

مقایسه عملکرد دو طرح بالا دست AUSM+UP و SLAU در جریان دو بعدی غیرلزج بین پره‌های ثابت توربین بخار

فهیمة ابراهیم زاده^۱، محمود پسندیده فرد^۲، محمد رضا مه پیکر^۲

دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

چکیده

با توجه به توسعه روزافزون روش‌های مدل‌سازی عددی، به دست آوردن یک روش عددی دقیق برای نشان دادن ناپیوستگی‌های موجود در طیف وسیعی از رژیم‌های جریان، به گونه‌ای که دارای محاسبات ساده‌تر و خطاهای عددی کمتری باشد، همواره مورد توجه محققین می‌باشد. با توجه به اهمیت نقش توربین‌ها در صنایع مختلف از جمله نیروگاه‌های بخاری، افزایش راندمان آن‌ها نیازمند مدل‌سازی دقیقی از جریان داخل پره‌های توربین می‌باشد. در این تحقیق، به مقایسه عملکرد دو طرح بالادست SLAU و AUSM+UP برای حل معادلات اولر حاکم بر جریان دوبعدی غیرلزج بین پره‌های ثابت توربین در دو حالت با خروجی مافوق صوت و خروجی مادون صوت پرداخته می‌شود. از مقایسه نتایج حاصل با نتایج تجربی مشاهده می‌شود، طرح بالادست SLAU در تمام طول پره دارای جواب‌های منطبق بر نتایج آزمایشگاهی می‌باشد. ویژگی برتر طرح SLAU، به عبارت دیگر نکته متمایز کننده این دو طرح، عدم وجود پارامترهای متغیر و وابسته به نوع جریان، نظیر آنچه که در طرح AUSM+UP موجود است، می‌باشد. همچنین طرح SLAU دارای خطای کمتر در پیش‌بینی کاهش افت فشار سکون ناشی از امواج ضربه‌ای می‌باشد و به طور کلی میزان بهبود در پیش‌بینی کاهش افت فشار سکون توسط این طرح نسبت به طرح AUSM+UP در حدود ۵۰ درصد می‌باشد.

واژه‌های کلیدی: طرح بالادست - پره توربین - SLAU - AUSM+UP

۱- مقدمه

جهت طراحی و مدل‌سازی دقیق‌تر پره‌های توربین، نیاز به درک صحیحی از ویژگی‌های جریان داخل پره‌های توربین می‌باشد. در سال‌های اخیر محققین علم دینامیک سیالات محاسباتی (CFD) جهت دستیابی به یک روش دقیق عددی برای شبیه‌سازی جریان در رژیم‌های جریانی مختلف که دارای کمترین محاسبات و خطاهای عددی باشد، تلاش‌های زیادی کرده‌اند.

در روش‌های حل عددی پس از بدست آوردن معادلات دیفرانسیل حاکم بر مسئله، ابتدا با استفاده از روش‌های مختلف معادلات گسسته‌سازی می‌شوند. به طور کلی، روش‌های عددی بر مبنای گسسته‌سازی به دو گروه

طرح‌های تفاضل مرکزی (Central Scheme) یا طرح اتلاف مصنوعی (Artificial Dissipation Scheme) و طرح‌های بالادست (Upwind Scheme) تقسیم‌بندی نمود [۱]. روش‌های بالادست از سال ۱۹۸۰ و دهه بعد از آن، ارائه شده‌اند و امروزه بدون شک اصلی‌ترین روش گسسته‌سازی مکانی در اکثر کدهای برنامه نویسی می‌باشند. نحوه محاسبه شار روی سطح سلول در طرح‌های تفاضل مرکزی به گونه‌ای است که سهم دو سلول مجاور یکسان می‌باشد و جهتی که اطلاعات از آن جهت به سلول می‌رسد در نظر گرفته نمی‌شود، اما تعیین شار در طرح‌های بالادست بر پایه انتشار اطلاعات جریان در امتداد جهات مشخصه در دامنه فیزیکی می‌باشد، از این رو تطابق خوبی با فیزیک جریان در سراسر میدان دارند.

طرح‌های مبتنی بر استفاده از تقریب بالادست جریان دارای دو گروه روش‌های تجزیه بردار شار (Flux Vector Splitting) و تجزیه اختلاف شار (Flux Difference Splitting) می‌باشند. امروزه تلاش در توسعه الگوریتم‌های بالادست مبتنی بر استفاده از تجزیه شارها می‌باشد که هدف ترکیب دقت الگوریتم‌های بالادست از نوع اختلاف شار و تولنایی الگوریتم‌های بالادست از نوع تجزیه بردار شار در گرفتن ناپیوستگی‌های قوی میدان جریان مانند امواج ضربه‌ای به شکل مطلوب می‌باشد. روش‌های خانواده AUSM (Advection Upstream Splitting Method) با توجه به این ایده در سال ۱۹۹۱ توسط لیو (Liou) ارائه و توسعه یافته‌اند [۲]. پایه اصلی روش‌های این خانواده، بر تقسیم شار به دو قسمت جابه‌جایی و فشاری می‌باشد. این روش روابطی ساده همانند روش تجزیه بردار شار دارد و به علت قابلیت تبادل اطلاعات خواص جریان از طرفین وجه روش دقیقی می‌باشد.

