



ISME 2019



انجمن مهندسان مکانیک ایران

بیست و هفتمین کنفرانس سالانه بین المللی
انجمن مهندسان مکانیک ایران
و
هفتمین کنفرانس صنعت نیروگاه های حرارتی
۱۰-۱۲ اردیبهشت ۱۳۹۸
تهران

کواهی ارائه مقاله

بدینوسیله کواهی می شود که مقاله با عنوان:

«بررسی تاثیر روش SLAU جهت بهبود حل عددی جریان دو بعدی تراکم پذیر داخل پره های ثابت توربین بخار»

توسط نویسندگان:

«فهیمة ابراهیم زاده ازغدی، محمود پسندیده فرد، محمدرضا مه پیکر»

در بیست و هفتمین کنفرانس سالانه بین المللی انجمن مهندسان مکانیک ایران (ISME 2019) و هفتمین کنفرانس صنعت نیروگاه های حرارتی که در تاریخ ۱۰ تا ۱۲ اردیبهشت ۱۳۹۸ در تهران و

توسط انجمن مهندسان مکانیک ایران و گروه متابزرگزارش ارائه شده است. کیده علمی هایش از حضور این عزیزان قدر دانی نموده و آرزوی توفیق روز افزون برای آنان دارم.

دکتر غلامحسین لیاقت

دبیر هیات



دکتر علیرضا احمدی

دبیر علمی

ISME2019-1118

بررسی تاثیر روش SLAU جهت بهبود حل عددی جریان دو بعدی تراکم‌پذیر داخل پره‌های ثابت توربین بخار

فهیمة ابراهیم زاده ازغدی^۱، محمود پسندیده فرد^۲، محمدرضا مه پیکر^۳

^۱ دانشجوی دکتری، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، ebrahimzadeh.f2@gmail.com

^۲ استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، fard_m@um.ac.ir

^۳ استاد، دانشگاه فردوسی مشهد، دانشکده مهندسی، mahpeymr@um.ac.ir

چکیده

امروزه با توجه به توسعه روش‌های مدل‌سازی عددی، به‌دست آوردن یک روش دقیق عددی برای تسخیر ناپیوستگی‌ها در ناحیه شوک‌ها در طیف وسیعی از رژیم‌های جریان، به‌گونه‌ای که دارای حداقل خطاهای عددی و نوسان باشد، همواره مورد توجه محققین بوده است. با توجه به اهمیت نقش توربین‌ها در صنایع مختلف از جمله نیروگاه-های بخاری، مدل‌سازی دقیق جریان داخل پره‌های توربین گام مهمی در طراحی دقیق‌تر، جهت افزایش راندمان آن‌ها می‌باشد. در تحقیق حاضر برای اولین بار به توسعه و بررسی آخرین روش از خانواده روش-های بالادست AUSM به نام روش عددی SLAU پرداخته شده است. به این منظور با استفاده از شبکه استاندارد نوع H، جریان دوبعدی غیرلزج بین پره‌های ثابت توربین مدل‌سازی شده است. از مقایسه نتایج حاصل با نتایج روش تفاضل مرکزی جیمسون و همچنین نتایج تجربی مشاهده می‌شود که اعمال روش SLAU علاوه بر انطباق با نتایج آزمایشگاهی توزیع نسبت فشار در تمام طول پره، به مراتب دارای کاهش خطای عددی مطلوب‌تری نسبت به روش تفاضل مرکزی جیمسون می‌باشد و شرط بقای جرم را نیز به میزان حدوداً ۲۰ درصد بهبود بخشیده است.

واژه‌های کلیدی

روش‌های بالادست، روش‌های اتلاف مصنوعی، SLAU، پره توربین، جیمسون

مقدمه

با توجه به پیچیدگی‌های موجود در پدیده‌های حاکم بر جریان بین پره‌های توربین از جمله پره‌های توربین ترانسونیک جهت طراحی و مدل‌سازی دقیق‌تر آن‌ها، نیاز به درک صحیحی از ویژگی‌های جریان داخل پره‌های توربین می‌باشد. دستیابی به یک روش دقیق عددی جهت شبیه‌سازی جریان در رژیم‌های جریان مختلف که دارای حداقل نوسان و خطاهای عددی باشد، همواره مورد توجه محققان علم دینامیک سیالات محاسباتی^۱ بوده است. به طور کلی، روش‌های

