

تاثیر انرژی اتلافی تابشی کوارک سنگین در محاسبه فاکتور توقف سازی پلاسمای کوارک

گلوئونی: رهیافت تبدیل لاپلاس متوالی

محرابی پری^۱، شراره^۱ تقوی شهری، فاطمه^۲؛ جاویدان، کوروش^۳^{۱,۲,۳} دانشکده فیزیک دانشگاه فردوسی مشهد، میدان آزادی، مشهد.

چکیده

ثابت‌های کشش و پخش حاصل از اتلاف تابشی کوارک‌های c و b منتشر شونده از درون پلاسمای کوارک گلوئونی در انرژی RHIC با استفاده از روش لاپلاس محاسبه شده‌اند. تاثیر تابش در فاکتور توقف سازی هسته‌ای نیز برجسته شده است. نتایج به دست آمده با داده‌های تجربی PHENIX مقایسه شده‌اند.

The effect of radiative energy loss of heavy quarks in the calculation of nuclear suppression factor of quark-gluon plasma: Iterative Laplace approach

Mehrabi Pari, Sharareh¹; Taghavi Shahri, Fatemeh²; Javidan, Kurosh³^{1,2,3} Department of Physics, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

Abstract

The radiation drag and diffusion coefficients of charm and bottom quarks propagating through quark gluon plasma (QGP) have been evaluated for conditions relevant to nuclear collisions at the RHIC by using Iterative Laplace transform method. The effect of radiation on nuclear modification factor also has been highlighted. The results are compared with experimental data produced by PHENIX group.

PACS No.

کوارک‌های سنگین با کوارک‌ها، پادکوارک‌ها و گلوئون‌های موجود در حمام گرمایی. اهمیت انرژی اتلافی برخوردی اولین بار توسط بیورکن مطرح شد [1] و بعدها مشخص شد که در نظر گرفتن هر دو فرآیند اتلافی، فاصله بین نتایج تئوری و تجربی را کاهش می‌دهد.

معادله فوکر-پلانک

معادله انتقالی بولتزمان سیستم آماری غیر تعادلی را به خوبی توصیف می‌کند [2]:

$$p^\mu \partial_\mu f(x, p) = C\{f\} \quad (1)$$

که در آن p تکانه کوارک سنگین، $C\{f\}$ جمله برخوردی و $f(x, p)$ توزیع تکانه کوارک سنگین می‌باشند. برای ساده کردن معادله دیفرانسیلی انتگرالی غیرخطی بولتزمان، فرض می‌کنیم

مقدمه

اتلاف انرژی کوارک‌های سنگین در ماده QCD به عنوان یکی از کاوشگرهای مناسب در شناسایی پلاسمای کوارک گلوئونی مطرح شده است. اتلاف انرژی کوارک‌های سنگین در حالی که از درون پلاسمای عبور می‌کنند، در توقف سازی هادرون‌های حامل طعم‌های سنگین در ممنتوم‌های عرضی بزرگ پدیدار می‌شود. اتلاف انرژی هادرون‌هایی با ممنتوم عرضی بزرگ (مزون‌های D و B) تولید شده در برخورد هسته-هسته به اتلاف انرژی هادرون‌ها در برخورد پروتون-پروتون به صورت تجربی اندازه گیری شده است. دو فرآیند اصلی که باعث اتلاف انرژی می‌شوند عبارتند از: (1) برخورد کشسان و (2) تابش ترمزی گلوئون بر اثر برهمکنش

$$D_{coll(rad)} = MT\gamma_{coll(rad)} \quad (7)$$

نرخ اتلاف انرژی موثر را می توان از رابطه زیر محاسبه کرد [5]:

$$-\frac{dE_{total}}{dL} = \frac{10\alpha_s^2 T^2}{3} \left[\ln\left(\frac{3E}{8\pi\alpha_s T}\right) \ln(\zeta + \sqrt{1+\zeta^2}) + \zeta \ln\left(\frac{1}{\zeta} + \sqrt{1+\frac{1}{\zeta^2}}\right) + \frac{3}{8\pi} \right] \quad (8)$$

که E و M به ترتیب انرژی و جرم کوارک سنگین در محیط تعادلی با دمای T هستند، α_s ثابت برهمکنش قوی و

$$k = \frac{9E}{2\pi^3 T} \quad \text{می باشد در حالی که اتلاف انرژی برخوردی را می -}$$

توان از رابطه زیر بدست آورد [6]:

$$-\frac{dE}{dL} = \frac{8\pi\alpha_s^2 T^2}{3} \left(1 + \frac{n_f}{6}\right) \ln\left[2^{\frac{n_f}{2(6+n_f)}} 0.92 \frac{\sqrt{ET}}{m_g}\right] \quad \text{for } E > \frac{M^2}{T} \quad (9)$$

n_f تعداد طعم کوارکها در محیط، α_s ثابت برهمکنش قوی و

$$m_g = \sqrt{\left(1 + \frac{n_f}{6}\right) g^2 \frac{T^2}{3}} \quad \text{جرم گلوئون گرمایی است. } B(v) \text{ تابع}$$

هموار سرعت^۴ گرمایی است که 0.7 در نظر گرفته می شود.

