زمانبندی عبور کشتی‌ها از یک درگاه با چند محفظه موازی غیریکسان

الهه معمارمسجد[۱]، محمد رنجبر[۲]

[۱]دانشجو کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد؛ Elahememar.m@gmail.com
[۲]دانشیارگروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد؛ m_ ranjbar@um.ac.ir

چکیده

در این مقاله مسأله زمانبندی محفظه‌های موازی غیریکسان در حمل‌ونقل دریایی در نظر گرفته شده است. به منظور کاهش زمان سفر و افزایش سهم حمل‌ونقل دریایی در انتقال محموله‌ها در بین سایر روش‌های حمل‌ونقلی، استفاده از مدل‌های ریاضی و بهینه‌سازی در این‌گونه مسائل ضروری است. در این پژوهش دو مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح با هدف کاهش کل زمان انتظار کشتی‌ها ارائه می‌شود. به منظور ارزیابی عملکرد مدل‌های ارائه شده، یک سری نمونه مسأله به صورت تصادفی ساخته شده است و توسط نرم‌افزار **IBM ILOG CPLEX 12.6** حل شده‌اند. در پایان عملکرد دو مدل به وسیله نتایج عددی مقایسه شده‌اند.

کلمات کلیدی

زمانبندی درگاه، درگاه‌های موازی، بهینه‌سازی حمل‌ونقل

Lock scheduling problem with non-identical parallel chambers

Elahe Memar Masjed, Mohammad Ranjbar

MSc Student of Industrial Engineering, Department of Industrial Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Ferdowsi University of Mashhad

ABSTRACT

In this paper, a lock scheduling problem with non-identical parallel chambers is considered. In order to decrease passage time in the field of river transportation and consequently increase its portion amongst all other transportation types, this is necessary to exploit mathematical and optimization models. In this research, two linear integer-programming models, which aim to minimize the total waiting time, are developed. To evaluate performance of the two developed models, a set of instances was generated randomly and solved using the two developed models, implemented by means of IBM ILOG CPLEX 12.6 Finally, using computational results, their performances are compared.

KEYWORDS

Lock scheduling, parallel chambers, transportation, optimization

۱- مقدمه

حمل و نقل کالا توسط کشتی بر روی دریا و نیز در آبراه‌ها، دربرخی موارد می‌تواند جایگزین مناسبی برای حمل و نقل جاده‌ای باشد و علت آن، قابلیت اطمینان، کارایی (کشتی ۳۰۰۰ تُنی می‌تواند به اندازه‌ی ۱۰۰ واگن قطار یا ۱۵۰ کامیون بار حمل کند)، هزینه‌های عملیاتی نسبتاً کم و دوستدار طبیعت بودن این روش است. از این رو، اهمیت نسبی این حالت حمل و نقل در حال افزایش است.

درگاه‌ها[1] که سطح آب در آبراه‌ها و بنادر را ساماندهی می‌کنند، گاهاً گلوگاه‌هایی را برای حمل‌ونقل بر روی آب پدید می‌آورند. در بسیاری از آبراهه‌های درون‌مرزی نظیر کشورهای اروپایی، به درگاه‌ها نیاز است تا اطمینان حاصل شود امکان جبران اختلاف سطح مناسب آب برای هدایت کشتی‌ها وجود دارد. بطور معمول و به ویژه زمانیکه ازدحام ترافیکی آبراهه زیاد باشد، درگاه‌ها به عنوان گلوگاه عمل نموده و یک زمان انتظار برای کشتی‌های عبوری از این کانال‌ها و آبراهه‌ها فراهم می‌آورند. امروزه مهم‌ترین دغدغه این حوزه، کاهش زمان انتظار کشتی‌ها می‌باشد که محقق کردن این مهم، منجر به بهبود سرعت و عملکرد این مدل حمل‌ونقل و درنتیجه افزایش سهم آن در بین سایرمدل‌های حمل-ونقلی در انتقال محموله‌ها می‌شود.

در پژوهش‌های گذشته برای زمانبندی کشتی‌ها و کاهش کل زمان انتظار آن‌ها، حالت های مختلفی مورد بررسی قرار گرفته است که از جمله آن‌ها می‌توان به درگاه‌هایی با یک محفظه[2]، بررسی درگاه‌های سری[۸]، یک درگاه با چند محفظه ثابت موازی و متفاوت به صورت تک جهته و دو جهته و یک درگاه با چند محفظه ثابت موازی و یکسان به صورت تک جهته و دو جهته اشاره نمود[۹].

مسأله‌ای مورد بررسی در این پژوهش، مسأله زمانبندی کشتی‌ها با درنظرگرفتن یک درگاه واحد است که از تعداد چند محفظه غیریکسان موازی تشکیل شده است و محفظه‌ها مستقل از یکدیگر عمل می‌کنند. یک حرکت محفظه، امکان ورود کشتی را فراهم نموده و سپس سطح آب در درگاه را از سطح آب پایین‌دست به سطح آب بالادست یا بالعکس تغییر می‌دهد و سپس به کشتی اجازه‌ی خروج از درگاه را می‌دهد تا به مسیر خود ادامه دهد. هدف مسأله تعریف شده، تخصیص بهینه کشتی‌ها به محفظه‌ها و زمانبندی جابه‌جایی هرمحفظه می‌باشد به نحوی که کل زمان انتظار کشتی‌ها به حداقل برسد.