عددی را میتوان به دو گروه روش‌های تفاضل مرکزی^۲ (اتلاف مصنوعی^۳) و روش‌های بالادست^۴ تقسیم‌بندی نمود [۱]. با توجه به این که اساس طرح‌های تفاضل مرکزی به گونه‌ای است که برای محاسبه شار روی سطح سلول سهم دو سلول مجاور یکسان می‌باشد، بنابراین جهتی را که اطلاعات از آن جهت به سلول می‌رسد، در نظر گرفته نمی‌شود و از ماهیت و نوع جریان معمولاً صرف‌نظر می‌کنند. همچنین با توجه به محدودیت میزان اتلافات در طرح‌های تفاضل مرکزی و جهت از بین بردن نوسانات موجود در حل، می‌بایست تقریب مناسبی از جملات حذف شده هنگام گسسته‌سازی، به عنوان اتلافات مصنوعی، به معادلات اضافه شود که خود باعث سهم مهمی در تولید خطا و یا دقت حل معادلات می‌شود. یکی از اولین طرح‌های اتلاف مصنوعی توسط جیمسون ارائه شده است که ترکیب مطلوبی از جملات مرتبه دوم و چهارم به عنوان ترم اتلاف مصنوعی به معادلات اضافه می‌شود [۲]. لازم به ذکر است که میزان ترم اتلاف مصنوعی در حل جریان بسیار مهم می‌باشد، زیرا افزودن بیش از حد اتلافات باعث ایجاد گرادیان‌های شدید می‌شود، بنابراین باید به گونه‌ای انتخاب شود که فقط بتواند نوسانات را از بین ببرد.

از سال ۱۹۸۰ و دهه بعد از آن روش‌های بالادست، جهت به‌دست آوردن روش‌های دقیق‌تر برای حل معادلات ناویراستوکس، ارائه شده - اند و امروزه بدون شک به اصلی‌ترین روش گسسته‌سازی مکانی در اکثر کدهای برنامه نویسی معتبر تبدیل شده‌اند. این روش‌ها بر پایه انتشار اطلاعات جریان در امتداد جهات مشخصه در دامنه فیزیکی می‌باشند، از این رو تطابق خوبی با فیزیک جریان در سراسر میدان دارند.

طرح‌های مبتنی بر استفاده از تقریب بالادست جریان دارای دو گروه روش‌های تجزیه بردار شار^۵ و تجزیه اختلاف شار^۶ می‌باشند. امروزه تلاش در توسعه الگوریتم‌های بالا دست مبتنی بر استفاده از تجزیه شارها می‌باشد که هدف ترکیب دقت الگوریتم‌های بالادست از نوع اختلاف شار و توانایی الگوریتم‌های بالا دست از نوع تجزیه بردار شار در گرفتن ناپیوستگی‌های قوی میدان جریان می‌باشد.

² Central scheme

³ Artificial Dissipation

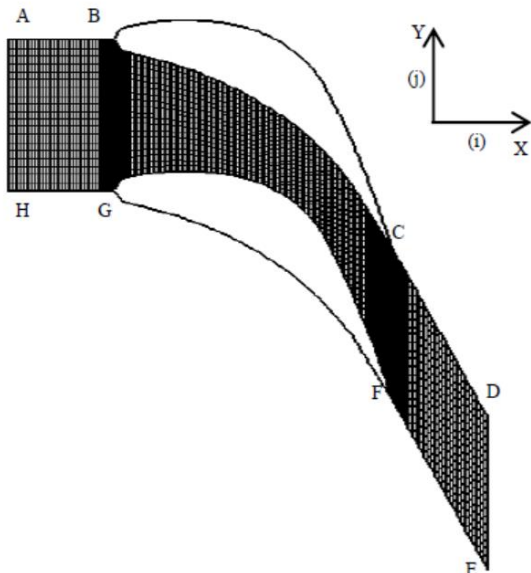
⁴ Upwind scheme

⁵ Flux Vector Splitting

⁶ Flux Difference Splitting

¹ CFD

همانگونه که ملاحظه می‌شود شبکه از نوع H بوده و در نقاط حساس جریان به ریزتر شدن شبکه آن افزوده شده است. لازم به ذکر است علت انتخاب شبکه ساده نوع H کاهش پیچیدگی و حجم محاسبه‌ها تا حد زیادی می‌باشد و همچنین تاثیر روش بالادست SLAU را بهتر نشان می‌دهد.



