مجله مهندسی مکانیک، شماره پیاپی ۸۴، جلد ۴۸، شماره ۳، پاییز ۱۳۹۷، صفحه ۲۳۳-۲۲۳

بهینه سازی سطوح آیرودینامیکی همراه با اعمال محدودیت های متنوع به کمک روش الحاقی برروی شبکه نامنظم

محمد غفاری دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

محمود پسندیده فرد* دانشیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

علی توکلی صبور محقق، مهندسی هوافضا، سازمان پژوهشی باقرالعلوم، تهران، ایران

چکیده

در این مقاله، اثر ایجاد محدودیت های مختلف در بهینه سازی سطوح آیرودینامیکی دو و سه بعدی در جریان های مغشوش و غیر لزج به روش الحاقی مورد تحلیل و ارزیابی قرار گرفته است. به منظور ارزیابی دقت و کارایی معادلات الحاقی مسئله بهینه سازی مورد نظر در ابتدا بدون در نظر گرفتن هیچگونه محدودیت هندسی و آیرودینامیکی بررسی شده، سپس نتایج مربوط به اعمال محدودیت های متنوع ارائه گردیده است. با استفاده از روش الحاقی اطلاعات کاملی از بردار تغییرات مورد نیاز جهت بهینه سازی را می توان با حل کردن فقط یکبار معادلات جریان حاکم و الحاقی، مستقل از تعداد پارامترهای طراحی، بدست آورد. نیروی پسا به عنوان تابع هدف انتخاب شده و از تابع شکل هیک – هن و روش تغییر شکل آزاد به ترتیب برای گسسته سازی هندسه های دو و سه بعدی استفاده شده است. نتایج حاکی از همگرایی بسیار خوب معادلات الحاقی است. همچنین با ایجاد محدودیت‌های مناسب در فرایند بهینه سازی شکل باز طراحی شده دارای بیشترین بازده بوده بدون اینکه قابلیت های اولیه آن نظیر مقدار نیروی برا دچار تغییر و دگرگونی شوند.

واژه‌های کلیدی: معادلات الحاقی، بهینه سازی، شبکه نامنظم، محدودیت های هندسی و آیرودینامیکی.

Constrained Adjoint-based Shape Optimization for Aerodynamic Design on Unstructured Grids

M. Ghaffari Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashad, Iran

M. Pasandideh Fard Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University, Mashad, Iran

A. Tavakoli Department of Aerospace, Bagher Al Olum Research Organization, Tehran, Iran

Abstract

In this paper, the effect of different kind of constraints on two and three dimensional adjoint-based shape optimization of aerodynamic design in inviscid and turbulent flows has been investigated. To assess the accuracy and efficiency of the adjoint-based approach, a complete set of optimization problem is investigated: from none to fully aerodynamic and geometrical constraints. With the adjoint method, the complete gradient information needed in the design optimization can be obtained by solving the governing flow equations and the corresponding adjoint equations only once for each cost function, regardless of the number of design parameters. Drag forces was chosen to be the objective function. Hicks–Henne shape functions and free form deformation parameters are adopted for the surface geometry perturbations, for two and three dimensional geometries, respectivelyThe drag minimization results show that the adjoint equation converges well and with specifying the suitable constraints, the designed shape approaches to the most optimized level without the loss of performance.

Keywords: Adjoint Equations, Shape Optimization, Unstructured Grid, Aerodynamic and Geometrical Constraints.

۱-مقدمه

در گذشته به منظور دستیابی به یک طرح آیرودینامیکی مناسب طراحان مجبور به ساخت تعداد زیادی مدل فیزیکی برای به کارگیری در آزمایش‌های تونل باد بودند تا بتوانند یک طرح را به عنوان شکل نهایی انتخاب کنند. چنین فرآیندی مانع از بررسی شکلهای متفاوت با متغیرهای زیاد می‌شد. توسعه روش‌های محاسباتی در طول سال‌های اخیر امکان بررسی طرح‌های متنوع را مهیا کرده است با این وجود هنوز هم محدودیت‌هایی برای پیدا کردن بهترین طرح وجود دارد. برای اطمینان از دستیابی به بهترین طرح ممکن یک طراح نباید فقط به بررسی تعداد محدودی از اشکال از پیش تعیین شده بپردازد بلکه باید روشی وجود داشته باشد که بتواند تمام حالت های ممکن را بررسی کرده و بهترین طرح را ارائه دهد. این موضوع انگیزه اصلی ترکیب روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی با روش‌های عددی بهینه سازی را فراهم می کند.

با رایج شدن استفاده از روش های بهینه سازی در فرایند طراحی آیرودینامیکی، تلاش قابل توجهی در جهت افزایش اثربخشی و کارایی این روش‌ها انجام پذیرفته است. از میان روش‌های بهینه‌سازی که در زمینه آیرودینامیک کاربرد دارند روش های مبتنی بر تغییرات به دلیل الگوریتم عددی مشخص و بار محاسباتی نسبتا پایین پیشرفت قابل

* نویسنده مکاتبه کننده، آدرس پست الکترونیکی: mahmoud.pasandideh@um.ac.ir

تاریخ دریافت: ۹۵/۰۸/۰۸
تاریخ پذیرش: ۹۷/۰۲/۲۶

توجهی داشته‌اند. فرایند بهینه سازی آیرودینامیکی بر اساس این روش‌ها به طور معمول از چهار مرحله تشکیل می‌شود که تا زمان برآورده شدن شرط همگرایی تکرار می‌شوند. مهمترین مرحله در طی این فرایند مربوط به چگونگی تعیین دقیق و کارآمد بردار تغییرات (ΔJ) نسبت به تابع هدف می‌باشد. ساده‌ترین راه در تعیین این بردار استفاده از روش تفاضل محدود است. طبق این رویکرد تغییرات مورد نظر به راحتی، با محاسبه مقدار تابع هدف مابین هندسه پایه و مقدار این تابع پس از ایجاد اغتشاش در متغیرهای طراحی و نهایتا تقسیم اختلاف این دو مقدار بر اندازه اغتشاشات قابل دسترس است. بر اساس این روش، بردار تغییرات با ایجاد اغتشاش در تمام متغیرهای طراحی، به طور جداگانه، محاسبه می‌شود که این کار برای فضاهای طراحی بزرگ بسیار پرهزینه خواهد بود، چراکه برای محاسبه تابع تغییرات یک مسئله با N پارامتر طراحی به N+1 حل کامل معادلات حاکم بر جریان نیاز است [۱]. یکی دیگر از چالش‌های بهینه‌سازی به روش تفاضل محدود تعیین اندازه گام این تغییرات است، چراکه انتخاب گام‌های بزرگ می‌تواند منجر به بوجود آمدن خطای برشی غیر قابل قبول شود.

حساسیت تابع هدف را می‌توان به کمک روش‌های کارآمدتر مانند روش‌های الحاقی نیز ارزیابی کرد. با توجه به تحقیقات انجام گرفته در زمینه بهینه سازی ثابت شده است که از میان روش‌های موجود مانند تجزیه و تحلیل حساسیت مستقیم، اختلاف محدود و یا رویکرد متغیرهای پیچیده روش الحاقی ارجحیت قابل توجهی دارد. با استفاده از این روش، در هر چرخه طراحی تنها یک معادله جریان و یک معادله الحاقی که تقریبا هزینه محاسباتی برابر با حل معادلات جریان را دارد مورد بررسی قرار می‌گیرند، بنابراین در این حالت هزینه محاسباتی مستقل از تعداد متغیرهای طراحی خواهد بود.

مطالعات مربوط به استفاده از روش الحاقی برای بهینه سازی سیستم هایی که بر پایه معادلات بیضوی استوار بودند برای اولین بار توسط پیرون [۲] آغاز شد. در عرصه هوانوردی جیمسون [۳،۴] اولین کسی بود که از معادلات الحاقی پیوسته به منظور کاهش اثرات منفی امواج ضربه‌ای استفاده کرد. او سپس معادلات الحاقی را برای بهینه سازی بال‌ها در حالت سه بعدی بر اساس معادلات اویلر [۵] گسترش داد و نهایتا از آن برای تعیین شکل بهینه یک هواپیمای کامل با حل معادلات ناویر استوکس [۶] بهره جست. بنوراویو و همکاران [۷] معادلات الحاقی را به منظور پوشش جریان‌های متلاطم گسترش دادند، آنها از مدل اسپالارت - آلماراس جهت اضافه کردن اثرات اغتشاش استفاده کردند. معادلات الحاقی پیوسته علاوه بر جریان‌های خارجی در جریان‌های داخلی نیز کاربرد دارند. لو و همکاران [۸] از این روش جهت بهبود عملکرد توربین ها و کمپرسورها استفاده کردند و کارایی بالای معادلات الحاقی پیوسته را در بهینه سازی آیرودینامیکی سطوح مختلف گزارش دادند. بیشتر مطالعات انجام گرفته در زمینه بهینه سازی آیرودینامیکی معطوف به جریان‌هایی با عدد رینولدز بالا می شود، اما در وسایل آیرودینامیکی که ابعاد کوچکی دارند معمولا سرعت جریان پایین است. در این گونه وسایل از نوسانات جریان که به دلیل جدایش ایجاد می‌شوند نمی‌توان صرف نظر کرد. لی و همکاران [۹] از معادلات الحاقی جهت بهینه سازی سطوح آیرودینامیکی با اعداد رینولدز پایین استفاده کرده و کاربرد این روش را برای جریان‌های نوسانی با سرعت پایین اثبات کردند.

