳.۲ تئوری گیبس

$$\sigma = \sigma_\infty e^{-2\delta/R} \quad (12)$$

برق، مکانیک، مکاترونیک

بهمن ماه ۹۵، تهران، ایران

۳.۳ تئوری وندروالس

$$\sigma = \sigma_{\infty} \frac{\frac{R}{\delta} \exp(-\arctg(\frac{1}{R/\delta+1}))}{((R/\delta)^2 + 2R/\delta + 2)^{0.5}} \quad (13)$$

تئوری گیسیس و وندروالس بر اساس شعاع قطره به‌دست‌آمده‌اند و از آنجا که معادله جوانه زاپی که در کد قرار داده شده مستقل از شعاع می‌باشد در نتیجه این معادلات نتایجی مشابه حالت سطح صاف می‌دهند و در شکل‌ها بررسی نشده است.

۴.۳ تئوری تولمان

تولمان [9] برای به دست آوردن تأثیر اندازه قطره بر تنش سطحی بین قطره مایع و بخار متشکل از یک ماده واحد، از تئوری تنش سطحی گیسیس کمک گرفت و فرمول زیر را برای نشان دادن وابستگی تنش سطحی σ به شعاع r به دست آورد.

$$\frac{\sigma}{\sigma_{\infty}} = \frac{1}{1 + \frac{2\sigma}{r}} \quad (14)$$

تئوری‌های بی‌شماری برای تصحیح تنش سطحی فیلم تخت با افزایش انحنای سطح توسط محققین بسیاری ارائه شده، اما توافق کلی حتی روی نحوه تغییر تنش سطحی با شعاع وجود ندارد. به‌رحال به خاطر حساسیت بالای J به تغییرات σ تا زمانی که این مشکل حل نشده باشد احتمال ارائه تئوری جوانه زاپی راضی‌کننده‌ای که توافق عالی با نتایج تجربی داشته باشد، بسیار ضعیف است.

محمدی [10] با کمک الگوریتم ژنتیک روابطی برای تنش سطحی یافت شده که در صورت استفاده از آنان توافق بسیار خوبی بین نتایج تحلیلی با داده‌های متعدد آزمایشگاهی صورت می‌گیرد: [8]

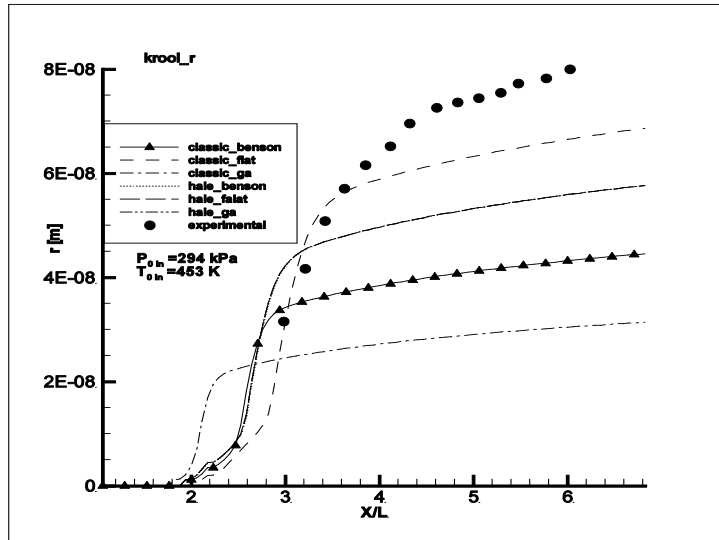
$$\begin{cases} \sigma = 0.2429 \times (1 - \frac{T}{647.096})^{1.357} \times [1 - 0.720 \times (1 - \frac{T}{647.096})] & (\Delta T \leq 35^{\circ}C) \\ \sigma = 0.2429 \times (1 - \frac{T}{647.096})^{1.445} \times [1 - 0.780 \times (1 - \frac{T}{647.096})] & (\Delta T > 35^{\circ}C) \end{cases} \quad (15)$$