روش تکرار تبدیل لاپلاس^۵

روش تبدیل لاپلاس متوالی (ILTM) توسط دفتردار-ججی^۶

و جعفری^۷ برای حل معادلات دیفرانسیلی پیشنهاد شد، که ترکیبی

است از دو روش قدرتمند، تبدیل لاپلاس^۸ و روش تکرار^۹. این

روش جوابهای عددی را به شکل سریهای همگرا می دهد که

به راحتی قابل محاسبه می باشد در حالی که تنها به شرط اولیه

مسئله وابسته است بدون اعمال هیچ فرض محدود کننده ای [7].

برای آنکه نشان دهیم ILTM چگونه عمل می کند، معادله

دیفرانسیل زیر را در نظر می گیریم:

$$D_t^\alpha f = \frac{\partial f}{\partial p} + \frac{\partial^2 f}{\partial p^2} \quad (10)$$

با شرط اولیه:

$$f(p, t=0) = p \quad (11)$$

پلازما همگن بوده و تنها برخوردهای نرم را در نظر گرفته و همچنین از برخورد کوارکهای سنگین با یکدیگر صرف نظر می کنیم. در این صورت داریم:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial p_i} \left[A_i(p) f + \frac{\partial}{\partial p_i} [B_{ij}(p) f] \right] \quad (2)$$

A_i و B_{ij} به ثابتهای کشش^۱ و پخش^۲ هستند که طبق رابطه زیر تعریف می شوند:

$$A_i = \int d^3 k \omega(p, k) k_i$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \int d^3 k \omega(p, k) k_i k_j \quad (3)$$

ω نرخ برخورد می باشد [3] در حالی که در این کار فرض شده

است ثابتهای کشش و پخش غیر وابسته به تکانه باشند. در نتیجه

معادله بالا به معادله فوکر-پلانک^۳ کاهش می یابد:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right) = \gamma \frac{\partial}{\partial p_i} (p f) + D \left[\frac{\partial}{\partial p} \right]^2 f \quad (4)$$

ثابتهای کشش و پخش دینامیک برخورد را در خود دارند و

توسط ویژگیهای حمام گرمایی مشخص می شوند. چون در این

مقاله هر دو فرآیند اتلاف انرژی در محاسبات در نظر گرفته شده-

اند، باید ثابتهای کشش و پخش مربوط به اتلاف برخوردی و

اتلاف تابشی با هم جمع شوند تا ثابت کشش موثر

$$D_{eff} = D_{rad} + D_{coll} \quad \text{و ثابت پخش موثر } \gamma_{eff} = \gamma_{rad} + \gamma_{coll}$$

بدست آیند. با این ثابتهای انتقال موثر، معادله فوکر-پلانک به

شکل زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial p} \left[\gamma_{eff} p f + \frac{\partial}{\partial p} [D_{eff} f] \right] \quad (5)$$

ثابت کشش برخوردی و تابشی ذره طبق رابطه زیر تعریف می -

شوند:

$$-\frac{dE}{dL} \Big|_{coll(rad)} = p \gamma_{coll(rad)} \quad (6)$$

در حالی که ثابت پخش توسط رابطه انیشتین [4] بدست می آید:

⁴Smooth velocity function

⁵ Iterative Laplace Transform Method(ILTM)

⁶Daftardar-Gejji

⁷Jafari

⁸ Laplace Transform

⁹Iterative Method

¹Drag

²Diffusion

³Fokker-Planck

ترتیب زمان و دمای اولیه‌ای هستند که پلاسمای شکل گرفته به تعادل محلی می‌رسد. توزیع تکانه عرضی اولیه کوارک‌های سنگین از مرجع [9] گرفته شده و ثابت برهمکنش قوی در محاسبات ثابت و برابر $\alpha_s = 0.3$ در نظر گرفته شده است.