در ابتدا معادلات الحاقی فقط برروی شبکه های منظم پیاده سازی می شدند اما با گذشت زمان و افزایش نیاز به بهینه سازی هندسه های پیچیده کاربرد این روش به استفاده از شبکه‌های نامنظم نیز گسترش پیدا کرد. اندرسون و ونکاتاریشان [۱۰] جزو اولین کسانی بودند که توانستند رابطه ای برای بررسی معادلات ناویر استوکس برروی شبکه‌های نامنظم ارائه دهند. آنها به این نکته اشاره کردند که بوجود آمدن مشتقات مرتبه بالا در معادلات الحاقی موجب ایجاد مشکل در زمینه همگرایی معادلات و دقت نتایج می شود. جیمسون و کیم [۱۱] نیز با حذف جملات مربوط به انتگرال‌گیری حجم از رابطه تغییرات به فرمول بندی مشابه کار اندرسون و نکاتاریشان برای جریانات اویلری رسیدند. معادلات الحاقی مربوط به جریانات غیر لزج و آرام برروی شبکه نامنظم توسط کاسترو و همکاران [۱۲] نوشته شد. آن‌ها توجه ویژه ای بر ساده سازی و کاهش تعداد جملات با مشتقات مرتبه بالاتر داشتند. معادلات بدست آمده برای شبکه های نامنظم توانستند بسیاری از مشکلات مربوط به دقت و کارایی را حل کنند و با موفقیت برای طیف وسیعی از کاربردهای متنوع استفاده شدند.

نیروی پسای فشاری وارد بر بال‌ها مخصوصا نیروی ناشی از امواج ضربه ای، طراحان هواپیما را برای مدت طولانی به خود مشغول کرده بود. پیرسی [۱۳] تحقیقات زیادی را به منظور پیدا کردن ایرفویلی که بتواند در جریان مادون صوت بدون تولید امواج ضربه ای کار کند انجام داد و بیان کرد که اگر یک منطقه نسبتا بزرگ مافوق صوت در بخش جلوی ایرفویل وجود داشته باشد، پس از آن در بخش انتهایی، یک انتقال نرم از جریان مافوق صوت به مادون صوت، بدون تولید امواج ضربه‌ای را می توانیم داشته باشیم. در این تحقیق نیز مشخصات جریان آزاد به گونه ای انتخاب شده است که امواج ضربه‌ای برروی سطح ایرفویل تشکیل شوند، سپس با حفظ شرایط جریان آزاد فرایند بهینه سازی به نحوی انجام می گیرد که تمرکز این امواج از بین رفته و نیروی پسا تا حد زیادی کاهش یابد.

طراحی‌های کاربردی در مهندسی اغلب با مجموعه ای از محدودیت-ها همراه هستند برخی از این محدودیت‌ها مانند تعیین ضخامت ایرفویل در طول فرایند طراحی هندسی بوده و برخی دیگر مانند تعیین حداقل میزان نیروی برا آیرودینامیکی هستند. در مقابل محدودیت‌های هندسی که به راحتی اعمال می شوند محدودیت‌های آیرودینامیکی هزینه محاسبات را بالا می برند چرا که در این حالت باید یک معادله الحاقی اضافی برای هر کدام از این محدودیت‌ها حل شود. بنابراین هر چه محدودیت‌های آیرودینامیکی کمتر باشند بهینه سازی به روش الحاقی مفیدتر خواهد بود. به منظور به حداقل رساندن نیروی پسا با حفظ نیروی برای مورد نیاز در شرایط جریان آزاد داده شده با عدد ماخ و زاویه حمله مشخص، مقاله حاضر بهینه سازی با ایجاد محدودیت های آیرودینامیکی و هندسی مختلفی را ارائه می‌دهد که می تواند تضمین کننده کاهش نیروی پسا در ازای حفظ شکل و خواص آیرودینامیکی هندسه پایه باشد.

۲-معادلات حاکم بر جریان

در این پژوهش معادلات کامل ناویر استوکس به عنوان معادلات حاکم بر جریان انتخاب شده‌اند. این معادلات را می توان در حالت تراکم پذیر به صورت زیر نوشت

$$\partial_t U + \nabla.\vec{F}^c - \nabla.\vec{F}^v = Q \quad (۱)$$

که در آن $U = (\rho, \rho v_1, \rho v_2, \rho v_3, \rho E)^T$ بردار متغیرهای بقا، ρ چگالی، E انرژی کل بر واحد حجم، $\vec{v} = (v_1, v_2, v_3)$ بردار سرعت جریان و Q جمله چشمه هستند که در اینجا مقدار آن برابر صفر است. شار جابجایی و لزجت نیز به صورت معادله (۲) نوشته می‌شوند.

$$\vec{F}_i^c = \begin{bmatrix} \rho v_i \\ \rho v_i v_1 + P\delta_{i1} \\ \rho v_i v_2 + P\delta_{i2} \\ \rho v_i v_3 + P\delta_{i3} \\ \rho v_i H \end{bmatrix}, \vec{F}_i^v = \begin{bmatrix} \cdot \\ \tau_{i1} \\ \tau_{i2} \\ \tau_{i3} \\ v_j\tau_{ij} + \mu_{tot} C_p \partial_i T \end{bmatrix} \qquad (۲)$$

که در آن P فشار استاتیکی، H آنتالپی سیال، δ_{ij} تابع کرونوکر دلتا، C_p گرمای ویژه در فشار ثابت، T دما و R ثابت گازها هستند. تنش های لزج نیز به صورت معادله (۳) نوشته می‌شوند.

$$\tau_{ij} = \mu_{tot}\left(\partial_j v_i + \partial_i v_j - \frac{2}{3}\delta_{ij}\nabla.\vec{v}\right) \qquad (۳)$$

با توجه به رویکرد استاندارد مدل سازی جریان مغشوش، بر اساس فرضیه بوزینسک، تاثیر اغتشاش می تواند به صورت افزایش لزجت خود را نشان دهد، بنابراین لزجت کل به دو بخش آرام (μ_{dyn}) و مغشوش (μ_{tur}) تقسیم بندی شده است.

$$\mu_{tot} = \mu_{dyn} + \mu_{tur} \qquad (۴)$$

در این تحقیق لزجت دینامیکی (آرام) فقط تابعی از دما در نظر گرفته شده و بوسیله قانون ساترلند [۱۴] محاسبه می‌شود. همچنین برای تعین لزجت مغشوش از مدل اسپالارت – آلماراس [۱۵] استفاده شده است. در این مدل یک معادله ای، لزجت درهم از طریق رابطه (۵) محاسبه می‌شود.

$$\vec{F}^c = \vec{v}\hat{v}, \qquad F^{\to}\hat{}v = -(\nu + \hat{\nu})/\sigma\, \nabla\hat{\nu}$$
$$Q = c_{b1}\hat{S}\hat{v} - c_{w1} f_w \left(\frac{\hat{v}}{d_s}\right)^2 + \frac{c_{b2}}{\sigma}|\nabla\hat{v}|^2 \qquad (۵)$$

که در آن $\hat{S} = |\vec{w}| + \frac{\hat{v}}{k^2 d_s^2} f_{v2}$، $\vec{w}$ بردار چرخش سیال، d_s فاصله تا نزدیکترین دیوار، $f_{v2} = 1 - \frac{x}{1 - x f_1}$، $f_w = g\left[\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6}\right]^{1/6}$ و $g = r + c_{w2}(r^6 - r)$ هستند. در نهایت از ثابت هایی که به صورت مجموعه معادله های (۵) آورده شده اند برای مدل مذکور استفاده شده است.

$$\sigma = \frac{2}{3}, C_{b1} = 0.1355, C_{b2} = 0.622, k = 0.41$$
$$c_{w1} = \frac{c_{b1}}{k^2} + \frac{1 + c_{b2}}{\sigma}, c_{w2} = 0.3, c_{w3} = 2, c_{v1} = 7.1 \qquad (۶)$$

معادلات جریان غیر لزج نیز به ترتیب با حذف مدل اغتشاشی و جملات لزجت از معادلات بیان شده قابل بازیابی هستند.