۴. نتایج

شکل ۱ توزیع شعاع قطره در نازل کرول را نشان می‌دهد همانطور که مشاهده می‌شود بهترین تطابق نتایج آزمایشگاهی با معادله جوانه زاپی کلاسیک همراه با تنش سطحی صاف می‌باشد و در رتبه دوم معادله جوانه زاپی هیل با تصحیح گیرشفت جیو قرار دارد (لازم به ذکر است که در این نمودار تنش سطحی در معادله هیل تأثیری نداشته و تمام نتایج روی هم قرار دارند

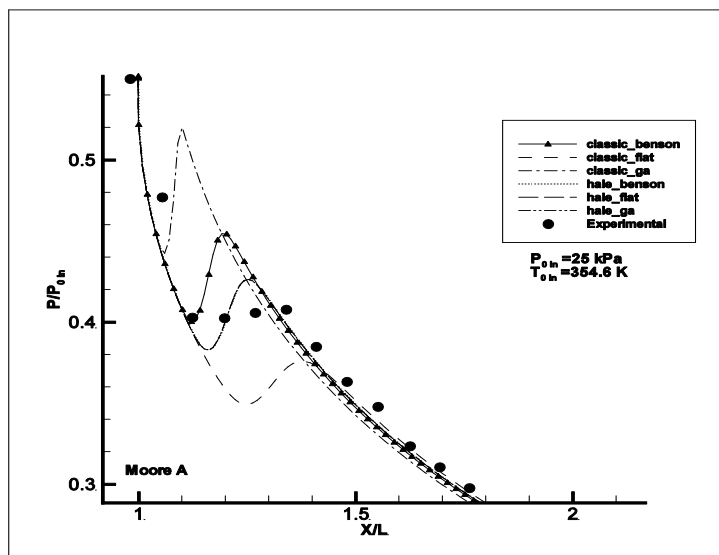
برق، مکانیک، مکاترونیک

بهمن ماه ۹۵، تهران، ایران



شکل ۱- توزیع شعاع قطره حاصل از معادله جوانه زایی کلاسیک با تصحیح کورتنی کانتراویتز در ترکیب با معادله جوانه زایی هیل با تصحیح گیرشیک جیو در تنش سطحی های مختلف در نازل کروول

شکل ۲ توزیع نسبت فشار در نازل مور هندسه A را نشان می دهد همانطور که مشاهده می شود بهترین تطابق نتایج آزمایشگاهی با معادله جوانه زایی کلاسیک همراه با تنش سطحی صاف می باشد و در رتبه دوم معادله جوانه زایی هیل با تصحیح گیرشفت جیو قرار دارد. (لازم به ذکر است که در این نمودار تنش سطحی در معادله هیل تأثیری نداشته و تمام نتایج روی هم قرار دارند). شکل ۳ توزیع شعاع قطره در نازل مور هندسه A را نشان می دهد همانطور که مشاهده می شود بهترین تطابق نتایج آزمایشگاهی با معادله جوانه زایی کلاسیک همراه با تنش سطحی بنسون شاتل ورث می باشد. (لازم به ذکر است که در این نمودار تنش سطحی در معادله هیل تأثیری نداشته و تمام نتایج روی هم قرار دارند).