شکل ۱: شبکه استاندارد نوع H

طرح جیمسون

در سال ۱۹۸۱ جیمسون و همکاران [۷] برای افزایش راندمان روش‌های پیمایش زمانی و وابسته به حجم محدود، یک طرح چهار مرحله‌ای را معرفی نمودند که از جمله طرح‌های تفاضل مرکزی بوده است و برای انتگرال‌گیری زمانی از روش چند مرحله‌ای رانج‌کوتا استفاده می‌کند. در این طرح به منظور آشکارسازی شوک‌ها و حذف و کاهش نوسان‌های ایجاد شده در اطراف موج ضربه‌ای ترکیب مطلوبی از ترم‌های اتلافی مرتبه دو و چهار به عنوان ترم اتلاف‌مصنوعی به جملات شار افزوده می‌شود. همچنین جیمسون در طرح اولیه خود سه تکنیک، گام زمانی محلی^۹، میراکننده آنتالپی^{۱۰} و متوسط‌گیری ضمنی از باقیمانده‌ها^{۱۱} را برای تسریع همگرایی معرفی کرد. معادلات بقاء جرم، مومنتوم و انرژی برای جریان غیر لزج و قابل تراکم در مختصات کارتزین دو بعدی به صورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

$$F_x = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + P \\ \rho uv \\ \rho uH \end{pmatrix}, F_y = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho v^2 + P \\ \rho vH \end{pmatrix} \quad (2)$$

روش‌های خانواده AUSM^۶ با توجه به این ایده در سال ۱۹۹۱ توسط لیو ارائه و توسعه یافته‌اند [۳]. پایه اصلی روش‌های این خانواده، بر تقسیم شار به دو قسمت جابه‌جایی و فشاری می‌باشد و با به-کارگیری توابع چند جمله‌ای جهت مشخص کردن سرعت جابه‌جایی و فشار بر روی وجه سلول عمل می‌کنند. همچنین جهت جریان با استفاده از علامت عدد ماخ و با توجه به مقادیر ماخ در طرفین هر وجه تعیین می‌شود. این روش دارای فرمولاسیون ساده همانند روش تجزیه بردار شار، دارد و به علت قابلیت تبادل اطلاعات خواص جریان از طرفین وجه روش دقیقی می‌باشد.

پس از ارائه روش AUSM جهت بهبود بخشیدن به کارایی روش و حذف کمبودهای آن، روش AUSM+ با ایجاد تغییراتی در الگوریتم پایه روش AUSM و با تعریف سرعت صوت در وجه سلول معرفی گردید [۴]. لیو در سال ۲۰۰۶، روش AUSM+up را معرفی کرد که ویژگی اصلی آن افزایش کارایی در اعداد ماخ پایین و حل مشکل ضریب متغیر β (پارامتر ثابت موجود در معادله شار فشار) که خود سبب متغیر شدن جواب‌ها می‌گردد، بود [۴]. علی‌رغم کارایی و دقت بالای روش‌های ارائه شده از خانواده AUSM، شیما و کیتامورا در سال ۲۰۰۹ [۵] روش جدیدی از خانواده AUSM به نام SLAU^۸ را معرفی کرد که در تمام رژیم‌های جریانی با اعداد ماخ مختلف جواب قابل قبولی ارائه می‌دهد و علاوه بر این در آن هیچ متغیر وابسته‌ای، نظیر آن‌چه در روش AUSM+up موجود است، وجود ندارد بنابراین برای جریان‌های داخلی مناسب‌تر است.

در تحقیق حاضر ابتدا پس از معرفی طرح‌های جیمسون و SLAU، به منظور مقایسه عملکرد طرح‌های تفاضل مرکزی و بالادست به بررسی نتایج حاصل از آن‌ها در حل معادلات جریان دو بعدی غیرلزج بین پره ثابت توربین بخار با استفاده از شبکه استاندارد یا شبکه متعامد نوع H پرداخته می‌شود. لازم به ذکر است که این منطقه (بخش میانی سطح مکش پره به سمت انتها) به علت وجود شوک آیرودینامیکی و در جریان دو فازی بخار، شوک میعان، مدل-سازی جریان آن از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است [۶]، که البته در تحقیق حاضر، جریان بخار به صورت خشک یا تک فاز بررسی شده است.