۳-روش های عددی

در این بخش روش‌های عددی استفاده شده جهت حل معادلات جریان به طور خلاصه شرح داده می‌شوند. گسسته سازی مکانی این معادلات بر اساس روش حجم محدود [۱۶،۱۷] و با مرکزیت گره انجام گرفته است. با انتگرال‌گیری از معادله (۱) برروی حجم کنترل و اعمال قضیه دیورژانس ، خواهیم داشت.

$$\int_{\varphi_i} \frac{\partial U}{\partial t} d\varphi + \sum_{j \in N(i)} (\tilde{F}_{ij}^c + \tilde{F}_{ij}^v)\Delta S_{ij} = 0 \qquad (۷)$$

که در آن $\tilde{F}_{ij}^c$ و $\tilde{F}_{ij}^v$ به ترتیب تخمین‌هایی برای شارهای جابجایی و لزجت هستند که بر روی ضلع ij تصویر می‌شوند. همچنین ΔS_{ij} مساحت سطح مربوط به ضلع ij و $N(i)$ مجموعه گره‌هایی که در همسایگی گره i قرار دارند، می باشند.

به منظور محاسبه شار لزجتی موجود در معادله جریان و مدل اغتشاشی به وسیله روش حجم کنترل، متغیرهای جریان و مشتقات اول آنها باید برروی سطوح حجم کنترل معلوم باشند. گرادیان مکانی متغیرهای جریان در تمام گره ها طبق یک مرحله پیش پردازش توسط روش گرین – گاوس [۱۸] محاسبه شده سپس برروی سطح سلول ها متوسط‌گیری می‌شوند. برای جلوگیری از نوسانی شدن نتایج حل و پوشش ناپیوستگی‌های جریان از روش جیمسون-اشمیت-تورکل [۱۹] برای تقریب جملات جابجایی استفاده شده است. همچنین برای حفظ یکنواختی در جواب‌ها در زمان گسسته سازی با درجات بالا از طرح ونکاتاکریشان [۲۰] برای اعمال محدودیت در گرادیان‌ها (مخصوصا در برخورد با امواج ضربه ای) استفاده شده است.

۴-توصیف کلی روش الحاقی

اگر تابع هزینه را که به عنوان یک معیار عملکرد آیرودینامیکی مانند ضریب پسا و یا نسبت ضریب برا بر پسا شناخته می شود با متغیر I نشان دهیم برای جریان اطراف یک ایرفویل این تابع وابسته به متغیرهای جریان w و سطح هندسه X خواهد بود ، بنابراین می توان نوشت:

$$I = I(w, X) \qquad (۸)$$

از آنجایی که w وابسته به X می باشد، ایجاد یک تغییر کوچک در هندسه موجب تغییر در تابع هزینه می شود، بنابراین:

$$\delta I = \left[\frac{\partial I}{\partial w}\right]^T \delta w + \left[\frac{\partial I}{\partial X}\right]^T \delta X \qquad (۹)$$

جمله اول سهم تغییرات δw در میدان جریان و جمله دوم اثر مستقیم تغییرات سطح می باشد. اگر معادلات حاکم بر جریان را به شکل زیر بنویسیم:

$$R(w, X) = 0 \qquad (۱۰)$$

آنگاه تغییرات R می تواند به شکل زیر نوشته شود:

$$\delta R = \left[\frac{\partial R}{\partial w}\right]\delta w + \left[\frac{\partial R}{\partial X}\right]\delta X \qquad (۱۱)$$

با استفاده از ضرب کننده های لاگرانژ ψ ، می توانیم عبارت δI را به صورت زیر بازنویسی کنیم:

$$\delta I = \left[\frac{\partial I}{\partial w}\right]^T \delta w + \left[\frac{\partial I}{\partial X}\right]^T \delta X - \psi^T\left(\left[\frac{\partial R}{\partial w}\right]\delta w + \left[\frac{\partial R}{\partial X}\right]\delta X\right) \qquad (۱۲)$$

و یا

$$\delta I = \left\{\left[\frac{\partial I}{\partial w}\right]^T - \psi^T\left[\frac{\partial R}{\partial w}\right]\right\}\delta w + \left\{\left[\frac{\partial I}{\partial X}\right]^T - \psi^T\left[\frac{\partial R}{\partial X}\right]\right\}\delta X \qquad (۱۳)$$

ψ را به گونه ای انتخاب می کنیم که معادله الحاقی ارضاء شود. بنابراین:

$$\left[\frac{\partial R}{\partial w}\right]\psi = \frac{\partial I}{\partial w} \qquad (۱۴)$$

بنابراین بردار تغییرات G را می توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$\delta I = G\ \delta X \qquad (۱۵)$$

به گونه ای که:

$$G = \left[\frac{\partial I}{\partial X}\right]^T - \psi^T\left[\frac{\partial R}{\partial X}\right] \qquad (۱۶)$$

با توجه به معادلات (15) و (16) ، δI مستقل از δw می‌باشد، در نتیجه در هر چرخه از فرایند باز طراحی معادلات حاکم بر جریان فقط یک بار به همراه معادله الحاقی حل شده و بردار تغییرات(G) مستقل از

تعداد پارامترهای طراحی محاسبه می شود. نهایتا پس از محاسبه بردار تغییرات می توان از آن به منظور بهبود هندسه جسم استفاده کرد.

۵-معادلات الحاقی

در بهینه سازی آیرودینامیکی، هندسه جسم به عنوان سطح کنترل انتخاب می‌شود و با ایجاد تغییر در این سطح تابع هزینه (I) به حداقل میرسد. تابع هزینه به شکل معادله (۱۷) تعریف می گردد:

$$I = \frac{1}{2}\int_{B_w} (p - p_d)^2\, ds \tag{۱۷}$$

یا در حوزه محاسباتی

$$I = \frac{1}{2}\int_{B_w} (p - p_d)^2\, |ds|\, d\xi_1 \tag{۱۸}$$

به گونه ای که

$$|ds| = \sqrt{S_{2j} S_{2J}} \tag{۱۹}$$

که در آن P_d فشار برروی سطح مورد نظر و $B_w(\xi_2 = constant)$ سطح مرزی در حوزه عددی است که بجای سطح ایرفویل در حوزه فیزیکی قرار می گیرد. اعمال تغییرات کوچک در هندسه موجب تغییر δ_p در فشار و متعاقبا تغییر در تابع هزینه می شود

$$\delta I = \int_{B_w} (p - p_d)\, \delta p\, |ds|\, d\xi_1 + \frac{1}{2}\int_{B_w} (p - p_d)^2\, \delta\, |ds|\, d\xi_1 \tag{۲۰}$$

معادله اویلر در حالت پایا

$$\frac{\partial}{\partial \xi_i}(\delta F_i) = 0 \tag{۲۱}$$

که

$$\delta F = C_i\, \delta w + \delta S_{ij} f_j \tag{۲۲}$$

$$C_i = S_{ij} A_j\ , \quad A_j = \frac{\partial f_j}{\partial w} \tag{۲۳}$$

با ضرب کردن معادله (۲۱) در بردار تغیرات ψ و انتگرالگیری برروی حوزه حل خواهیم داشت:

$$\int_D \psi^T \left(\frac{\partial \delta F_i}{\partial \xi_i}\right) dD = 0 \tag{۲۴}$$

با فرض مشتق پذیر بودن ψ و انتگرال گیری جز به جز خواهیم داشت

$$\int_D \frac{\partial \psi^T}{\partial \xi_i} \delta F_i dD = \int_B (n_i \psi^T \delta F_i)\, dB \tag{۲۵}$$

که در آن n_i بردار واحد در جهت عمود بر سطح در دامنه محاسباتی می باشد. با اضافه کردن معادله (۲۵) بر تغییرات تابع هزینه خواهیم داشت:

$$\delta I = \int_{B_w} (p - p_d)\, \delta p\, |ds|\, d\xi_1 + \frac{1}{2}\int_{B_w} (p - p_d)^2\, \delta\, |ds|\, d\xi_1 - \int_D \frac{\partial \psi^T}{\partial \xi_i} \delta F_i d\xi_1 \xi_2 + \int_B (n_i \psi^T \delta F_i)\, d\xi_1 \tag{۲۶}$$