در ادامه مقاله، در بخش اول به بررسی سوابق پژوهشی موضوع مورد بحث می‌پردازیم، سپس شکاف تحقیقاتی بین پژوهش‌های گذشته و تحقیق حاضر، بیان خواهد شد. در بخش دوم جزئیات مدل ریاضی و شرح آن ارائه می‌شود، در بخش سوم به بررسی نتایج حاصل از پیاده-سازی مدل بر روی نمونه مسائل ساخته شده، می‌پردازیم و در بخش پایانی نیز به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری خواهیم پرداخت.

۲- پیشینه تحقیق

زمانبندی درگاه در متون و مقالات دانشگاهی چندان مورد بررسی قرار نگرفته است، هرچندکه به تازگی توجهاتی را به خود معطوف داشته است. در این بخش توضیح مختصری درباره پژوهش‌هایی که در گذشته در این زمینه صورت گرفته، ارائه می‌گردد. سابقه پژوهش در این زمینه به دو بخش تقسیم می‌شود. بخش اول مربوط به مسأله تخصیص کشتی ها به یک محفظه و زمانبندی جابه‌جایی از آن محفظه می‌باشد. در این بخش یک محفظه در نظر گرفته شده است اما در بخش دوم مسأله با بیش از یک محفظه مورد بررسی قرارگرفته است و مسأله تخصیص بهینه کشتی‌ها به محفظه‌ها و زمانبندی جابه‌جایی هرمحفظه در نظر گرفته شده است. درابتدا به مرور مقالاتی که مرتبط با بخش اول می‌باشد می پردازیم.

LEE و همکارانش [1] در سال ۱۹۹۲ مسأله زمانبندی روی ماشین های پردازش گروهی را مورد مطالعه قرار دادند. یک ماشین پردازش گروهی می‌تواند به طور همزمان b کار را پردازش کند. زمان پردازش یک دسته با بزرگترین زمان پردازش کارهای متعلق به آن دسته برابر است. دراین مقاله یک الگوریتم پایه‌ای برنامه‌ریزی پویا برای حداقل کردن تعداد کارهای دارای تاخیر روی یک ماشین پردازش گروهی ارائه شده است. همچنین نویسندگان یک الگوریتم ابتکاری برای مسأله زمانبندی کارها روی ماشین‌های پردازش گروهی مشابه موازی ارائه دادند.

Brucker و همکارانش [۲] درسال ۱۹۹۸ به بررسی مسأله زمانبندی n کار روی یک ماشین گروهی در دو حالت بدون محدودیت ظرفیت یعنی $b \geq n$ و با در نظرگرفتن محدودیت ظرفیت که در آن $b < n$ می‌باشد، پرداختند. نویسندگان مدل بدون محدودیت ظرفیت را با توابع هدف مختلف با استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویا حل کردند. از جمله این توابع هدف می‌توان به حداقل کردن تعداد کارهای دارای دیرکرد اشاره کرد که با مرتبه زمانی $O(n^3)$ قابل حل می‌باشد. همچنین مسأله مذکور با هدف حداقل کردن بیشینه تاخیر با مرتبه زمانی $O(n^2)$ و با هدف حداقل کردن مجموع وزن‌دار زمان تکمیل کارها با مرتبه زمانی $O(n\, log\, n)$ حل می‌شود. آن‌ها ثابت کردند که مسأله مطرح شده با تابع هدف حداقل کردن تعداد کارهای دارای دیرکرد در حالت وزن‌دار NP-hard است. برای مدل با محدودیت ظرفیت با تابع هدف حداقل کردن مجموع زمان تکمیل کارها یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا با مرتبه زمانی $O(n^{b(b-1)})$ ارائه شده است. هنگامی که $b > 1$ باشد، برای نمونه‌ای که دارای m زمان پردازش متفاوت است آن‌ها یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا با مرتبه زمانی $O(b^2 m^2 2^m)$ را ارائه دادند.