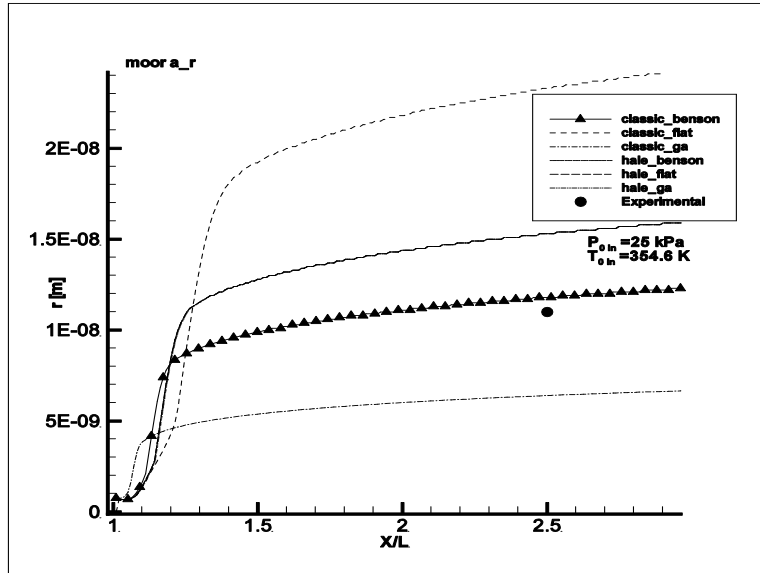


شکل ۲- توزیع نسبت فشار حاصل از معادله جوانه زایی کلاسیک با تصحیح کورتنی کانتراویتز در ترکیب با معادله جوانه زایی هیل با تصحیح گیرشیک جیو در تنش سطحی های مختلف در نازل A مور

برق، مکانیک، مکترونیک

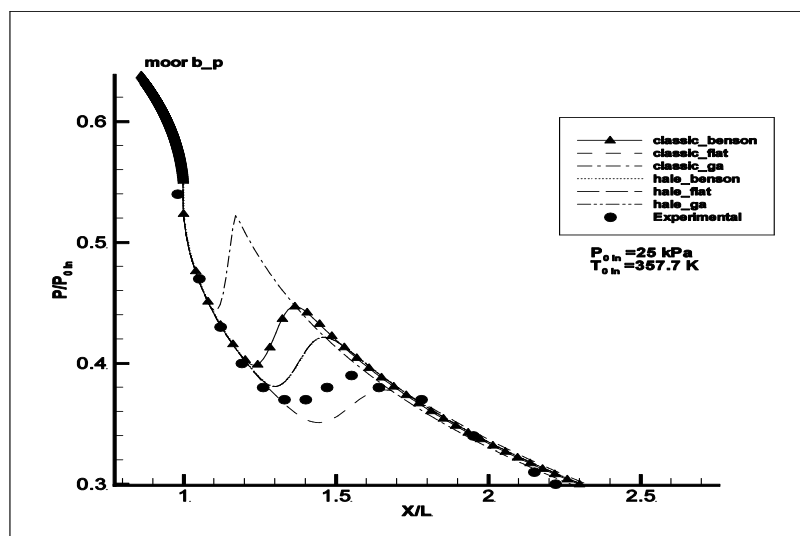
بهمن ماه ۹۵، تهران، ایران

شکل ۳ توزیع شعاع قطره در نازل مور هندسه A را نشان می‌دهد همانطور که مشاهده می‌شود بهترین تطابق نتایج آزمایشگاهی با معادله جوانه زایی کلاسیک همراه با تنش سطحی بنسون ورت می‌باشد. (لازم به ذکر است که در این نمودار تنش سطحی در معادله هیل تاثیری نداشته و تمام نتایج روی هم قرار دارند)



شکل ۳- توزیع شعاع قطره حاصل از معادله جوانه زایی کلاسیک با تصحیح کورتنی کانتراویتز در ترکیب با معادله جوانه زایی هیل با تصحیح گیرشیک جیو در تنش سطحی های مختلف در نازل A مور