با

$$,\ n_1 = 1 \quad \text{on} \quad B_w n_1 = 0 \tag{۲۷}$$

با توجه به انتگرال سوم معادله (۲۶) برای حذف جملات شامل δ_w معادله الحاقی به شکل زیر بدست می آید

$$\text{in} \quad D\frac{\partial \psi}{\partial t} - C_i^T \frac{\partial \psi}{\partial \xi_i} = 0 \tag{۲۸}$$

با توجه به شرط مرزی جریان بر روی سطح

$$\delta F_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ S_{21}\delta p \\ S_{22}\delta p \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ p\delta S_{21} \\ p\delta S_{22} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{۲۹}$$

انتگرال اول و چهارم در معادله (۲۶) به همراه معادله بالا از شرایط مرزی معادله الحاقی بر روی سطح پیروی می کنند

$$\text{on} \quad B_w \psi_2 n_1 + \psi_3 n_2 = p - p_d \tag{۳۰}$$

که در آن n_1 و n_2 مولفه های بردار یکه عمود بر سطح هستند

$$n_j = \frac{S_{2j}}{|ds|} \tag{۳۱}$$

با توجه به انتگرال چهارم معادله (۲۶) مقدار ψ در دور دست باید به گونه ای انتخاب شود که

$$n_i \psi^T C_i \delta w = 0 \tag{۳۲}$$

۶-متغیرهای طراحی

معادلات الحاقی؛ گرادیان تابع هدف را نسبت به اعمال تغییرات بسیار کوچک در جهت عمود بر هندسه جسم ارائه می‌دهند. البته به روش های مختلفی می توان، اطلاعات بدست آمده از حل این معادلات (حساسیت سطح نسبت به تابع هدف)، را برای ایجاد تغییر شکل در هندسه مورد نظر به کار برد. یکی از رایج ترین روش‌ها در این زمینه، تصویر کردن مقادیر حساسیت سطوح برروی فضای طراحی متشکل از متغیرهای مناسب می‌باشد که اصطلاحا به آن گسسته سازی سطح می-گویند. سماره [۲۱] گزارش نسبتا کاملی از روش‌های مختلف گسسته سازی سطح که تعیین کننده چگونگی ترکیب متغیرهای طراحی می-باشند ارائه کرده است. انتخاب روش مناسب زمانی که با رویکرد بهینه سازی عددی به منظور پیدا کردن هندسه مناسب، در قالب توابع هدف و محدودیت های تعیین شده، ترکیب شود تاثیر بسیار بالایی در نتایج نهایی و همچنین کارایی و اثر بخشی شکل تولید شده دارد. در این مقاله از تابع برآمدگی هیک - هن و تغییر شکل آزاد به ترتیب برای هندسه های دو و سه بعدی استفاده شده است.

۶-۱-تابع برآمدگی هیک - هن

تابع برآمدگی هیک – هن [۲۲]، شامل جمع آثار چند تابع شکل مختلف است که به هندسه اصلی اضافه شده و سطح شکل را تغییر می‌دهند. تاثیر هر یک از این توابع شکل توسط ضریب وزنی اعمال شده بر آن تعیین می گردد. طبق این روش تعیین متغیرهای طراحی با دقت بسیار خوبی انجام می شود و تضمین می کند که تغییر شکل صاف و بدون شکستگی های غیر منطقی باشد. تابع برآمدگی که حداکثر آن در نقطه x_n اتفاق می‌افتد به شکل زیر ارائه می‌شود:

$$f_n(x) = \sin^3(\pi x^{e_n}) \tag{۳۳}$$

$$e_n = \frac{\log(0.5)}{\log(x_n)} \tag{۳۴}$$

بنابراین جابجایی کلی سطح ایرفویل نسبت به شکل اولیه آن در نقطه x در امتداد وتر به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\Delta y = \sum_{n=1}^{N} \delta_n f_n(x) \tag{۳۵}$$

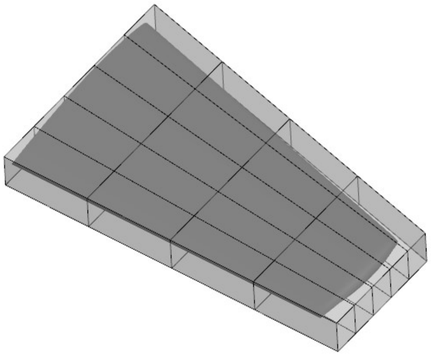
که در آن N تعداد توابع شکل و δ_n اندازه گام متغیر برآمدگی است. اگر برای تمام برآمدگی ها $\delta_n = 0$ شکل اصلی ایرفویل تولید می‌شود.

۶-۲-تغییر شکل آزاد

این رویکرد که اولین بار توسط سدربرگ و پری [۲۳] معرفی گردید روشی است که در آن تغییر شکل کل هندسه با جابجایی مکان هندسی نقاط وابسته به جسم انجام می‌گیرد. طبق این روش در ابتدا یک حجم کنترل جسم مورد نظر (پره توربین، بال، بدنه ...) را در بر می‌گیرد. سپس مجموعه ای از نقاط برروی سطح این حجم کنترل قرار می‌گیرند که تعداد آنها به درجه انتخاب شده برای چند جمله ای برن - استین وابسته است. حجم کنترل منظور توسط عبارت زیر شبکه بندی می شود:

$$X(u,v,w)=\sum_{i,j=0}^{l,m} P_{i,j,k}B_i^l(u)\,B_j^m(v)B_k^n(w) \qquad (۳۶)$$

که در آن $u,v,w\in[0,1]$ مختصات پارامتری، FFD، l، m و n درجات تابع $P_{i,j,k}$ مختصات نقاط کنترل (i,j,k) و $B_i^l(u)$، $B_j^m(v)$ ، $B_k^n(w)$ چند جمله‌ای های برن استین هستند. بر اساس این روش مختصات دکارتی نقاط روی سطح جسم، به مختصات پارامتری داخل حجم کنترل (جعبه بیزر) تبدیل می‌شوند و سپس نقاط حجم کنترل به عنوان متغیرهای طراحی شناخته می‌شوند که شکل جسم و در نتیجه شبکه اطراف آن را کنترل می‌کنند. نمونه ای از این حجم کنترل که اطراف هندسه ONERA M6 قرار گرفته است، به ازای $u=5\,,v=6,w=2$ در شکل ۱ نشان داده شده است. با ایجاد تغییر در متغیرهای طراحی حجم کنترل اطراف جسم و تمام نقاطی که داخل آن قرار گرفته‌اند تغییر شکل می‌دهند. هنگامی که تغییر شکل انجام شد مختصات دکارتی جدید هندسه به سادگی با ارزیابی نگاشت معادله (۳۶) قابل تولید هستند.



شکل ۱- حجم کنترل قرار گرفته اطراف هندسه ONERA M6 به همراه نقاط کنترل

۷-نتایج

در این قسمت نتایج مربوط به بهینه سازی ایرفویل NACA0012 و بال ONERA M6 همراه با ایجاد محدودیت‌های مختلف در دو جریان غیر لزج و مغشوش به طور کامل مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد.

۷-۱-اعتبار سنجی

با توجه به مطالب ذکر شده در بخش مقدمه، بهینه سازی اجسام آیرودینامیکی به طور کلی شامل دو بخش حل معادلات جریان و سپس محاسبه گرادیان‌ها می‌باشد، که ما در این مقاله از روش الحاقی برای به دست آوردن بردار تغییرات استفاده کردیم. بنابراین جهت ارزیابی میزان دقت نتایج بدست آمده از فرایند بهینه سازی، اعتبارسنجی برای هر دو بخش صورت می‌گیرد. برای قسمت اول نتایج مربوط به حل معادلات جریان مغشوش با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه می‌شوند. همچنین برای اطمینان از صحت نتایج ارائه شده توسط معادلات الحاقی و اعتباربخشی به روش استفاده شده مقایسه‌ای بین گرادیان تابع هدف محاسبه شده از روش الحاقی با روش اختلاف محدود که مقدار دقیق بردار تغییرات را می‌دهد انجام شده است.