مشخصات هندسی حجم کنترل

در این تحقیق از شبکه محاسباتی استاندارد H استفاده شده است. شکل ۱ شبکه مورد استفاده در پره توربین بخار ترانسونیک و مرزهای میدان جریان را نشان می‌دهد. با توجه به شکل چهار نوع مرز قابل تشخیص است که عبارتند از مرز ورودی AH، مرز خروجی DE، مرز صلب یا دیواره GF و BC و مرزهای تناوبی AB، CD، EF و GH. شرط‌های مرزی ورودی شامل دمای سکون $T_{0in}=654.27K$ و فشار سکون جریان $P_{0in}=170000 \text{ pa}$ می‌باشند. در مرز خروجی تنها شرط فیزیکی معلوم فشار استاتیکی $P_{back}=81862 \text{ pa}$ می‌باشد.

⁹ Local Time Stepping

¹⁰ Damping Enthalpy

¹¹ Implicit Residual Averaging

ISME2019، ۱۳۹۸، ۱۲-۱۰ اردیبهشت

⁷ Advection upstream splitting method

⁸ simple low-dissipation scheme of AUSM-family

شرح مختصری از روش های خانواده AUSM

به طور کلی شار عددی غیر لزج در تمامی روش های خانواده AUSM به صورت زیر بیان می شود [۸]. علامت + معرف مقادیر مربوط به سلول سمت چپ و علامت - معرف مقادیر مربوط به سلول سمت راست می باشد.

$$\tilde{F} = \frac{\dot{m} + |\dot{m}|}{2} \varphi^+ + \frac{\dot{m} - |\dot{m}|}{2} \varphi^- + \tilde{p}N \quad (9)$$

$$\varphi = (1, u, v, h)^T \quad (10)$$

$$N = (0, x_n, y_n, 0)^T \quad (11)$$

$$h = (e + p)/\rho \quad (12)$$

بردار N معرف بردار نرمال عمود بر سطح می باشد. u و v سرعت ها در جهت X و Y می باشند. \dot{m} شار جرمی، ρ چگالی، انرژی کل بر واحد جرم و p فشار استاتیک می باشد. همچنین در بیشتر روش های خانواده AUSM از ترم فشار زیر استفاده می کنند:

$$\tilde{p} = \beta^+ p^+ + \beta^- p^- \quad (13)$$

$$\beta^\pm = \begin{cases} \frac{1}{4}(2 \mp M^\pm)(M^\pm \pm 1)^2 \pm \alpha M^\pm (M^\pm - 1)^2, & |M| < 1 \\ \frac{1}{2}(1 + \text{sign}(\pm M^\pm)), & \text{else} \end{cases} \quad (14)$$

$$M^\pm = \frac{V^\mp}{\bar{c}} \left(\frac{u^\pm x_n + v^\pm y_n}{\bar{c}} \right) \quad (15)$$

ضریب α در کار حاضر برابر صفر قرار داده شده است اما برای دقت های بالاتر مقادیرش توسط لیو معرفی شده است [۵].

طرح SLAU

تفاوت این روش با روش AUSM+ در تعریف شار فشاری است و تعریف سرعت صوت تفاوتی ندارد. در روش SLAU ترم فشار برای ایجاد اتلافات کمتر در اعداد ماخ کم به صورت زیر اصلاح شده است به گونه ای که فرم اصلی خود در اعداد ماخ بالا را (مشابه روش های پیشین) داشته باشد و در عدد ماخ پایین نیز به خوبی عمل کند، به این منظور تابع بی بعدی از عدد ماخ معرفی شده است [۸]. شکل نهایی ترم فشار توسط معادلات زیر معرفی شده است.