در مرجع [۳] به این مطلب اشاره شده است که درسال ۲۰۰۰، Potts و Kovalyor ادبیات مربوط به مسأله زمانبندی با دسته‌بندی کارها را مرور کردند. نویسندگان، دو نوع از مدل‌های زمانبندی که نیاز به دسته‌بندی دارند را مورد بررسی قرار دادند. دسته اول مدل‌های زمانبندی خانوادگی هستند که کارها براساس زمان راه‌اندازی مشابهی که دارند در یک دسته قرار می‌گیرند. دسته دوم مدل‌های ماشین دسته-ای هستند که کارهایی که همزمان پردازش می‌شوند تشکیل یک دسته را می‌دهند. برای حل مدل زمانبندی خانوادگی نشان داده شده است که استفاده از الگوریتم برنامه‌ریزی پویا مفید می‌باشد. بسیاری از مسائل مورد بحث در این مقاله یا به صورت چندجمله‌ای قابل حل هستند و یا NP-hard می‌باشند. برای مسائل NP-hard تعداد محدودی از مطالعات به طراحی الگوریتم شاخه‌وکران و الگوریتم‌های تقریبی پرداخته‌اند. در سال ۲۰۰۸، Finke و همکارانش [۴] به تجزیه و تحلیل مسأله زمانبندی گروهی مرتبط با کاربردهای صنعتی خاص پرداختند. مدل ارائه شده در مقاله مرتبط است با مسأله زمانبندی کارهای گروهی با هدف حداقل کردن بیشینه زمان تکمیل کارها که با الگوریتم برنامه‌ریزی پویا حل شده است.

Verstichel و Vanden Berghe در سال ۲۰۰۹ به بررسی الگوریتم پذیرش[۳] برای مسأله زمانبندی درگاه پرداختند. هدف مسأله زمانبندی درگاه، حداقل کردن زمان انتظار همه کشتی‌ها و حداقل نمودن استفاده از آب درگاه به صورت همزمان می‌باشد. دراینجا برای کشتی‌ها دو حالت عادی و اولویت‌دار درنظرگرفته شده است که باید زمان انتظار کشتی‌های اولویت‌دار تا حد ممکن کمینه شود که حداقل کردن مصرف آب به عنوان حداقل کردن تعداد کل عبورهای محفظه‌ها مدل شده است [۵].

Verstichel و همکارانش [۶] درسال ۲۰۱۴ یک رویکرد یکپارچه برای حل مسأله زمانبندی یک درگاه عمومی ارائه دادند. دراین مقاله سه زیر مسأله مرتبط با هم یعنی مسأله قرار دادن کشتی‌ها، مسأله تخصیص محفظه و زمانبندی عملیات عبور که به ترتیب با مسأله کوله پشتی[۴]، مسأله تخصیص و مسأله زمانبندی ماشین‌های موازی[۵] معادل هستند، مطرح شد. زمانی که یک درگاه با محفظه‌های متفاوت داریم باید مسأله تخصیص نوع محفظه نیز حل شود. نویسندگان یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط[۶] ارائه دادند و آن را توسط یک روش دقیق برای حل هر سه زیر مسأله به طور همزمان، بر روی داده‌های مربوط به دو درگاه پیاده‌سازی کردند.

Passchyn و همکارانش در سال ۲۰۱۶ در مرجع [۷] یک الگوریتم برنامه‌ریزی پویا برای زمانبندی یک درگاه واحد با ظرفیت واحد را ارائه نمودند. آن ها ثابت کردند که یک الگوریتم با مرتبه زمانی $O(n^2)$ برای مسئله‌ی مذکور وجود دارد. این الگوریتم را می‌توان برای حل نسخه‌های با ظرفیت متفاوت، زمان بارگیری وابسته به کشتی، زمان عبور غیریکنواخت و محدودیت در تعداد حرکت درگاه را توسعه و مورد استفاده قرار داد. به علاوه، عملکرد چندین روش اکتشافی را با اجرای آنها بر روی نمونه‌های ایجادشده‌ی تصادفی که مشخصه‌های شرایط واقعی را داشتند، مورد بررسی قراردادند.

در مرجع [۸] آمده است که درسال ۲۰۱۶، Passchyn و همکارانش به ارائه زمانبندی درگاه‌های سری پرداختند. دراین مقاله دو مدل ریاضی متفاوت ارائه کردند و مشخص شد که هر دو فرمول‌بندی مدل در مقایسه با هم، مزایای خاص خود را دارند. آن ها همچنین به مقایسه‌ی نتایج مدل یکپارچه با نتایج حاصل از زمانبندی اکتشافی درگاه‌ها پرداختند. یافته‌های آنها اثبات کرد که زمانبندی یکپارچه‌ی درگاه‌های متوالی می-تواند تا حد زیادی زمان طی مسیر را کاهش دهد.

مقاله‌های مذکور همگی بر درگاه‌هایی با محفظه واحد تمرکز دارند در حالی که در عمل بسیاری از درگاه‌ها از بیش از یک محفظه تشکیل شده‌اند. برای نمونه، در کانال پاناما هر درگاه از دو محفظه موازی یکسان تشکیل شده است. درگاه Wijnegem در بلژیک نیز یک مثال دیگر برای این موضوع است که این درگاه، کانال Albert را به بندرAntwerp متصل کرده و همچون تمامی دیگر درگاه‌های کانال Albert از سه محفظه ناهمسان تشکیل شده است. به علاوه، در حال حاضر ساخت محفظه چهارم در درگاه Wijnegem مد نظر است که در مرجع [۹] به آن اشاره شده است. لذا در ادامه به مرور مقالات مرتبط با بخش دوم یعنی تحقیقات مربوط به مسأله تخصیص بهینه کشتی‌ها به محفظه‌ها و زمانبندی کردن عبورها از هرمحفظه که مرتبط با موضوع تحقیق حاضر می‌باشد و تحقیقات محدودتری دراین حوزه انجام شده است خواهیم پرداخت.