یکی از کاوشگرهای مناسب برای تعیین ویژگی‌های محیط شکل گرفته در برخورد هسته-هسته، مقایسه فراونی مزون‌های سنگین D, B در واحد ممتوم عرضی و واحد rapidity در برخورد یونهای سنگین نسبت به برخورد پروتون-پروتون است. این نسبت فاکتور توقف سازی هسته‌ای نام دارد که عبارت است از [10]:

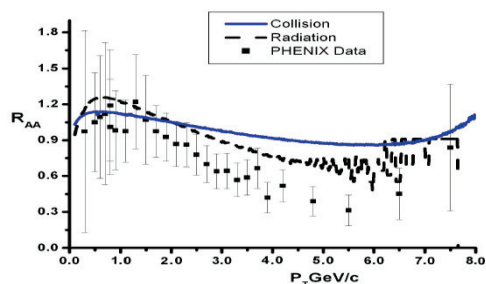
$$R_{AA}(p_T) \equiv \frac{dN^{(D+B)}_{Au+Au} / d^2 p_T d\eta}{dN^{(D+B)}_{p+p} / d^2 p_T d\eta} \quad (19)$$

مقایسه نتایج بدست آمده با داده‌های تجربی

تحول زمانی توزیع ممتوم کوارک‌های سنگین c و b در برخورد طلا-طلا با انرژی مرکز جرم $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$ تا شروع فاز هادرونی محاسبه شده است. در دمای گذار $T_c = 175 \text{ MeV}$ ، توزیع ممتوم در تابع پارش زیر ضرب شده است تا احتمال تولید مزون D یا B که کسر z از ممتوم کوارک سنگین مربوطه را حمل می‌کند، بدست آید [11]:

$$f(z) \propto \frac{1}{\left[z \left[z - \frac{1}{z} - \frac{\epsilon_c}{1-z} \right]^2 \right]} \quad (20)$$

نتایج شبیه‌سازی شده عددی فاکتور توقف سازی هسته‌ای با روش ILTM با شرایط اولیه اشاره شده در بالا و داده‌های بدست آمده از گروه PHENIX [12] برای کوارک‌های c و b در شکل (1) رسم شده‌اند.



شکل 1: تغییرات فاکتور توقف سازی هسته‌ای نسبت به ممتوم عرضی ذره سنگین برای تابش و برخورد در برخورد طلا-طلا با انرژی مرکز جرم $\sqrt{s} = 200 \text{ GeV}$.

که D^α مشتق زمانی مرتبه α می‌باشد. اکنون در دو طرف رابطه (10) تبدیل لاپلاس را اعمال می‌کنیم با علم به این که تبدیل لاپلاس $D_t^\alpha f(p, t)$ نسبت به t عبارت است از:

$$L[D_t^\alpha f(p, t)] = x^\alpha L[f(p, t)] - \sum_{k=0}^{m-1} f^{(k)}(p, 0) x^{\alpha-1-k} \quad (12)$$

و $f^{(k)}(p, 0)$ مشتق مرتبه k تابع f نسبت به t در $t=0$ می‌باشد.

$$x^\alpha L[f(p, t)] x^{\alpha-1} f(p, 0) = L \left[\frac{\partial f}{\partial p} + \frac{\partial^2 f}{\partial p^2} \right] \quad (13)$$

بعد از اندکی ساده سازی داریم:

$$L[f(p, t)] = \frac{p}{x} + \frac{1}{x^\alpha} L \left[\frac{\partial f}{\partial p} + \frac{\partial^2 f}{\partial p^2} \right] \quad (14)$$

اکنون معکوس تبدیل لاپلاس را روی رابطه بالا اعمال می‌کنیم:

$$f(p, t) = p + L^{(-1)} \left[\frac{1}{x^\alpha} L \left[\frac{\partial f}{\partial p} + \frac{\partial^2 f}{\partial p^2} \right] \right] \quad (15)$$

حال می‌توان نتیجه گرفت که دو جمله سری همگرا را به عنوان جواب عددی بدست آورده‌ایم:

$$f_0(p, t) = p \quad (16)$$

$$f_1(p, t) = L^{(-1)} \left[\frac{1}{x^\alpha} L \left[\frac{\partial f_0}{\partial p} + \frac{\partial^2 f_0}{\partial p^2} \right] \right] = \frac{t^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)}$$

برای محاسبه جمله بعدی سری کافی است $f_1(p, t)$ را به عنوان شرط اولیه در معادله (10) قرار دهیم و تمامی مراحل بالا را مجدداً تکرار نماییم. در نتیجه خواهیم داشت:

$$f_2(p, t) = 0 \quad (17)$$

$$f_3(p, t) = \dots \dots f_n(p, t) = 0$$

با قرار دادن جملات سری در کنار هم داریم:

$$f(p, t) = p + \frac{t^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)} \xrightarrow{(\alpha=1)} f(p, t) = p + t \quad (18)$$

در صورت مشخص بودن توزیع ممتوم اولیه کوارک‌های سنگین و ثابت‌های موثر کشش و پخش به عنوان پارامترهای ورودی، می‌توان معادله فوکر-پلانک را با استفاده از روش تبدیل لاپلاس معکوس محاسبه کرد تا توزیع ممتوم کوارک را در زمان دلخواهی بدست آوریم.