$$\tilde{p} = \frac{p^+ + p^-}{2} + \frac{\beta^+ - \beta^-}{2} (p^+ - p^-) + (1 - \chi)(\beta^+ + \beta^- - 1) \frac{p^+ + p^-}{2} \quad (16)$$

$$\chi = (1 - \hat{M})^2 \quad (17)$$

$$\hat{M} = \min \left(1, \frac{1}{\bar{c}} \sqrt{\frac{u^{+2} + v^{+2} + u^{-2} + v^{-2}}{2}} \right) \quad (18)$$

$$E = e + \frac{v^2}{2} \quad (3)$$

در معادله فوق، بردار w شامل متغیرهای بقایی، بردارهای F_x و F_y بیانگر شارهای غیرلزج و E انرژی کل می باشد. در این روش ابتدا ناحیه مورد نظر به تعدادی حجم محدود تقسیم و سپس از فرم بقایی معادلات حاکم بر روی حجم محدود با استفاده از قضیه گرین انتگرال گیری می شود. بنابراین در سیستم مختصات کارتزین رابطه (۴) بیان شده است:

$$\iint_{\text{cell}} \frac{\partial w}{\partial t} d\omega + \iint_{\text{cell}} \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} \right) = 0 \quad (4)$$

با استفاده از قضیه گرین (Green Theorem) شار معادلات تکمیل می گردد:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = - \oint_{\text{cell}} (F_x dy - F_y dx) \quad (5)$$

رابطه برداری فوق نشان دهنده معادلات پیوستگی، مومنوم در جهت های X و Y و انرژی می باشد که پس از انتگرال گیری، معادله بقا به صورت رابطه (۵) نوشته می شود:

$$\left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)_{ij} = R_{ij}(w) \quad (6)$$

$R_{ij}(w)$ بیانگر باقیمانده ها است. همانطور که ملاحظه می شود این معادله به فرم یک معادله دیفرانسیل بوده و به روش های رایج قابل حل است.

همانگونه که گفته شد در هنگام گسسته سازی روش های تفاضل-مرکزی به دلیل حذف جملات با مرتبه پایین تر، از تمایل خاصی به ناپایداری برخوردارند. در این روش به منظور جلوگیری از ایجاد نوسان و حذف و کاهش نوسان های ایجاد شده در اطراف موج ضربه ای مایل یا عمودی از ترم های اتلافی استفاده می کنند. ترم اتلافی اولیه که در نظر گرفته می شود، ترمی به صورت مشتق دوم بردار w است که ضریب آن متناسب با مقدار مطلق مشتق دوم فشار می باشد. این ترم اتلافی به گونه ای است که در نزدیکی موج ضربه ای و یا نقطه سکون مقدار بیشتری اتلاف به معادلات می افزاید و در مابقی میدان جریان مقدار بسیار کمتری اتلاف به معادلات افزوده می شود. این مقدار ترم اتلافی برای از بین بردن نوسانات داخل جریان کافی است ولی پاسخ جریان به طور کامل به سمت حالت دائم همگرا نمی شود. برای رفع این مشکل و به منظور از بین بردن کامل نوسانات می بایست در نواحی هموار جریان که تغییرات فشار کم است مقدار اتلاف توسط یک ترم اتلافی از نوع مشتق چهارم، تعیین شود. این ترم اتلافی خود در نزدیکی موج ضربه ای باعث جهش ناگهانی می شود، بنابراین در نزدیکی موج ضربه ای به سمت صفر میل می کند در حالی که در نواحی عاری از موج ضربه ای مقدار قابل ملاحظه ای دارد. ترم های رسته دو و چهار برای متغیرهای بقایی w به صورت زیر می باشند [۷]:

$$D_{ij}^4(W) = D_{xij}^4(W) + D_{yij}^4(W) \quad (7)$$

$$D_{ij}^2(W) = D_{xij}^2(W) + D_{yij}^2(W) \quad (8)$$

لازم به ذکر است که اصلاح فوق تاثیر در طبیعت روش‌های خانواده AUSM در گرفتن ناپیوستگی‌های جریان نداشته است. نکته دیگر در روش حاضر استفاده از عدد ماخ چند بعدی در معادلات فوق است، که به راحتی در شبکه بندی‌های مختلف قابل اجرا است. همچنین نشان داده شده که استفاده از عدد ماخ نرمال بر سطح باعث نتایج نامطلوب در جریان‌های چند بعدی می‌شود [۹].