درمقاله [۱۰] درسال ۲۰۱۸ Passchyn و همکارانش مسأله‌ی زمانبندی یک درگاه دارای محفظه‌های موازی را مورد بررسی قرار دادند. آنها بر وجود زمانبندی‌های بدون معطلی تمرکز نموده و پیچیدگی انواع مختلف اینگونه مسائل را در نظر گرفتند. بطور خاص برای یک درگاه متشکل از دو محفظه، عملی بودن راه‌حل را آزمودند و به یک الگوریتم زمان خطی دست یافتند. آنها یک الگوریتم کارآمد برای مواردی که در آن تمامی محفظه‌های یک درگاه، مشابه باشند نیز ارائه دادند. به علاوه، یک روش برنامه‌ریزی پویا برای یک مورد کلی با محفظه‌های دلخواه تعریف نموده و اثبات کردند که این مسأله زمانیکه تعداد محفظه‌ها جزء ورودی‌ها باشد، یک مسأله‌ی NP-Complete است.

۳- مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی

مسأله مورد بررسی در این پژوهش حالت تعمیم‌یافته‌ای از مسأله تخصیص کشتی‌ها به درگاه‌ها است. دراین پژوهش ما مسأله‌ی زمانبندی

زیر را که به عبور کشتی‌ها از یک درگاه مربوط می‌شود در نظر گرفتیم: یک درگاه واحد را در نظر بگیرید که از تعداد m ماشین (محفظه) غیریکسان موازی تشکیل شده است. محفظه‌ها مستقل از یکدیگر عمل می‌کنند، و هر محفظه j با دو مقدار شناسایی می‌شود: زمان عبور از درگاه $(C_j; j=1,\dots m)$ و ظرفیت آن $(T_j; j=1,\dots,m)$ که به صورت تعداد کشتی در نظر گرفته می شود. اصطلاح زمان عبور[۷] از درگاه، به زمان لازم برای تکمیل این عمل اطلاق می‌شود. ظرفیت محفظه به تعداد کشتی‌هایی گفته می‌شود که می‌توانند همزمان توسط یک حرکت خدمت‌رسانی شوند. مجموعه $N=\{1,\dots,n\}$، مجموعه تمام کشتی‌ها را نشان می‌دهد که هر کشتی i در زمان مشخص $t_i \in \{1,\dots,T\}$، به درگاه می‌رسد که T نشان‌دهنده افق زمانبندی است. بدون از دست رفتن عمومیت مسأله و صرفا برای راحتی فرض می کنیم که $t_1 \le \dots \le t_n$. همچنین موقعیت رسیدن کشتی ها را با p_i نشان می‌دهیم به این صورت که یک کشتی ممکن است از سمت بالادست یا سمت پایین‌دست یک درگاه به آن نزدیک شود. برای کشتی‌هایی که در پایین‌دست (بالادست) به درگاه می رسند $p_i=0$ $(p_i=1)$ در نظر می‌گیریم. همچنین موقعیت اولیه محفظه می‌تواند در پایین دست $(\pi_j=0)$ یا بالا دست $(\pi_j=1)$ باشد. دراینجا فرض کردیم که تمام کشتی‌ها اندازه وحجم یکسانی دارند. هدف ما در این پژوهش تخصیص بهینه کشتی‌ها به محفظه‌ها و زمانبندی جابه‌جایی‌های هر محفظه می‌باشد به نحوی که کل زمان انتظار کشتی‌ها به حداقل برسد.

در اینجا دو فرمول‌بندی متمایز MIP را معرفی می‌کنیم. مدل شاخص زمانی، تنها در لحظات عدد صحیح امکان عبور را می‌دهد، در حالیکه مدل دوم امکان وجود زمان آغاز دلخواه برای حرکات درگاه را فراهم می‌آورد. پارامترهای مورد استفاده جهت مدلسازی مسأله به شرح جدول (۱) می‌باشد.