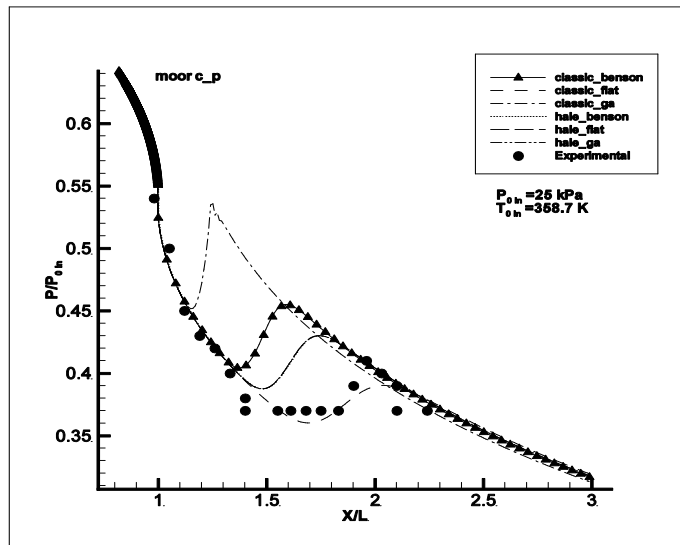
شکل ۴ توزیع نسبت فشار در نازل مور هندسه B را نشان می‌دهد همانطور که مشاهده می‌شود بهترین تطابق نتایج آزمایشگاهی با معادله جوانه زایی کلاسیک همراه با تنش سطحی صاف می‌باشد و در رتبه دوم معادله جوانه زایی هیل با تصحیح گیرشفت جیو قرار دارد (لازم به ذکر است که در این نمودار تنش سطحی در معادله هیل تاثیری نداشته و تمام نتایج روی هم قرار دارند).



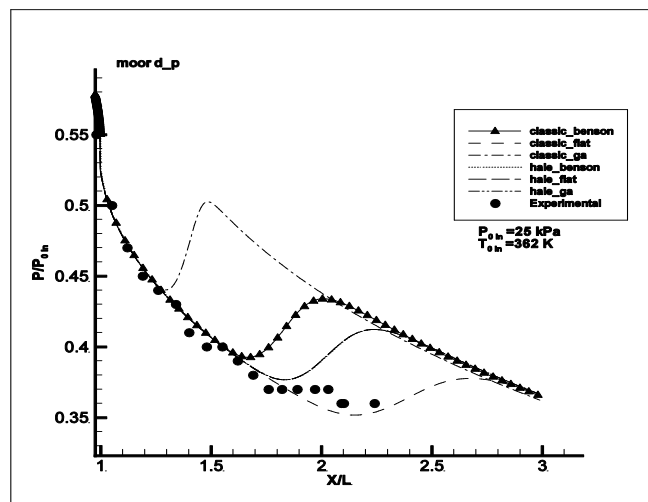
شکل ۴- توزیع نسبت فشار حاصل از معادله جوانه زایی کلاسیک با تصحیح کورتنی کانتراویتز در ترکیب با معادله جوانه زایی هیل با تصحیح گیرشیک جیو در تنش سطحی های مختلف در نازل B مور

بهمن ماه ۹۵، تهران، ایران

شکل ۵ توزیع نسبت فشار در نازل مور هندسه D را نشان می‌دهد همانطور که مشاهده می‌شود بهترین تطابق نتایج آزمایشگاهی با معادله جوانه زایی کلاسیک همراه با تنش سطحی صاف می‌باشد و در رتبه دوم معادله جوانه زایی هیل با تصحیح گیرشفت جیو قرار دارد (لازم به ذکر است که در این نمودار تنش سطحی در معادله هیل تأثیری نداشته و تمام نتایج روی هم قرار دارند). شکل ۶ توزیع نسبت فشار در نازل مور هندسه D را نشان می‌دهد همانطور که مشاهده می‌شود بهترین تطابق نتایج آزمایشگاهی با معادله جوانه زایی کلاسیک همراه با تنش سطحی صاف می‌باشد و در رتبه دوم معادله جوانه زایی هیل با تصحیح گیرشفت جیو قرار دارد (لازم به ذکر است که در این نمودار تنش سطحی در معادله هیل تأثیری نداشته و تمام نتایج روی هم قرار دارند)