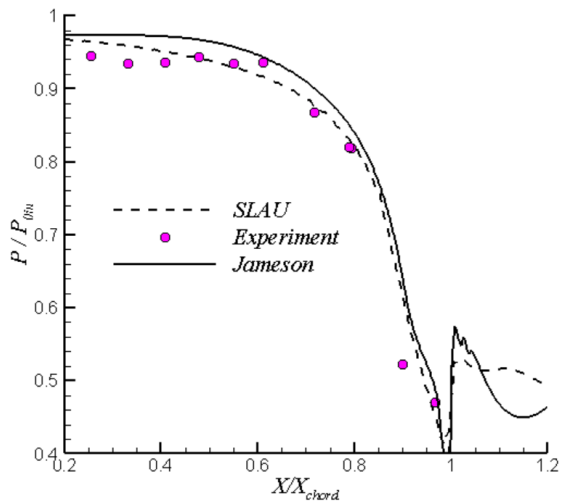
ترم فشار در مابقی روش‌های AUSM که برای طیف وسیعی از عدد ماخ طراحی شده‌اند نیز اصلاح شده است اما ویژگی اصلی روش حاضر، نبودن پارامتر متغیر و وابسته در معادلات است. در واقع مهم‌ترین ویژگی این روش عدم استفاده از عدد ماخ جریان آزاد (مرجع) است که در روش AUSM+up استفاده می‌شود. لذا این تکنیک برای جریان‌های داخلی فاقد عدد ماخ مرجع مانند لوله شوک^{۱۲} می‌تواند گزینه مناسب‌تری باشد [۱۰].

نتایج

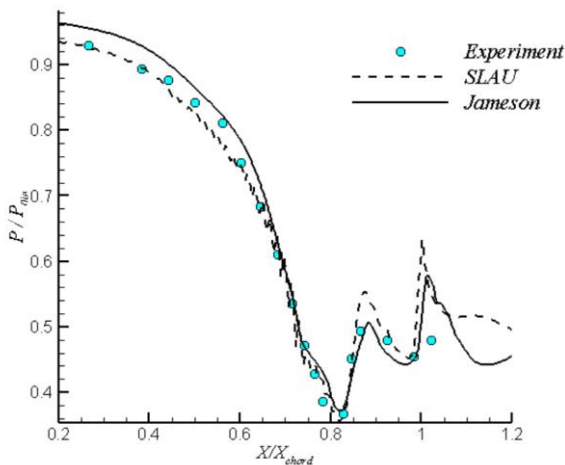
به منظور مقایسه عملکرد دو طرح اتلاف مصنوعی جیمسون و طرح بالادست SLAU، در ابتدا پس از بررسی‌های لازم و اطمینان از استقلال شبکه که به علت کاهش حجم مقاله نتایج آورده نشده است، شبکه استاندارد نوع H با اندازه 12×115 برای روش جیمسون استاندارد [۱۱] و شبکه با اندازه 39×337 برای روش SLAU انتخاب شده است. نتایج حاصل از اعمال روش بالادست SLAU و طرح اتلاف مصنوعی جیمسون در شکل‌های ۲ تا ۶ ارائه شده است. در شکل‌های ۲، ۳ و ۴ تغییرات نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره به ترتیب در سطح فشار، مکش و خط مرکزی جریان نشان داده شده است.

همانگونه که مشاهده می‌شود تغییرات شدید فشار در ناحیه انتهایی پره‌ها ناشی از شوک‌های آژرودینامیکی می‌باشد. افزایش فشار قابل ملاحظه روی سطح فشار در شکل ۲ ناشی از شوک مایل آژرودینامیکی در ناحیه لبه فرار روی سطح مذکور می‌باشد. اولین افزایش فشار در روی سطح مکش نشان داده شده در شکل ۳ ناشی از انتشار شوک انتهایی سطح فشار و برخورد آن با سطح مکش می‌باشد. افزایش فشار بعدی روی سطح مکش نیز معرف شوک آژرودینامیکی در انتهای سطح مکش، یا لبه فرار است.

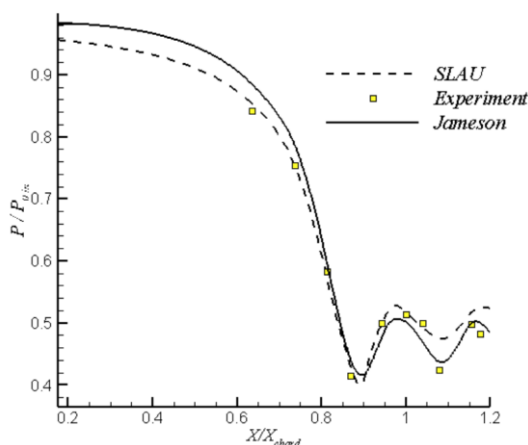
همانگونه که در شکل‌های مذکور مشاهده می‌شود نتایج حاصل از روش جیمسون تنها در منطقه $(0.7 < X/X_{chord} < 0.95)$ که ناحیه حساس شوک‌ها می‌باشد، جواب‌های منطبق بر نتایج تجربی ارائه داده است، این در حالی است که نتایج حاصل از روش SLAU در تمام طول پره انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی در مقایسه با روش جیمسون دارد.