جدول ۱: تعریف پارامترها

پارامتر	تعریف
$M=\{1,2,\dots,m\}$	مجموعه محفظه‌ها
$N=\{1,2,\dots,n\}$	مجموعه کشتی‌های ورودی
$D=\{i\in N \mid p_i=0\}$	مجموعه کشتی‌های ورودی در سمت پایین‌دست
$U=\{i\in N \mid p_i=1\}$	مجموعه کشتی‌های ورودی در سمت بالادست
n	کشتی‌ها
m	محفظه‌ها
C_j	ظرفیت محفظه j
$D'=\{i\in N \mid \pi_j=0\}$	مجموعه محفظه‌هایی که موقعیت اولیه آنها در سمت پایین-دست است
$U'=\{i\in N \mid \pi_j=1\}$	مجموعه محفظه‌هایی که موقعیت اولیه آنها در سمت پایین-دست است
T_j	زمان عبور (یک جابه‌جایی) برای محفظه j ام
$t_i \in \{1,\dots,T\}$	زمان از راه رسیدن کشتی i

اندیس ها	تعریف
i	اندیس مورد استفاده برای کشتی‌ها
j	اندیس مورد استفاده برای محفظه‌ها
t	اندیس مورد استفاده برای زمان

۱-۳- مدل شاخص زمانی

مدل توسعه‌یافته دراین قسمت یک مدل شاخص زمانی است که برای این مدل یک افق زمانبندی گسسته در نظر می‌گیریم. ما یک مجموعه از نقاط زمانی برای هر کشتی i و هر محفظه‌ی j در نظر می‌گیریم که در آن شروع حرکت محفظه‌ی j بطوریکه دربردارنده‌ی کشتی i باشد را به نقاط زمانی مجموعه $\tau_{i,j}=\{t_i,\dots,T\}$ محدود می‌کنیم. محاسبه‌ی زودترین و دیرترین زمان آغاز ممکن برای این روند عبور از محفظه کار دشواری نیست. به همین منظور برای به دست آوردن دیرترین زمان آغاز ممکن فرض می‌کنیم که تمام کشتی‌ها در یک جهت حرکت می‌کنند و تمام آن‌ها در زمانی قبل از زمان رسیدن آخرین کشتی (به غیراز همان آخرین کشتی که از همه دیرتر به درگاه رسیده است) به درگاه رسیده‌اند. لذا به اندازه مجموع ظرفیت تمام محفظه‌ها به کشتی‌ها خدمت‌رسانی می‌شود و تعداد $n-\sum_{j=1}^{m} C_j$ کشتی باقی می‌ماند. اگر دربدترین حالت فرض کنیم که همه کشتی‌های باقی‌مانده باید توسط محفظه‌ای که سرعت آن از همه بیشتر و ظرفیت آن از همه کمتر است خدمت‌رسانی شوند لذا می‌توان از رابطه زیر برای محاسبه دیرترین زمان ممکن برای شروع حرکت درگاه (T) استفاده نمود.

$$T=\max_{i\in N} t_i+\min_{j\in M} T_j\left(1+\left\lceil\frac{n-\sum_{j=1}^{m} C_j}{\min_{j\in M} C_j}\right\rceil\right)$$

متغیرهای تصمیم‌گیری مورد استفاده دراین مدل به شرح ذیل می‌باشد:

$W_i=$ زمان انتظارکشتی i

$X_{ijt}=\begin{cases}1 & \text{اگر کشتی } i \text{ در زمان } t \text{ توسط محفظه } j \text{ جابه‌جا شود}\\ 0 & \text{درغیراینصورت}\end{cases}$

باتوجه به تعریف ارائه شده برای پارامترها و متغیرهای مذکور، مدل شاخص زمانی به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$Min \sum_{i=1}^{n} W_i \tag{۱}$$

Subject to

$$\sum_{j\in M}\sum_{t\in\tau_{i,j}} X_{ijt}=1 \qquad \forall i\in N \tag{۲}$$

$$\sum_{j\in M}\sum_{t\in\tau_{i,j}} tX_{ijt} \le t_i + W_i \qquad \forall i\in N \tag{۳}$$

$$X_{ijt} + \sum_{\substack{\tau\in\tau_{i',j}\cap\\ \{t-T_j+1,\dots,t+T_j-1\}}} X_{i'j\tau} \le 1 \qquad \forall j\in M;\ \forall i\in U;\ \forall i'\in D;\ \forall t\in\tau_{i,j} \tag{۴}$$

$$X_{ijt} + \sum_{\substack{\tau\in\tau_{i',j}\cap\\ \{t-2T_j+1,\dots,t-1\}\cup\\ \{t+1,\dots,t+2T_j-1\}}} X_{i'j\tau} \le 1 \qquad \forall j\in M;\ \forall i,i'\in U,\ i\neq i';\ \forall t\in\tau_{i,j} \tag{۵}$$

$$X_{ijt} + \sum_{\substack{\tau\in\tau_{i',j}\cap\\ \{t-2T_j+1,\dots,t-1\}\cup\\ \{t+1,\dots,t+2T_j-1\}}} X_{i'j\tau} \le 1 \qquad \forall j\in M;\ \forall i,i'\in D,\ i\neq i';\ \forall t\in\tau_{i,j} \tag{۶}$$

$$\sum_{t<T_j} X_{ijt} = 0; \qquad \forall i\in D, \forall j\in U' \text{ or } \forall i\in U, \forall j\in D' \tag{۷}$$

$$\sum_{i\in N} X_{ijt} \le C_j \qquad \forall j\in M; \forall t\in \bigcup_{\forall i\in N}\tau_{i,j} \tag{۸}$$

$$X_{ijt}\in\{0,1\}, W_i\in R^+ \qquad \forall i\in N;\ \forall j\in M;\ t = 1,\dots,T \tag{۹}$$