پس از ارائه طرح AUSM جهت بهبود بخشیدن به کارایی طرح و حذف کمبودهای آن، طرح AUSM+ با ایجاد تغییراتی در الگوریتم پایه طرح AUSM و با تعریف سرعت صوت در وجه سلول معرفی گردید [۳]. لیو در سال ۲۰۰۶، طرح AUSM+up را معرفی کرد که ویژگی اصلی آن افزایش کارایی در اعداد ماخ پایین و حل مشکل ضریب متغیر β (پارامتر ثابت موجود در معادله شار فشار) که خود سبب متغیر شدن جواب‌ها می‌گردد، بود [۴]. علی‌رغم کارایی و دقت بالای طرح‌های ارائه شده از خانواده AUSM، شیمامورا و کیتامورا (Shima and Kitamura) در سال ۲۰۰۹ [۵] طرح جدیدی از طرح‌های خانواده AUSM به نام SLAU (Simple Low-Dissipation Scheme of AUSM-Family) را معرفی کرد که در تمام رژیم‌های جریانی با اعداد ماخ مختلف جواب قابل قبولی ارائه می‌دهد و علاوه بر این در آن هیچ متغیر وابسته‌ای، نظیر آنچه در طرح AUSM+up موجود است، وجود ندارد.

۱- دانشجوی دکتری

۲- استاد، ۰۵۱۳۸۷۶۳۳۰۴ . fard_m@um.ac.ir

۳- استاد

۳- طرح AUSM+UP

همان گونه که بیان شد پایه اصلی روش های خانواده AUSM بر تقسیم شار به دو قسمت جابه جایی و فشاری می باشد. در واقع ایده مجزا کردن شار جابه جایی به آن دلیل بوده که گسسته سازی برای هر موقعیت چپ و راست، رفتاری کاملاً بر اساس طرح بالادست داشته باشد. بردار شار غیرلزج بر روی وجه سلول به صورت زیر خواهد بود [۷]:

$$F_K = M_K \begin{bmatrix} \rho a \\ \rho a u \\ \rho a v \\ \rho a H \end{bmatrix}_{L/R} + \begin{bmatrix} 0 \\ P n_x \\ P n_y \\ 0 \end{bmatrix}_K \quad (1)$$

زیر نویس L و R به ترتیب مربوط به سلول چپ و راست وجه مورد نظر می باشد که با توجه به مقادیر عدد ماخ بر روی وجه سلول (M_K)، در روابط بالا اندیس ها به صورت زیر معرفی می شوند:

$$(\cdot)_{L/R} = \begin{cases} (\cdot)_L & \text{if } M_K \geq 0 \\ (\cdot)_R & \end{cases} \quad (2)$$

بنابراین نحوه گسسته سازی شار کلی (F_K) در وجه سلول در حالت دو بعدی، مطابق معادله (۳) می باشد:

$$F_K = \begin{cases} \rho_L \xi_s \bar{a} M_K \Phi_L + g P_K & \text{if } M_K \geq 0 \\ \rho_R \xi_s \bar{a} M_K \Phi_R + g P_K & \text{else} \end{cases} \quad (3)$$

$$g = [0, n_x, n_y, 0]^T, \quad \xi_s = \sqrt{n_x^2 + n_y^2} \quad (4)$$

$$\Phi = \frac{m}{\rho} = [1, u, v, H]^T \quad (5)$$

در روابط فوق n_x و n_y مولفه های بردار نرمال بر سطح سلول می باشند و ξ_s معکوس بردار قائم بر سطح سلول می باشد. \bar{a} نیز مقدار عددی سرعت صوت را نشان می دهد که در اعداد ماخ پایین جایگزین سرعت صوت متوسط می شود [۴]. مقدار عددی سرعت صوت به صورت زیر تعریف می شود:

$$\bar{a} = f(\bar{M}, M) \bar{a} \quad (6)$$

$$f(\bar{M}, M_*) = \frac{\sqrt{(1-M_*^2)^2 \bar{M}^2 + 4M_*^2}}{(1+M_*^2)} \quad (7)$$

عدد ماخ مرجع و متوسط نیز به ترتیب توسط روابط زیر محاسبه می شوند:

$$M_*^2 = \min(1, \max(\bar{M}^2, M_{CO}^2)) \quad (8)$$

$$\bar{M} = \frac{\bar{M}_L + \bar{M}_R}{2} \quad (9)$$

مقدار M_{CO}^2 را لیبو 10^{-4} پیشنهاد کرده است، که جهت جلوگیری از ایجاد شرایط تکین در نقطه سکون می باشد [۴]. این طرح با به کارگیری توابع چند جمله ای جهت مشخص کردن سرعت جابه جایی و فشار بر روی وجه سلول عمل می کند. همچنین جهت جریان با استفاده از علامت عدد ماخ و با توجه به مقادیر ماخ در طرفین هر وجه تعیین می شود.