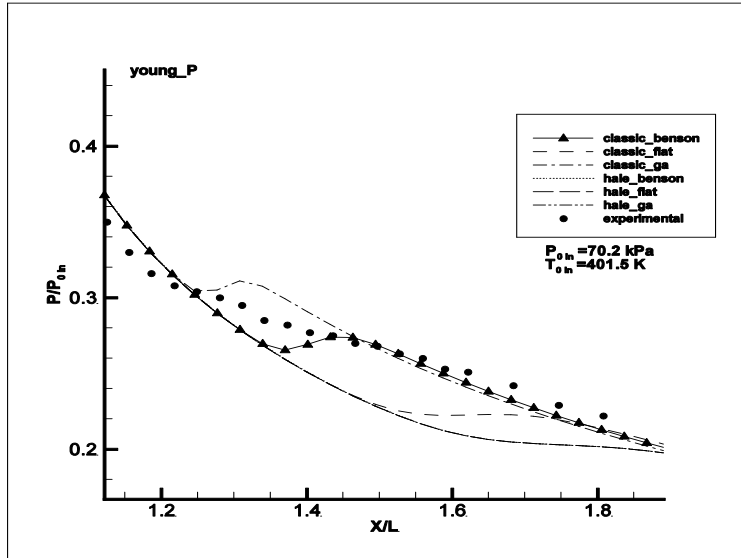
شکل ۵- توزیع نسبت فشار حاصل از معادله جوانه زایی کلاسیک با تصحیح کورتنی کانتراویترز در ترکیب با معادله جوانه زایی هیل با تصحیح گیرشفت جیو در تنش سطحی های مختلف در نازل C مور



شکل ۶- توزیع نسبت فشار حاصل از معادله جوانه زایی کلاسیک با تصحیح کورتنی کانتراویترز در ترکیب با معادله جوانه زایی هیل با تصحیح گیرشفت جیو در تنش سطحی های مختلف در نازل D مور

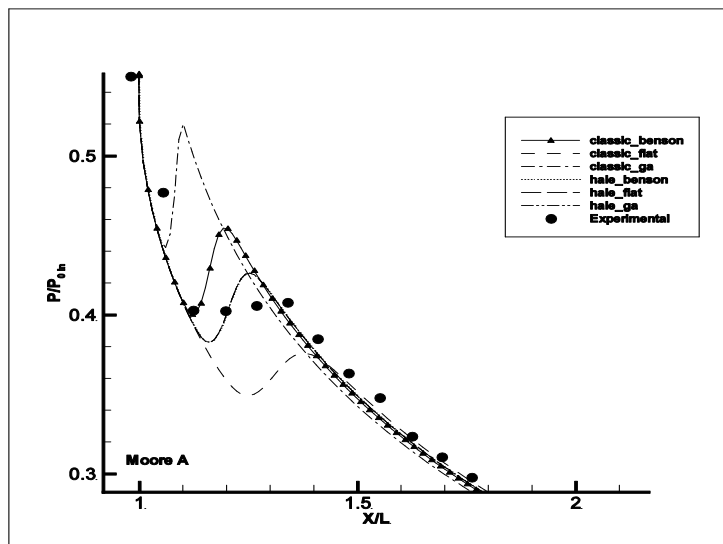
بهمن ماه ۹۵، تهران، ایران

شکل ۷ توزیع نسبت فشار در نازل یانگ می دهد همانطور که مشاهده می شود بهترین تطابق نتایج آزمایشگاهی با معادله جوانه زایی کلاسیک همراه با تنش سطحی صاف می باشد و در رتبه دوم معادله جوانه زایی هیل با تصحیح گیرشفت جیو قرار دارد (لازم به ذکر است که در این نمودار تنش سطحی در معادله هیل تأثیری نداشته و تمام نتایج روی هم قرار دارند).