تابع هدف (۱) به دنبال حداقل کردن کل زمان انتظار کشتی‌ها است. محدودیت (۲) بیان می‌کند که هرکشتی فقط باید به یک محفظه تخصیص داده شود. محدودیت (۳) زمان انتظار کشتی‌ها را محاسبه می‌کند و همچنین بیان می‌کند که یک کشتی زمانی می‌تواند حرکت کند که به محفظه رسیده باشد. به علاوه، حرکت یک محفظه زمانی می‌تواند آغاز شود که محفظه در موقعیت مناسب بوده و درحال حرکت نباشد به عبارت دیگر عبورها از یک محفظه یکسان نباید از نظر زمانی باهم تداخل داشته باشند. ما این مهم را با افزودن محدویت های (۴) تا (۶) اعمال کردیم. محدودیت (۷) نشان می‌دهد کشتی‌هایی که موقعیت آنها با موقعیت اولیه محفظه‌ها یکسان نیست، نمی‌توانند قبل از طی شدن یکبار زمان عبور خالی از درگاه، آن کشتی را جابه‌جا کنند. محدویت (۸) نشان می‌دهد که تعداد کشتی‌های تخصیص داده شده به یک محفظه نباید از ظرفیت محفظه بیشتر باشد. نهایتا دامنه تمامی متغیرها توسط قید (۹) مدل شده اند که R^+ مجموعه‌ای از اعداد حقیقی غیرمنفی را نشان می‌دهد.

۲-۳- مدل مبتنی بر عبور از محفظه

یکی از معایب مهم مدل شاخص زمانی این است که با افزایش افق زمانی (T) تعداد متغیرها (X_{ijt}) به صورت نمایی افزایش می‌یابد. براین اساس در نمونه مسائلی که زمان ورود بزرگ باشد، مقدار حد بالایی T و در نتیجه تعداد متغیرها افزایش یافته و در نتیجه زمان محاسباتی برای یافتن پاسخ نیز افزایش می‌یابد، لذا ما یک فرمول جایگزین ارائه می‌کنیم که از شاخص زمانی برای متغیرها استفاده نمی‌کند و در عوض عبورهای احتمالی را شماره‌گذاری می‌کند. بدیهی است که برای هر محفظه، نیازی نیست تعداد عبورها در یک پاسخ بهینه از $2n$ بزرگتر باشد. در نتیجه ما مجموعه‌ی $\mathcal{K} = \{1,\dots,K\}$ را برای شناسایی عبورهای هر محفظه تعریف می‌کنیم که K براساس رابطه ارائه شده درمقاله Passchyn و همکارانش (۲۰۱۶)، بصورت $K = \min\left(2n, \left\lceil\frac{T+\max_{j\in M} T_j}{\min_{j\in M} T_j}\right\rceil\right)$ محاسبه می‌شود.

ما متغیرهای تصمیم‌گیری برای این مدل را به ازای هر $\forall i\in N; j\in M; k\in\mathcal{K}$ به صورت زیر تعریف می‌کنیم.

$t_{jk} =$ برابر است با زمان آغاز k امین عبور برای محفظه j

$Z_{ijk} = \begin{cases}1 & \text{اگر کشتی } i \text{ توسط } k \text{ امین عبورمحفظه } j \text{ جابه‌جا شود}\\ 0 & \text{درغیراینصورت}\end{cases}$

باتوجه به تعریف ارائه شده برای پارامترها و متغیرهای این زیر بخش، مدل مبتنی برعبور از محفظه به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$Min \sum_{i=1}^{n} W_i \tag{۹}$$

Subject to

$$\sum_{j\in M}\sum_{K\in \mathrm{K}} Z_{ijk} = 1 \qquad \forall i\in N \tag{۱۰}$$

$$W_i \ge t_{jk} - t_i - M(1 - Z_{ijk}) \qquad \forall i\in N, \forall k\in\mathcal{K}\ \forall j\in M \tag{۱۱}$$

$$t_{jk} \ge t_{j,k-1} + T_j \qquad \forall j\in M, \forall k\in\mathcal{K}\backslash\{1\} \tag{۱۲}$$

$$Z_{ijk} + Z_{i'jk} \le 1 \qquad \forall j\in M;\ \forall i\in U;\ \forall i'\in D\ \forall j\in M; \forall k\in\mathcal{K} \tag{۱۳}$$

$$Z_{i,j,k-1} + Z_{i',j,k} \le 1 \qquad \forall j\in M;\ \forall i,i'\in U\ i\neq i';\ \forall k\in\mathcal{K}\backslash\{1\} \tag{۱۴}$$

$$Z_{i,j,k-1} + Z_{i',j,k} \le 1 \qquad \forall j\in M;\ \forall i,i'\in D\ i\neq i';\ \forall k\ \in\mathcal{K}\backslash\{1\} \tag{۱۵}$$