جریان مغشوش برروی هندسه ONERA M6 به دلیل شرایط کاری ویژه و عدد رینولدز بالا از پیچیدگی‌های خاصی همچون امواج ضربه‌ای و جدایش جریان برخوردار است، که این امر اعتبار آزمون صحت نتایج را بالاتر می‌برد. برای ارزیابی روش الحاقی نیز از هندسه NACA0012 در جریان غیر لزج استفاده شده است. چرا که در روش اختلاف محدود به ازای هر متغیر طراحی یک بار معادلات جریان حل می‌شوند و عملا نمی-توان از آن برای هندسه های سه بعدی (مخصوصا در جریان مغشوش) که بار محاسباتی سنگینی دارند استفاده کرد. شرایط جریان آزاد برای هر دو هندسه در جدول ۱ آورده شده است:

جدول ۱- شرایط محاسباتی ONERA M6 و NACA0012

مدل	عدد ماخ	عدد رینولدز	زاویه حمله (درجه)
ONERA M6	۰٫۸۳۹۵	$۱۱٫۷\times۱۰^{۶}$	۳٫۰۶
NACA0012	۰٫۸	۲۰×۱۰^{۶}	۱٫۲۵

شبکه غیر منظم (با المانهای ترکیبی) اطراف بال ONERA M6 همراه با هندسه اصلی در شکل ۲ نشان داده شده است. همچنین نتایج مربوط به استقلال از شبکه نیز برای هر دو هندسه به ترتیب در جداول ۲ و ۳ آورده شده اند. لازم به ذکر است که در هر دو حالت از شبکه شماره ۳ برای انجام محاسبات بهره گرفته شده است.. به دلیل وجود گرادیان‌های شدید در نزدیکی سطح بال و حفظ خواص لایه مرزی، فاصله اولین شبکه تا سطح در محدوده $y^+<1$ قرار داده شده است. سطح بال با استفاده از شرط مرزی عدم لغزش از سایر حوزه محاسباتی جدا شده است. از شرط مرزی تقارن نیز در صفحه ریشه بال، به منظور منعکس کردن خواص جریان در صفحه x-z و تولید نتایج بر مبنای یک بال کامل استفاده شده است. همچنین شرط مرزی دور دست برروی سطح کروی (سطح خارجی) اعمال شده است.

در شکل ۳ ضریب فشار برروی سطح بال در سه مقطع مختلف $\frac{y}{b}=0.2, 0.65, 0.85$ (b طول بال) نشان داده شده است. به طور کلی، نتایج محاسبه شده با داده‌های آزمایشگاهی ارائه شده توسط اشمیت و همکاران [۲۴] همخوانی بسیار خوبی دارد. البته تقریبا در هر سه حالت مقداری اختلاف با داده‌های آزمایشگاهی برروی قسمت فوقانی سطح بال مشاهده می‌شود که به دلیل استفاده از شبکه ای سبک (حدود ۶۰۰۰۰۰ المان) جهت پوشش ناحیه محاسباتی است. با این وجود امواج ضربه ای تشکیل شده برروی بال به خوبی در نتایج عددی شبیه سازی شده‌اند (هر چه به سمت انتهایی بال حرکت کنیم از شدت این امواج کاسته می‌شود).

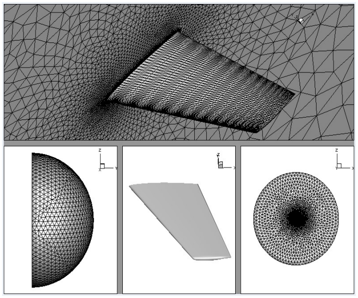
جدول ۲ نتایج استقلال از شبکه برای هندسه NACa0012

شماره شبکه	تعداد گره ها روی ایرفویل	تعداد گره ها بر روی ناحیه خارجی	تعداد المان های حوزه محاسبتی	ضریب لیفت
شبکه ۱	۱۰۰	۳۰	۴۳۲۰	۰/۲۱
شبکه ۲	۱۵۰	۴۰	۷۶۵۲	۰/۳۰
شبکه ۳	۲۰۰	۵۰	۱۰۲۱۶	۰/۳۳
شبکه ۴	۲۵۰	۶۰	۱۳۵۲۰	۰/۳۳

جدول ۳ نتایج استقلال از شبکه براس هندسه ONERA M6

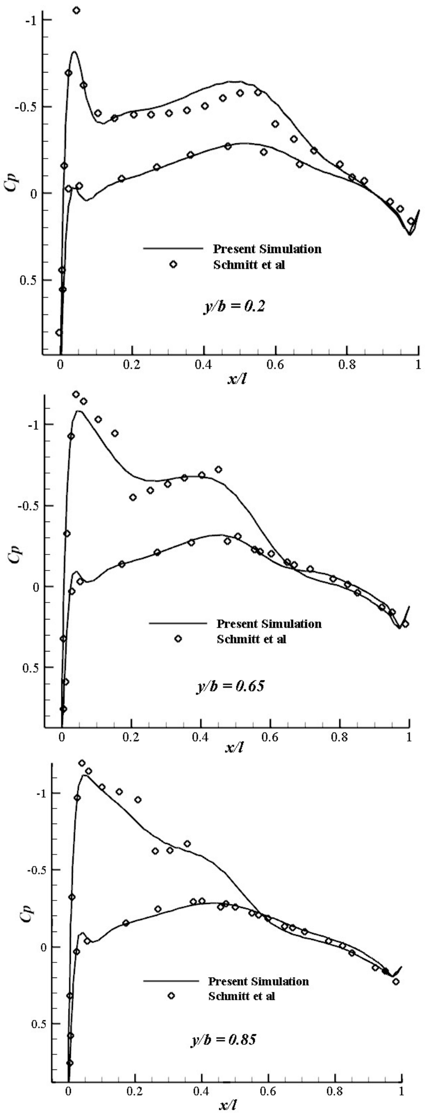
شماره شبکه	تعداد گره ها روی بال	تعداد گره ها بر روی ناحیه خارجی	تعداد المان های حوزه محاسبتی	ضریب لیفت
شبکه ۱	۱۷۵۲	۱۰۲۸۱	۳۹۸۰۲۳	۰/۱۹
شبکه ۲	۲۲۱۵	۱۴۵۸۲	۴۵۲۹۸۶	۰/۲۴۰
شبکه ۳	۲۸۱۶	۱۸۸۵۴	۵۸۶۹۷۶	۰/۲۶۸
شبکه ۴	۳۳۵۶	۲۳۹۸۷	۷۶۲۶۰۰	۰/۲۷۲

همانطور که بیان شد روش اختلاف محدود مقدار دقیق گرادیان تابع هدف را نسبت به متغیرهای طراحی در اختیار می‌گذارد، به همین دلیل همواره از این رویکرد جهت اعتبار بخشی به روش های دیگر که بر مبنای بردار تغییرات کار می‌کنند، مانند روش الحاقی، استفاده می‌شود. شبکه محاسباتی اطراف دماغه ایرفویل NACA0012 در شکل ۴ نشان داده شده است. در این حالت ۱۰۲۱۶ المان چهارضلعی حوزه محاسباتی را تشکیل می‌دهند. مرزهای محاسباتی در حدود ۵۰۰ برابر طول وتر دورتر از سطح ایرفویل قرار داده شده‌اند به گونه ای که تمام جزئیات جریان به طور کامل در نظر گرفته شوند.

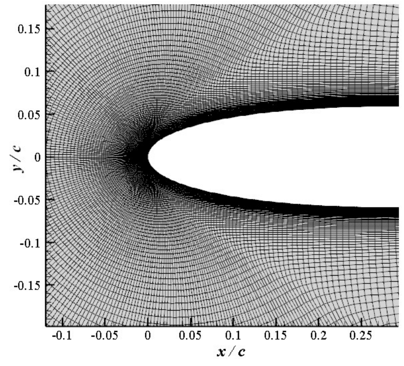


شکل ۲- سه نما از شبکه استفاده شده برای هندسه ONERA M6 به همراه هندسه اصلی بال

شکل ۵ گرادیان تابع هدف را که به وسیله دو روش اختلاف محدود و الحاقی برروی سطح ایرفویل NACA0012 محاسبه شده است با یکدیگر مقایسه می‌کند. در این حالت از ۳۸ متغیر تابع هیک- هن (۱۹ عدد برروی سطح بالایی و ۱۹ عدد برروی سطح پایین) جهت گسسته سازی هندسه استفاده شده است، بنابراین در این شکل گرادیان مربوط به ۳۸ نقطه مشاهده می‌شود. با توجه به این نمودار دریافت می‌شود که روش الحاقی قابلیت بالایی در تعیین گرادیان تابع هدف دارد.



شکل ۳- ضریب فشار برروی سطح ONERA M6 در سه مقطع مختلف در طول بال، مقایسه نتایج حاضر با داده های تجربی



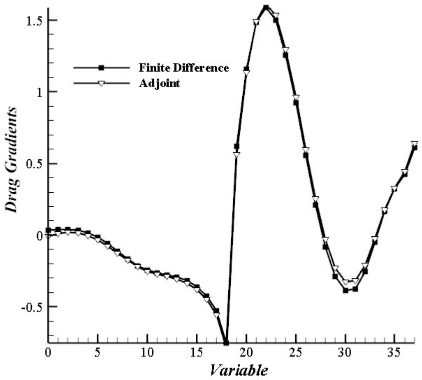
شکل ۴- شبکه محاسباتی اطراف دماغه ایرفویل NACA0012

۷-۲-بهینه سازی سطوح آیرودینامیکی

۷-۲-۱- جریان غیر لزج

در این بخش نتایج مربوط به بهینه سازی ایرفویل NACA0012 در جریان غیر لزج ارائه می‌گردد. شرایط جریان آزاد و شبکه استفاده شده اطراف هندسه، مطابق بخش اعتبارسنجی انتخاب شده‌اند.