شکل ۷- توزیع نسبت فشار حاصل از معادله جوانه زایی کلاسیک با تصحیح کورتنی کانترایتز در ترکیب با معادله جوانه زایی هیل با تصحیح گیرشفت جیو در تنش سطحی های مختلف در نازل یانگ

۵. نتیجه گیری



در جریانهای چگالشی معادلات و پارامترهایی وجود دارند که صحت آنها مورد تردید بوده و بین محققین مختلف در مورد آنها اختلاف نظر وجود دارد. از جمله این پارامترها می توان، تغییرات تنش سطحی در قطرات با اندازه بسیار کوچک (میکروسکوپی) نام برد. از طرفی به علت تأثیر این پارامتر در معادلات جوانه زایی، رشد قطره و نیز معادلات حاکم، محل

برق، مکانیک، مکاترونیک

بهمن ماه ۹۵، تهران، ایران

شوک میعان در راه حل تئوریک بسیار به مقادیر استفاده شده برای این پارامتر حساس است و در صورتی که این پارامتر به طور صحیح تعیین نشوند ممکن است باعث خطای زیاد و عدم مطابقت نتایج تئوری با داده های تجربی گردد. لذا نیاز مبرمی به یافتن روابط صحیحی برای این پارامتر تاثیر گذار احساس می شود. بدین منظور همانطور که مشاهده شد معادله جوانه زایی کلاسیک با تصحیح کورتنی کانترایتز همراه با تنش سطحی صاف بهترین نتیجه را می دهد که در رتبه بعدی معادله هیل با تصحیح گیر شیک جیو قرار دارد که بدون وابستگی به تنش سطحی نتیجه خوبی می دهد.

۶. مراجع

- [1] Oswatitsch E. (1942), "Kondensation sercheinungen in uberschallldusen", Z. Angew. Math. U. 22 No. 1, In German
- [2] Mahpeykar. M.R. and Mohammadi, A.R. (2013) , "Effect of Important Thermophysical Properties on Condensation Shock in a Steam Flow" , Journal of Thermophysics and Heat Transfer , Volume (27) , Pages 286-297.
- [3] Mahpeykar, M.R. Teymourash, A.R. and Amiri Rad, E.(2013), "Theoretical Investigation of Effects of Local Cooling of a Nozzle Divergent Section for Controlling Condensation Shock in a Supersonic", Two-Phase Flow of Steam , Meccanica, Volume (48) , Pages 815-827.
- [4] Amiri Rad, E. Mahpeykar, M.R. and Teymourash , A.T,(2013), "Evaluation of simultaneous effects of inlet stagnation pressure and heat transfer on condensing water-vapor flow in a supersonic Laval nozzle" , Scientia Iranica , Volume (20) , Pages 141-15.
- [۵] رضازاده ، ج. لکزیان ، ا. مه پیکر م. (2016). "تاثیر اصلاح تنش سطحی قطره بر جوانه زایی جریان چگالشی بخار آب"، مهندسی مکانیک مدرس، 264-274.
- [۶] امیری راد، ا. طالبی، م. مه پیکر، م. (1394). "ارزیابی معادلات جوانه زایی و روش های میانگین گیری شعاع قطرات و بررسی اثر ترکیب آن ها بر پارامترهای جریان چگالشی بخار" ، مکانیک سازه ها و شاره ها ، دوره (۵) ، صفحه-193-209.
- [7] Mahpeykar. M. R. Teymourash, A. R.(2004), "Effect of Friction Factor and Inlet Stagnation Condition on the Self-Condensation of Steam in Supersonic Nozzle," Scientia Iranica, vol. 11, pp. 269-282.
- [8] Benson G.C. and Shuttleworth, R. (1951), "The surface energy of small nuclei.", J.Chem. Phys, 19. p. 130.
- [9] Tolman , R.C.(1949), " The effect of drop size on surface tension " , J.chem.Phys.
- [10] Mahpakar, M.R Mohammadi, A.R. Yousefi Rad, E. (2010), "optimization of surface tension and condensation coefficient in two phase flow using inverse modeling of LEVENBERG-MARQUART", IMECE.