$$\sum_{i\in N} Z_{ijk} \le C_j \qquad \forall j\in M; \forall k\in\mathcal{K} \tag{۱۶}$$

$$\sum_{i\in D} Z_{ij1} = 0 \qquad \forall j\in\{\pi_j = 0\} \tag{۱۷}$$

$$\sum_{i\in U} Z_{ij1} = 0 \qquad \forall j\in\{\pi_j = 1\} \tag{۱۸}$$

$$Z_{ijk}\in\{0,1\}, W_i\in R^+, t_{j,k}\ \in R^+ \qquad \forall i\in N;\ \forall j\in M\ \forall k\in\mathcal{K} \tag{۱۹}$$

تابع هدف (۹) به دنبال حداقل کردن کل زمان انتظار کشتی‌ها است. محدودیت (۱۰) بیان می‌کند که هرکشتی فقط باید به یک محفظه تخصیص داده شود. محدودیت (۱۱) زمان انتظار کشتی‌ها را محاسبه می‌کند و همچنین بیان می‌کند که یک کشتی زمانی می‌تواند توسط k امین حرکت محفظه j جابه‌جا شود که قبل از زمان شروع k امین حرکت محفظه j، به آن محفظه رسیده باشد. محدودیت (۱۲) اطمینان می‌دهد که عبورها از یک محفظه یکسان از نظر زمانی باهم تداخل نداشته باشند. مجموعه نامساوی‌های بعدی یعنی (۱۳) تا (۱۵) تضمین می‌کنند که در هر بار عبور یک محفظه تنها می‌توان کشتی‌ها را در یک جهت مدیریت کرد و هیچ دو عبور متوالی یک محفظه، کشتی‌ها را در یک جهت واحد حرکت نمی‌دهند. از آنجا که تنها راه برای تعیین مشخصه-های جهت عبور، لحاظ نمودن جهت کشتی‌های درون مسیر عبور است، زمانیکه عبورهای خالی روی می‌دهند، لزوماً نبایستی جهت مسیر عبور، تغییر کند. با استفاده از قیود (۱۳) تا (۱۵)، این مدل تضمین می‌کند که تمامی عبورهای خیر خالی تمامی الزامات برای پاسخ عملی را محقق می‌سازند. محدودیت (۱۶) نشان می‌دهد که تعداد کشتی‌های تخصیص داده شده به یک محفظه نباید از ظرفیت محفظه بیشتر باشد. محدودیت-های (۱۷) و (۱۸) موقعیت اولیه محفظه‌ها را مشخص می‌کنند. دامنه تمامی متغیرها توسط قید (۱۹) مدل شده‌اند.

۴- نتایج عددی

در این بخش به بررسی نتایج عددی خواهیم پرداخت. برای ایجاد نمونه مسأله، دو عامل تعداد کشتی‌ها و تعداد محفظه‌ها مدنظر قرار گرفته و برای هر ترکیب از آن‌ها، ۱۰نمونه مسأله به صورت تصادفی ایجاد شده است. تعداد کشتی‌های در نظر گرفته شده دراین نمونه مسائل از بین اعداد {۲۰،۳۰،۴۰،۵۰} و تعداد محفظه‌ها از بین اعداد {۲،۳،۴،۵} انتخاب شده است. برای هر ترکیب از تعداد کشتی‌ها و تعداد محفظه‌ها، مقادیر p_i به صورت تصادفی و زمان رسیدن کشتی‌ها، ظرفیت هر محفظه و زمان عبور (یک جابه‌جایی) برای هر محفظه به صورت تصادفی در بازه‌های [۰-۳۰۰] دقیقه، [۱-۴] و [۲۰-۴۰] دقیقه ایجاد می‌شود. با توجه به توضیحات مذکور،۱۶۰ نمونه مساله ساخته شده است. نمونه مسائل ساخته شده با حد زمانی ۳۶۰۰ ثانیه با استفاده از نرم‌افزار CPLEX حل شده است. نتایج حاصل از حل دو مدل شاخص زمانی و مدل مبتنی بر عبور از محفظه در جدول (۲) آمده است. در مدل شاخص زمانی با افزایش افق زمانی (T) تعداد متغیرها (X_{ijt}) به صورت نمایی افزایش می‌یابد. براین اساس درنمونه مسائلی که زمان ورود بزرگ باشد، مقدار حد بالایی T و در نتیجه تعداد متغیرها افزایش یافته و زمان محاسباتی برای یافتن پاسخ نیز افزایش می‌یابد. به عنوان مثال با توجه به جدول (۲) مدل شاخص زمانی برای نمونه مسأله ۳۰ کشتی و ۳ محفظه و نمونه مسأله‌های بزرگ‌تر خطای کمبود حافظه می‌دهد. لذا از مدل مبتنی بر عبور از محفظه که از شاخص زمانی برای متغیرها استفاده نکرده و در عوض عبورهای احتمالی را شماره‌گذاری می‌کند استفاده می‌کنیم. در نتیجه برای نمونه مسأله‌های کوچک مدل شاخص زمانی در مدت زمان کمتری به جواب می‌رسد ومناسب‌تر است و در نمونه مسأله-های بزرگ استفاده از مدل مبتنی بر عبور از محفظه توصیه می‌شود. میانگین زمان حل تمام نمونه‌ها و همچنین میانگین زمان انحراف از بهترین جواب برای هر دو مدل با افزایش تعداد کشتی‌ها و ثابت بودن تعداد محفظه‌ها افزایش می‌یابد.