در این بهینه سازی ضریب پسا به عنوان تابع هزینه انتخاب گردیده و از ۳۸ متغیر تابع هیک - هن نیز به منظور ایجاد تغییر در سطح ایرفویل استفاده شده است. نتایج مربوط به حل معادلات جریان برروی هندسه پایه به همراه خصوصیات هندسی آن که به عنوان حالت مرجع شناخته می‌شوند در جدول ۴ آورده شده‌اند.



شکل ۵- گرادیان نیروی پسای حاصل از روش الحاقی و اختلاف محدود نسبت به ۳۸ متغیر تابع هیک – هن

جدول ۴- ضرائب آیرودینامیکی و مشخصات هندسی NACA0012

نمونه	C_l	C_d	C_l/C_d	C_m	حداکثر ضخامت	مساحت (m^2)
هندسه پایه	۰٫۳۳	۰٫۰۲۲	۱۵	۰٫۰۳۴	۰٫۱۲	۰٫۰۸۲

به منظور بررسی اثر اعمال محدودیت‌های مختلف در فرایند بهینه سازی سه طرح متفاوت مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرند. جزیات مربوط به هر طرح به همراه انواع محدودیت‌های انتخاب شده در جدول ۵ آورده شده است.

جدول ۵- محدودیت های اعمال شده در طرح های مختلف

محدودیت	طرح A	طرح B	طرح C
ضریب برا	اعمال نشده	> ۰٫۳۳	> ۰٫۳۳
ضریب گشتاور	اعمال نشده	۰٫۰۱۷	۰٫۰۱۷
مساحت (m^2)	اعمال نشده	اعمال نشده	> ۰٫۰۸۲
حداکثر ضخامت*	اعمال نشده	اعمال نشده	> ۰٫۱۲

* بی بعد شده بر اساس طول وتر

با توجه به جدول ۵ مشاهده می شود که از چهار گونه محدودیت مختلف برای هدایت روند باز طراحی به سمت یک طرح بهینه استفاده شده است. طرح A مربوط به بهینه سازی بدون اعمال محدودیت می باشد که به منظور مقایسه با نمونه‌های دیگر آورده شده است. در طرح B دو محدودیت آیرودینامیکی، ضریب برا و گشتاور پیچشی، اعمال می شوند که به نحوی تضمین کننده کارایی هندسه اولیه در حین فرایند بهینه سازی می‌باشند، سپس در طرح C علاوه بر محدودیت‌های قبلی قیدهای هندسی نیز بر روی ایرفویل قرار داده می‌شود، این امر علاوه بر اینکه از تولید شکل‌های غیر واقعی جلوگیری می‌کند، فضای داخلی بال را نیز که طراح بر اساس شکل اولیه تنظیم کرده است، حفظ می‌کند.

لازم به ذکر است که مقادیر عددی ارائه شده در جدول ۵، به جز ضریب گشتاور پیچشی، بر اساس نتایج حل جریان برروی هندسه پایه انتخاب شده‌اند، به عنوان مثال مقدار ضریب برا، برای ایرفویل NACA0102 در شرایط جریان آزاد داده شده برابر با ۰٫۳۳ بدست می آید. همچنین با توجه به تمایل ما در جهت کاهش ضریب گشتاور، محدودیت مربوط به این مقدار نصف حالت پایه در نظر گرفته شده است. در ادامه نتایج این قسمت در سه بخش به طور پیوسته ارائه می‌گردند.

بخش اول : بهینه سازی بدون اعمال محدودیت

در جدول ۶ ضرائب آیرودینامیکی و جزئیات هندسی طرح بهینه شده A نشان داده شده‌اند.

جدول ۶- ضرائب آیرودینامیکی و مشخصات هندسی نمونه بهینه شده A

نمونه	C_l	C_d	C_l/C_d	C_m	حداکثر ضخامت	مساحت (m^2)
طرح A	۰٫۰۶۶	۰٫۰۰۰۴۵	۱۴۷	-۰٫۰۳۷	۰٫۱	۰٫۰۷۷

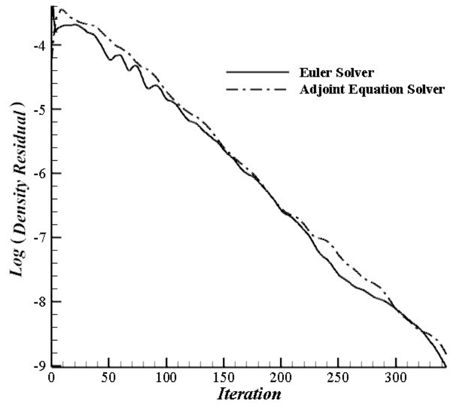
با توجه به جدول ۶ مشاهده می شود که مقدار ضریب پسا حدود ۹۸٪ کاهش پیدا کرده است که عدد قابل توجهی می‌باشد، اما در کنار کاهش نیروی پسا ضریب برا نیز کاهش بسیار زیادی (در حدود ۸۰٪) داشته است که نشان دهنده عدم کارایی شکل باز طراحی شده می‌باشد. همچنین مشاهده می‌شود که گشتاور پیچشی به طور کلی تغییر جهت داده است. در نهایت با توجه به دو ستون آخر جدول دریافت می‌شود که ابعاد جسم تقلیل پیدا کرده و سطح ایرفویل کوچکتر شده است که در این صورت با گسترش ایرفویل در حالت سه بعدی فضای داخلی بال کمتر از گذشته خواهد بود. شکل ۶ روند همگرایی معادله اویلر و الحاقی را برای طرح اولیه نمونه A نشان می‌دهد. در هر دو حالت معیار همگرایی 10^{-9} قرار داده شده است. الگوی همگرایی برای طرح‌های بعد نیز بر همین اساس می‌باشند.

شکل ۷ توزیع عدد ماخ اطراف هندسه پایه و طرح بهینه شده A را نشان می‌دهد. در قسمت الف با توجه به شرایط جریان آزاد یک موج ضربه ای قوی بر روی سطح بالایی ایرفویل تشکیل شده و پس از آن ضخامت لایه مرزی افزایش پیدا کرده است. این عامل باعث به وجود آمدن ضریب پسای نسبتا بالای ۰/۰۲۲ شده است. با توجه به اینکه بخش عمده ای از نیروی پسای وارد بر ایرفویل ناشی از همین موج ضربه ای است، انتظار می رود شکل بهینه شده به گونه ای باشد که قدرت این موج و در نتیجه نیروی پسا را تا حد امکان کاهش دهد. چرا که در جریان‌هایی با امواج ضربه ای میزان موفقیت روش بهینه سازی توسط میزان تعدیل این امواج که بیشترین نقش را در نیروی وارد بر پرتابه دارند

سنجیده می شود. بنابراین همانطور که طبق کانتور عدد ماخ نشان داده شده در شکل ۷ مشاهده می شود تمرکز موج ضربه ای در قسمت ب (نمونه A) از بین رفته است که این امر دلیل اصلی کاهش ۹۸٪ ضریب پسا می‌باشد.

بخش دوم : اعمال محدودیت های آیرودینامیکی

در این قسمت اثر اعمال محدودیت های آیرودینامیکی را بر نتایج بهینه سازی بررسی می‌کنیم. بدین منظور نتایج مربوط به نمونه B در جدول ۷ آورده شده است.