شکل ۲- توزیع فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح فشار



شکل ۳- توزیع فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح مکش



شکل ۴- توزیع فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره در خط مرکزی

¹² Shock tube

نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

به منظور طراحی دقیق توربین‌ها خصوصاً توربین‌های بخاری ترانسونیک و با توجه به اهمیت نقش این تجهیزات در صنایع مختلف روش‌های عددی مختلفی جهت شناسایی رفتار جریان در داخل پره-های توربین ارائه شده است. در تحقیق حاضر روش عددی بالا دست SLAU برای مدل‌سازی دو بعدی جریان غیر لزج بین پره‌های استاتور توربین معرفی و به کار گرفته شده است.

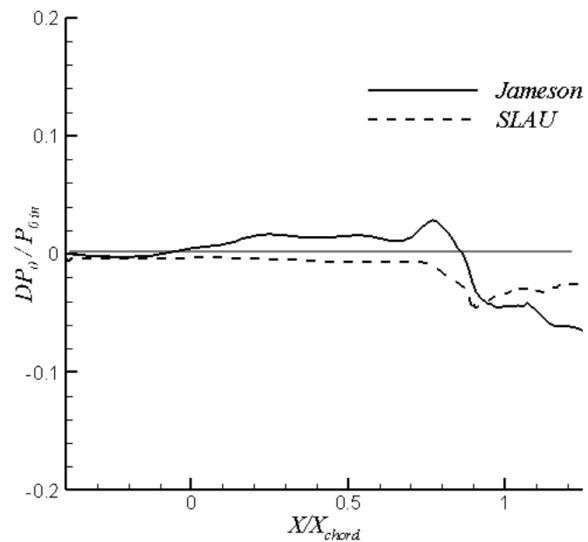
از مقایسه نتایج حاصل از روش SLAU، جیمسون و نتایج آزمایشگاهی مشاهده می‌شود نتایج حاصل از روش عددی بالادست SLAU در تمام طول پره، نتایج منطبق‌تری با نتایج تجربی ارائه می‌دهد. لازم به ذکر است که با توجه به این که در روش بالادست SLAU بر حسب مورد تنها از مشخصات یک نقطه در بالادست جریان استفاده می‌کند؛ بنابراین از مرتبه اول است، این در حالی است که روش‌های تفاضل مرکزی از دقت مرتبه دو برخوردارند. از این نکته می‌توان به علت سادگی و کاهش حجم محاسبات به عنوان یک مزیت روش SLAU یاد کرد. شایان ذکر است که در صورت ضرورت دقت با استفاده از روش‌های مختلف می‌تواند افزایش یابد.

همچنین روش SLAU در مقایسه با نتایج حاصل از روش جیمسون دارای اتلافات فشار سکون کمتری می‌باشد. لذا روش بالادست SLAU خطاهای عددی کمتری دارد و در نتیجه به واقعیت جریان نزدیک‌تر می‌باشد. ضمن این که روش بالادست SLAU شرط بقای جرم را بهتر ارضا نموده است.