جدول ۲: نتایج مدل شاخص زمانی و مدل مبتنی بر عبور از محفظه

n	m	Model	#feas	#opt	APD	ACPU
20	2	Time index formulation	10	10	0.00	283.32
		Lockage - based formulation	10	8	0.00	813.00
	3	Time index formulation	10	10	0.00	155.59
		Lockage - based formulation	10	9	0.00	484.50
	4	Time index formulation	10	10	0.00	268.05
		Lockage - based formulation	10	7	0.00	1491.14
	5	Time index formulation	10	10	0.00	213.80
		Lockage - based formulation	10	3	0.00	2547.06
30	2	Time index formulation	10	5	9.04	2243.36
		Lockage - based formulation	10	2	1.58	3185.21
	3	Time index formulation	0	0	-	10.00
		Lockage - based formulation	10	2	8.83	3221.67
	4	Time index formulation	0	0	-	10.00
		Lockage - based formulation	10	2	0.00	3029.32
	5	Time index formulation	0	0	-	10.00
		Lockage - based formulation	10	3	0.00	2743.44
40	2	Time index formulation	0	0	-	10.00
		Lockage - based formulation	10	0	17.66	3618.75
	3	Time index formulation	0	0	-	10.00
		Lockage - based formulation	10	0	46.61	3608.80
	4	Time index formulation	0	0	-	10.00
		Lockage - based formulation	10	0	45.49	3619.43
	5	Time index formulation	0	0	-	10.00
		Lockage - based formulation	10	0	48.22	3612.33
50	2	Time index formulation	0	0	-	10.00
		Lockage - based formulation	10	0	32.45	3672.40
	3	Time index formulation	0	0	-	10.00
		Lockage - based formulation	10	0	103.64	3619.44
	4	Time index formulation	0	0	-	10.00
		Lockage - based formulation	10	0	78.30	3634.17
	5	Time index formulation	0	0	-	10.00
		Lockage - based formulation	0	0	-	10.00

۵- نتیجه و جمع‌بندی

با توجه به نتایج عددی دو مدل و از آنجا که مسأله مطرح شده NP-hard است نیاز به توسعه یک روش فراابتکاری به منظور حل مسأله در ابعاد بزرگ وجود دارد که این موضوع در تحقیقات بعدی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

مراجع

[۱] Lee, C.-Y., R. Uzsoy, and L.A. Martin-Vega, Efficient algorithms for scheduling semiconductor burn-in operations. Operations Research, 1992. 40(4): p. 764-775.

[۲] Brucker, P., et al., Scheduling a batching machine. Journal of scheduling, 1998. 1(1): p. 31-54

[۳] Potts, C.N. and M.Y. Kovalyov, Scheduling with batching: A review. European journal of operational research, 2000. 120(2): p. 228-249.

[۴] Finke, G., et al., Batch processing with interval graph compatibilities between tasks. Discrete Applied Mathematics, p: 2008. 156(5)

[۵] Verstichel, J. and G.V. Berghe, A late acceptance algorithm for the lock scheduling problem, in Logistik management. 2009, Springer. p. 457-478

[۶] Verstichel, J., et al., The generalized lock scheduling problem: An exact approach. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2014. 65: p. 16-34

[۷] Passchyn, W., et al., The lockmaster's problem. European journal of operational research, 2016. 251(2): p. 432-441.

[۸] Passchyn, W., D. Briskorn, and F.C. Spieksma, Mathematical programming models for lock scheduling with an emission objective. European Journal of Operational Research, 2016. 248(3): p. 802-814

[۹] Waterwegen en Zeekanaal , n.D.S., Masterplan voor binnenvaart op de vlaamse waterwegen-Horizon 2020. 2014: Willbroek

[۱۰] Ward Passchyn, D.B., Frits C.R. Spieksma, No-wait scheduling for locks. INFORMS Journal on Computing, 2018

[۱] Lock– محلی در مسیر یک رودخانه که دارای اختلاف سطح است

[۲] Chamber– دستگاهی است برای بالا بردن وپایین آوردن قایق‌ها بین سطوح مختلف راه‌های آبی رودخانه‌ها وآبراه‌ها

[۳] Late- acceptance
[۴] Bin packing problem
[۵] The (Parallel) machine scheduling problem
[۶] Mixed- integer linear programming model
[۷] Lockage time