شکل ۶- روند همگرایی معادله اویلر و معادله الحاقی برای طرح اولیه نمونه A

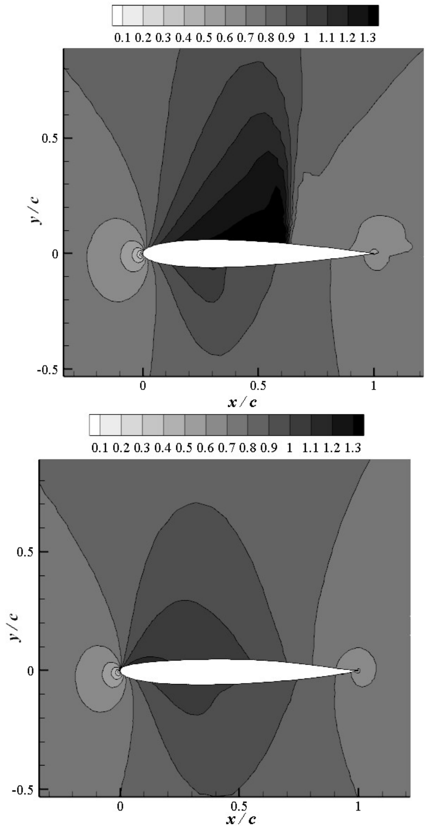
با توجه به نمودار تغییرات ضریب برا و پسای نشان داده شده در شکل ۸ مشاهده می‌شود که ضریب برا در ابتدا کاهش پیدا کرده اما پس از آن در ادامه روند بهینه سازی به‌دلیل اعمال قید برروی این ضریب آیرودینامیکی دوباره افزایش پیدا کرده است تا محدودیت مورد نظر را ارضاء کند. نکته قابل توجه در این بخش مقدار نسبت ضرائب برا بر پسا در دو نمونه A و B می‌باشد، که به ترتیب دو مقدار ۱۴۷ و ۲۶۷ می‌باشند. یعنی در نمونه B با وجود اینکه ضریب پسا نسبت به نمونه A رشد ۲/۵ برابری داشته است اما میزان رشد ضریب برا بیشتر بوده و در نتیجه نسبت برا بر پسای بیشتری را در این حالت شاهد هستیم. همچنین مشاهده می‌شود که ضریب گشتاور پیچشی مطابق محدودیت اعمال شده دقیقا نصف حالت اولیه بدست آمده است. در ادامه با توجه به دو ستون آخر جدول شاهد کاهش ابعاد ایرفویل هستیم که در بخش بعد با اعمال محدودیت های هندسی از این امر جلوگیری به عمل می‌آید.

بخش سوم : اعمال محدودیت های آیرودینامیکی و هندسی

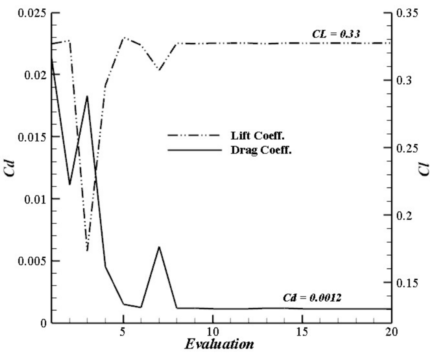
در این قسمت نتایج مربوط به اعمال هر چهار محدودیت در روند بهینه سازی را با نتایج هندسه پایه مقایسه می‌کنیم. همانطور که از جدول ۸ مشاهده می‌شود هیچ کدام از ضرائب آیرودینامیکی و مشخصه های هندسی از مقادیر هندسه پایه کمتر نشده‌اند، بنابراین نمونه C به خوبی توانسته است همراه با کاهش ۸۸٪ نیروی پسا خواص شکل اصلی را نیز حفظ کند. توزیع ضریب فشار برروی سطوح بالایی و پایین ایرفویل برای سه حالت مختلف هندسه پایه و نمونه های A و C در شکل ۹ قسمت الف نشان داده شده‌اند. مشاهده می شود در نمونه A که با ۹۸٪ کاهش ضریب پسا مواجه بودیم هیچ اثری از موج ضربه ای دیده نمی-شود، دلیل اصلی این امر پهن‌تر شدن سطح ایرفویل و کمتر شدن برآمدگی آن می‌باشد، اما در نمونه C که ضریب پسا را ۱۰٪ کمتر از حالت بدون محدودیت کاهش می‌دهد همچنان مقداری از تمرکز موج ضربه ای باقی مانده است.

جدول ۷- ضرائب آیرودینامیکی و مشخصات هندسی نمونه بهینه شده B

نمونه	C_l	C_d	C_l/C_d	C_m	حداکثر ضخامت	مساحت (m^2)
طرح B	۰/۳۲۸	۰/۰۰۱۲	۲۶۷	۰/۰۱۷	۰/۱	۰/۰۷۴



شکل ۷- کانتور عدد ماخ الف) هندسه پایه ب) نمونه A



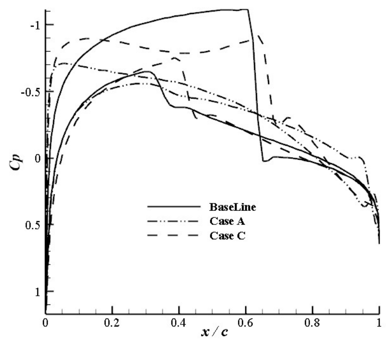
شکل ۸- روند همگرایی ضریب برا و پسا در ۲۰ طرح مختلف برای نمونه B

جدول ۸- ضرائب آیرودینامیکی و مشخصات هندسی نمونه بهینه شده C

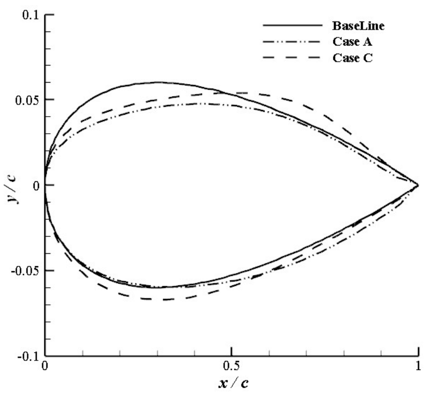
نمونه	C_l	C_d	C_l/C_d	C_m	Max Thick.	Area (m^2)
نمونه C	۰٫۳۳	۰٫۰۰۲۶	۱۲۷	۰٫۰۳۵	۰٫۱۲	۰٫۸۵

مهمترین پارامتر حین مقایسه ایرفویل‌های مختلف با یکدیگر نسبت نیروی برا بر پسا می‌باشد که برای سه حالت هندسه پایه، نمونه A و C به ترتیب ۱۵ ، ۱۴۷ و ۱۲۷ گزارش شده است.

(الف)



(ب)



شکل ۹- الف) توزیع ضریب فشار برروی سطح هندسه پایه و نمونه های بهینه شده A و C ب) مقایسه شکل های مربوطه

با توجه به دو نسبت آخری دریافت می‌شود که برای حفظ خواص ایرفویل اولیه هزینه بالایی پرداخت نشده است بنابراین نمونه C را می‌توان کامل ترین نوع بهینه سازی یک ایرفویل دانست. هندسه نهایی هر سه ایرفویل نیز در شکل ۹ قسمت ب نشان داده شده‌اند.

۷-۲-۲- جریان مغشوش

بهینه سازی اجسام سه بعدی مخصوصا در شرایط جریان مغشوش همواره به عنوان یکی از مسائل دشوار در بین مباحث آیرودینامیک شناخته می‌شود. این دشواری زمانی که فرایند بهینه سازی، با حفظ محدودیت‌های آیرودینامیکی مد نظر باشد دوچندان می‌گردد. در این قسمت نتایج مربوط به بهینه سازی هندسه ONERA M6 با حفظ نیروی برای اولیه ارائه می‌گردد. شرایط جریان آزاد و شبکه اطراف جسم مطابق بخش اعتبارسنجی انتخاب شده‌اند. با توجه به اینکه در بهینه سازی بر اساس این روش به ازای هر محدودیتی که بر جریان و یا هندسه اعمال می‌شود یک معادله الحاقی جدید به طور کامل حل می‌گردد، در این قسمت فقط دو طرح A و B در نظر گرفته شده‌اند که به ترتیب مربوط به بهینه سازی بدون هیچگونه محدودیت و بهینه سازی همراه با محدودیت آیرودینامیکی با شرط $C_l > 0.268$ می‌باشند.

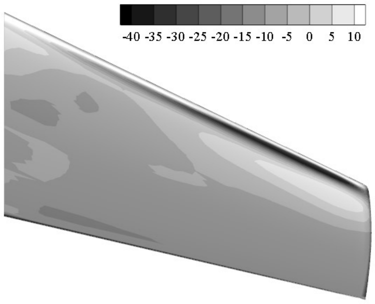
نتایج مربوط به دو طرح بهینه شده A و B به همراه هندسه پایه در جدول ۹ آورده شده‌اند. در این قسمت برای محاسبه گرادیان تابع هدف از ۵۰ نقطه کنترلی استفاده شده که برروی حجم کنترل اطراف جسم (مطابق شکل ۳) توزیع می‌گردند. حساسیت سطح بال ONERA M6 نسبت به نیروی پسا به صورت کانتور در شکل ۱۰ نشان داده شده است. علامت منفی به معنی کاهش ضریب پسا در صورت جابجایی بسیار کوچک هندسه بال در جهت عمود بر سطح و علامت مثبت به معنی افزایش این ضریب می‌باشد. اعداد هم در این کانتور شدت این تغییرات را در نواحی مختلف سطح نشان می دهند.