مراجع و منابع

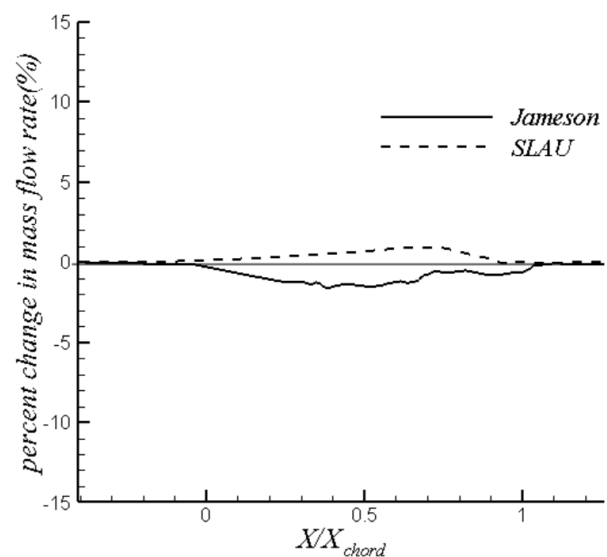
- [1] Singh, R., Holmes, G., 2012. "Evaluation of an Artificial Dissipation and AUSM based Flux Formulation: AD-AUSM". *AIAA paper*, 3069.
- [2] Jameson, A., 1995. "Analysis and design of Numerical Scheme for Gas Dynamics, 2: Artificial Diffusion and Discrete Shock Structure". *Int. J. Comput. Fluid Dyn*, 5(1-2), pp 1-38.
- [3] Liou, MS., 2001. "Ten years in the making-AUSM-family". *AIAA Paper*, 2521.
- [4] Colonia, S., Steil, R., Barakos, GN., 2014. "Implicit Implementation of the AUSM+ and AUSM+up Schemes". *Int. J. Numer Meth Eng*, 75(10), pp 687-712.
- [5] Shima, E., Kitamura, K., 2009. "On new simple low-dissipation scheme of AUSM-family for all speeds". *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, December, 136.
- [6] Yousefi Rad, E., Mahpeykar, M. R., 2017. "A novel hybrid approach for numerical modeling of the nucleating flow in Laval nozzle and transonic steam turbine blades". *Energies*, 10(9), 1285.

با توجه به این که جریان مورد نظر که آدیاباتیک و غیر لزج می‌باشد، مقدار فشار سکون تا قبل از موج ضربه ای باید ثابت بماند. در شکل ۵ تغییرات فشار سکون نسبت به فشار سکون اولیه رسم شده که هر چه این تغییرات (نسبت به خط افقی) کمتر باشد حل مساله به پیش فرض‌ها نزدیک‌تر است. از آنجا که این تغییرات در روش SLAU کمتر بوده لذا این روش به فرضیات مسئله و همچنین به واقعیت جریان نیز نزدیک‌تر می‌باشد.



شکل ۵- اختلاف نسبت فشار سکون به فشار سکون ورودی در خط مرکزی جریان

لازم به ذکر است در شرایط پایدار برای بقای جرم، می‌بایست میزان دبی ورودی در طول مسیر ثابت باشد. شکل ۶ تغییرات دبی جرمی نسبت به دبی جرمی ورودی در طول پره با استفاده از دو روش اتلاف مصنوعی جیمسون و روش بالادست SLAU را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود در روش SLAU نوسانات دبی جرمی کمتر و بنابراین شرط بقای جرمی شرایط مطلوب‌تری را کسب کرده است.



شکل ۶- اختلاف نسبت دبی جرمی به دبی جرمی ورودی

[10] Kitamura, K., & Shima, E., 2013. "Towards shock-stable and accurate hypersonic heating computations: A new pressure flux for AUSM-family schemes". *Journal of Computational Physics*, 245, 62-83.

[۱۱] ابراهیم زاده ازغدی فهیمه، پسندیده فرد محمود، مه پیکر محمد رضا، ۱۳۹۳. "بررسی طرح‌های بالادست AUSM+، تفاضل مرکزی کاسپ و اسکالر در جریان با بازه‌های بسیار کم تا ماوراء صوت"، بیست و سومین همایش سالانه مهندسی مکانیک ایران، دانشگاه صنعتی امیرکبیر.

[۷] ابراهیم زاده ازغدی، فهیمه، مه پیکر، محمد رضا، پسندیده فرد، محمود، ۱۳۹۴. "بکارگیری طرح AUSM+ جهت بهبود نتایج و کاهش خطای عددی روش حجم محدود جیمسون در جریان دوبعدی بین پره‌های ثابت توربین"، مکانیک سازه‌ها و شاره‌ها، ۵ (۴)، ۲۰۱-۲۱۲.

[8] Shima, E., Kitamura, K., 2011. "Parameter-free simple low-dissipation AUSM-family scheme for all speeds". *AIAA journal*, 49(8), 1693-1709.

[9] Zhang, F., Liu, J., Chen, B., Zhong, W., 2017. "A robust low-dissipation AUSM-family scheme for numerical shock stability on unstructured grids". *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 84(3), 135-151.