شرایط اولیه و فاکتور توقف سازی هسته‌ای

در محاسبات در این مقاله، دما تابعی از زمان به صورت $T(t) = \frac{1}{3} \frac{T_0}{t^{1/3}}$ در نظر گرفته شده است [8] که در آن T_0 و t_0 به

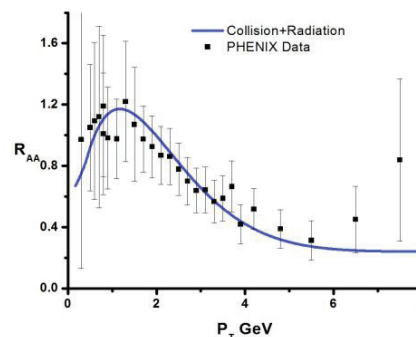
نتیجه گیری

با توجه به خروجی‌های رسم شده در شکل‌های (1) الی (3) می‌توان نتیجه گرفت که در حد انرژی نسبی، اتلاف انرژی برخوردی برای شبیه سازی تحول کوآرک سنگین به تنهایی کافی نبوده و تصحیح اتلاف تابشی مورد نیاز می‌باشد. به علاوه تحول زمانی معادله فوکر-پلانک از طریق روش تکرار در تبدیل لاپلاس (ILTM) نشان می‌دهد این روش به مراتب پایدارتر از روش‌های عددی معمول در حل معادله فوکر-پلانک می‌باشد زیرا روش‌های عددی به سختی به جواب صحیح همگرا می‌شوند و نمی‌توان به آسانی راه حلی با پایداری مناسب نوشت.

مرجع ها

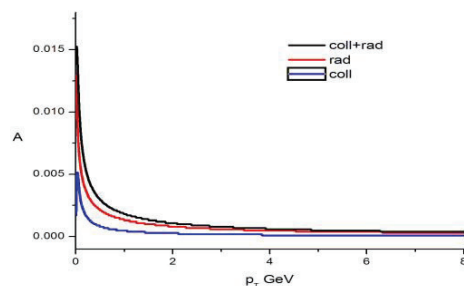
- [1] J.D Bjorken, *Phys. Rev. D* **27**, 140 (1983).
- [2] B. Svetitsky, *Phys. Rev. D* **37**, 2484 (1988).
- [3] M. G. Mustafa, D. Pal and D. K. Srivastava, *Phys. Rev. C* **57**, 889 (1998).
- [4] S. K. Das, J. Alam and P. Mohanty, *Phys. Rev. C* **80**, 054916 (2009).
- [5] X. Wang, M. Gyulassy and M. Plümer, *Phys. Rev. D* **51**, 3436 (1995).
- [6] M. B. Gay Ducati, V. P. Goncalves and L. F. Mackedanz, *Brazilian Journal of Physics* **37**, 656-660 (2007).
- [7] L. Yan, Hindawi Publishing Corporation, Volume 2013, Article ID 465160.
- [8] S. K. Das, J. Alam, and P. Mohanty, *Phys. Rev. C* **82**, 014908 (2010).
- [9] M. Cacciari, P. Nason, R. Vogt, *PRL* **95**, 122001 (2005)
- [10] S.K. Das, F. Scardina, S. Plumari, and V. Greco, *Phys. Rev. C* **90**, 044901 (2014).
- [11] K. J. Eskola, V. J. Kolhinen and C. A. Salgado, *Eur. Phys. J. C* **9**, 61 (1999); K. J. Eskola, V. J. Kolhinen and P. V. Ruuskanen, *Nucl. Phys. B* **535** 351 (1998).
- [12] S. S. Adler et al., (*PHENIX Collaboration*), *Phys. Rev. C* **84**, 044905 (2011).

همان طور که در شکل دیده می‌شود مشارکت اتلاف تابشی در ممتوم‌های عرضی بزرگتر در مقایسه با اتلاف برخوردی غالب است. در نتیجه برای داشتن ارتباطی منطقی بین خروجی شبیه سازی و داده‌های تجربی باید اتلاف انرژی ناشی از تابش را نیز در محاسبات در نظر گرفته شود، شکل (2).



شکل 2: فاکتور توقف سازی هسته‌ای موثر بر حسب ممتوم عرضی با دمای گذار $T_c = 175 \text{ MeV}$.

در شکل (3) ثابت کشش برای برخورد، تابش و مجموع این دو را می‌توان مشاهده کرد. همان طور که در شکل دیده می‌شود، مقدار ثابت کشش برای اتلاف تابشی بزرگتر از ثابت کشش ناشی از اتلاف برخوردی می‌باشد در نتیجه با در نظر گرفتن مجموع تابش و برخورد مقدار نهایی ثابت کشش افزایش یافته و خروجی برنامه شبیه سازی در توافق منطقی با داده‌های تجربی خواهد بود..



شکل 3: ثابت کشش کوآرک c در برخورد طلا-طلا بر حسب ممتوم عرضی