همانطور که مشاهده می شود، در طرح A با وجود کاهش ۸/۱ ٪ ضریب پسا، تغییری در نسبت ضریب برا بر پسا رخ نداده است، چرا که در این حالت هندسه به گونه ای تغییر شکل داده که ضریب برا هم کاهش پیدا کرده است، بنابراین کاهش نیروی پسا وارد بر بال که در مخرج این نسبت قرار می گیرد را خنثی می کند. اما پس از اعمال محدودیت در مقدار نیروی برا در طرح B افزایش ۱۰٪ نسبت ضریب برا بر پسا را شاهد هستیم.

جدول ۹- ضرائب آیرودینامیکی و مشخصات هندسی شکل پایه و نمونه های بهینه شده A و B

نمونه	C_l	C_d	C_l/C_d
هندسه پایه	۰٫۲۶۸	۰٫۰۱۹۶	۱۳٫۷
طرح A	۰٫۲۴۶	۰٫۰۱۸	۱۳٫۷
طرح B	۰٫۲۷۳	۰٫۰۱۸	۱۵٫۲

تغییرات هندسه بال ONERA M6 در سه مقطع با فواصل برابر در شکل ۱۱ نشان داده شده است. قسمت الف نشان دهنده موقعیت هندسی این سه مقطع در راستای بال و قسمت ب هندسه تغییر یافته در طرح بهینه شده B را نسبت به حالت پایه نمایش می‌دهد. ملاحظه می‌شود در مناطق انتهایی بال میزان تغییرات بیشتر از قسمت‌های ابتدایی است.

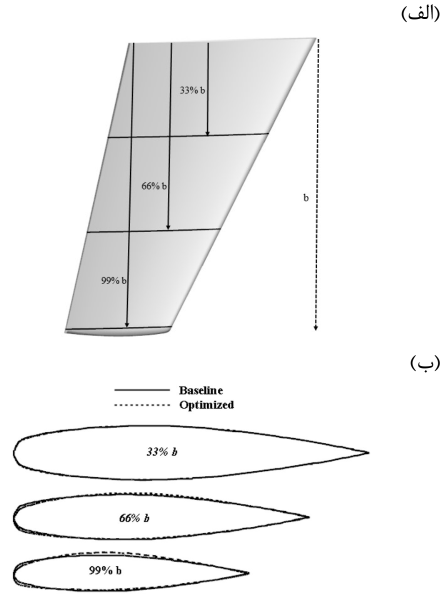


شکل ۱۰- کانتور حساسیت سطح نسبت به نیروی پسا

۸-جمع بندی و نتیجه گیری

در این تحقیق، اثر ایجاد محدودیت های مختلف در بهینه سازی

سطوح آیرودینامیکی به روش الحاقی مورد تحلیل و ارزیابی قرار گرفت. در ابتدا بهینه سازی یک ایرفویل بدون اعمال هیچگونه قید محدود کننده ای ارائه گردید و مشاهده شد که علاوه بر کاهش چشمگیر ضریب پسا (۹۸٪) ضریب برا نیز دچار افت شدید ۸۰٪ شد. سپس محدودیت‌های آیرودینامیکی و هندسی اعمال شدند و بهینه سازی شکل مورد نظر با حفظ تمام خواص آیرودینامیکی و هندسی آن انجام پذیرفت. در نهایت فرایند بهینه سازی همراه با محدودیت برروی یک هندسه سه بعدی در جریان مغشوش پیاده سازی شد و نتایج آن ارائه گردید. نتایج حاکی از همگرایی بسیار خوب معادلات الحاقی و کارایی بالای این روش در بهینه سازی سطوح آیرودینامیکی است. همچنین با ایجاد محدودیت های مناسب در فرایند بهینه سازی شکل باز طراحی شده دارای بیشترین بازده بوده بدون اینکه قابلیت های اولیه آن نظیر مقدار نیروی برا دچار تغییر و دگرگونی شوند.



شکل ۱۱- تغییر شکل هندسه ONERA M6 در سه مقطع مختلف الف)موقعیت هندسی سه مقطع برروی بال ب)مقایسه هندسه بهینه طرح B با هندسه پایه

۹-مراجع

[1] Eyi S., Lee K., Effects of sensitivity calculation on Navier-Stokes design optimization, *in Proceeding of 32nd Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, pp. 60-66, 1994.

[2] Pironneau O., *Optimal shape design for elliptic systems*, pp. 42-66, Springer, 1982.

[3] Jameson A., Aerodynamic design via control theory, *Journal of scientific computing*, Vol. 3, No. 3, pp. 233-260, 1988.

[4] Jameson A., Re-engineering the design process through computation, *Journal of Aircraft*, Vol. 36, No. 1, pp. 36-50, 1999.

[5] Jameson A., Optimum aerodynamic design using CFD and control theory, *AIAA paper*, Vol. 1729, No. 1, pp. 124-131, 1995.

[6] Jameson A., L. Martinelli, N. Pierce, Optimum aerodynamic design using the Navier–Stokes equations, *Theoretical and computational fluid dynamics*, Vol. 10, No. 4, pp. 213-237, 1998.

[7] Bueno-Orovio A., Castro C., Palacios F., Zuazua E., Continuous adjoint approach for the Spalart-Allmaras model in aerodynamic optimization, *AIAA journal,* Vol. 50, No. 3, pp. 631-646, 2012.

[8] Luo J., Xiong J., Liu F., Aerodynamic design optimization by using a continuous adjoint method, *SCIENCE CHINA Physics, Mechanics & Astronomy,* Vol. 57, No. 7, pp. 1363-1375, 2014.

[9] J. Lei, J. He, Adjoint-Based Aerodynamic Shape Optimization for Low Reynolds Number Airfoils, *Journal of Fluids Engineering,* Vol. 138, No. 2, pp. 210-221, 2016.

[10] Anderson W. K., Venkatakrishnan V., Aerodynamic design optimization on unstructured grids with a continuous adjoint formulation, *Computers & Fluids*, Vol. 28, No. 4, pp. 443-480, 1999.

[11] Jameson A., Kim S., Reduction of the adjoint gradient formula for aerodynamic shape optimization problems, *AIAA journal*, Vol. 41, No. 11, pp. 2114-2129, 2003.

[12] Castro C., Lozano C., Palacios F., Zuazua E., Systematic continuous adjoint approach to viscous aerodynamic design on unstructured grids, *AIAA journal*, Vol. 45, No. 9, pp. 2125-2139, 2007.

[13] Pearcey H., The aerodynamic design of section shapes for swept wings, *Advances in Aeronautical Sciences,* Vol. 3, No. 1, pp. 277-322, 1962.

[14] White F. M., Corfield I., *Viscous fluid flow*, pp. 110-112, McGraw-Hill New York, 2006.

[15] Spalart P. R., Allmaras S. R., A one equation turbulence model for aerodinamic flows, *AIAA journal*, Vol. 94, No. 3, pp.900-925. 1992.

[16] Quarteroni A., Valli A., *Numerical approximation of partial differential equations*, pp. 80-85, Springer Science & Business Media, 2008.

[17] Jameson A., Analysis and design of numerical schemes for gas dynamics artificial diffusion upwind biasing limiters and their effect on accuracy and multigrid convergence, *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, Vol. 4, No. 3-4, pp. 171-218, 1995.

[18] Blazek J., *Computational fluid dynamics: principles and applications*, pp. 90-93, Butterworth-Heinemann, 2015.

[19] Jameson A., Schmidt W., Turkel E., Numerical solutions of the Euler equations by finite volume methods using Runge-Kutta time-stepping schemes, *AIAA paper*, Vol. 1259, pp. 1981, 1981.

[20] Venkatakrishnan V., On the Accuracy of Limiters and Convergence to Steady State Solutions, *AIAA Paper, No. 0880*, Jan. 1993.

[21] Samareh J. A, Survey of shape parameterization techniques for high-fidelity multidisciplinary shape optimization. *AIAA Journal*, Vol 39, No. 5, pp. 877–884, 2001.

[22] Hicks R. M., Henne P. A., Wing design by numerical optimization, *Journal of Aircraft*, Vol. 15, No. 7, pp. 407-412, 1978.

[23] Sederberg T. W., Parry S. R., Free-form deformation of solid geometric models. *ACM SIGGRAPH computer graphics*, Vol. 20, No. 4, pp. 151–159, 1986.

[24] Schmitt V., Charpin F., Pressure distributions on the ONERA-M6 wing at transonic Mach numbers, *Experimental data base for computer program assessment*, Vol. 4, No.1, pp. 23-32, 1979.