اضافه شدن پسوند up در این روش این گونه توجیه می شود که u بیان گر وجود ترم پخشی سرعت و p بیان گر وجود ترم پخشی فشار در روابطی که بیان کننده فشار و ماخ منتقل کننده اطلاعات هستند می باشد. ماخ انتقال دهنده اطلاعات در وجه سلول به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$M_K = M_L^+ + M_R^- - \frac{K_p}{f_a} \max(1 - \sigma \bar{M}^2, 0) \frac{P_R - P_L}{\rho_K a_K} \quad (10)$$

$$0 \leq K_p \leq 1 \quad \sigma \leq 1$$

برای محاسبه ترم فشاری روی وجه سلول نیز خواهیم داشت:

$$P_K = P_{(5)P}^+ \rho_L + P_{(5)P}^- \rho_R - K_u P_{(5)P}^+ P_{(5)P}^- (\rho_L + \rho_R) (f_a \bar{a}) (u_R - u_L) \quad (11)$$

$$0 \leq K_u \leq 1$$

در تحقیق حاضر ابتدا پس از معرفی دو طرح SLAU و AUSM+UP، به منظور مقایسه عملکرد آن دو به بررسی نتایج حاصل از آن ها در حل معادلات جریان دو بعدی غیرلزج آدیاباتیک بین پره های ثابت توربین بخار در دو حالت با خروجی مادون صوت و خروجی مافوق صوت و استفاده از شبکه بندی شبه متعام پرداخته می شود.

۲- مشخصات هندسی حجم کنترل

شکل ۱ هندسه پره مورد نظر، که مربوط به مقطع میانی پره ی ثابت توربین بخار می باشد و شبکه شبه متعام مورد استفاده را نشان می دهد. خواص سیال از جمله ثابت گاز، گرمای مخصوص و گاما بر اساس خواص بخار آب استفاده شده است. به علت انبساطی بودن جریان در توربین ها لایه مرزی بسیار نازک و با تقریب قابل قبول جریان می تواند غیر لزج فرض شود [۶]. شرط های مرزی برای جریان پایدار دو بعدی با زاویه ورودی صفر، تراکم پذیر، آدیاباتیک و غیر لزج در دو حالت اعمال می شود:

۱- حالت مافوق صوت در پایین دست پره:

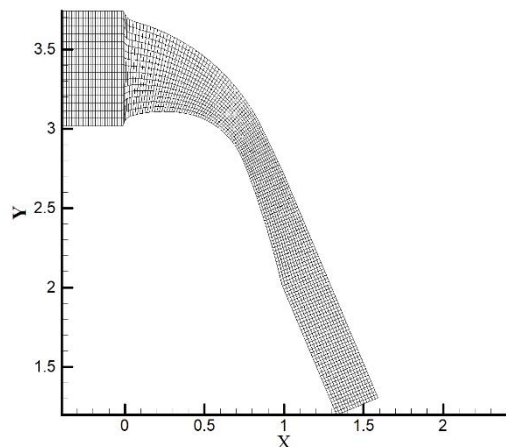
$$\frac{P_{out}}{P_{oin}} = 0.48, \quad T_{oin} = 654.3 \text{ K}$$

$$P_{oin} = 170 \text{ kPa}$$

۲- حالت مادون صوت در پایین دست پره:

$$\frac{P_{out}}{P_{oin}} = 0.57, \quad T_{oin} = 265.2 \text{ K}$$

$$P_{oin} = 170 \text{ kPa}$$



شکل ۱- هندسه و شبکه بندی پره توربین

همانطور که مشاهده می شود از حدود گلوگاه تا صفحه خروجی خطوط شبکه به گونه ای آرایش یافته اند که عمود بر خطوط جریان میانی می باشند و در حد فاصل لبه حمله تا گلوگاه نیز راستای خطوط شبکه به تدریج تغییر یافته اند تا بدین ترتیب انتقال ملایمی بین این دو ناحیه صورت گیرد. از جمله نقاط ضعف این شبکه بندی این است که فواصل گره ها در پایین دست لبه فرار می بایست کاملاً حساب شده انتخاب شوند تا یافتن نقاط متناظر برای اعمال شرط پرئودیک امکان پذیر باشد.

با توجه به فرم شبکه که مرز خروجی به صورت یک خط مایل ظاهر شده است و حال آن که نقاط اندازه گیری در پایین دست جریان روی امتداد قائم و موازی با گام تیغه ها واقع می باشند، بنابراین لازم است شرایط مرزی در صفحه خروجی در امتداد خط قائم اعمال شود. پس از بررسی استقلال حل جریان از شبکه بندی، مشاهده می شود که رسیدن به جواب مستقل از شبکه در حالت شبکه بندی با تعداد ۲۷۷ سلول در راستای X و ۲۵ سلول در راستای Y رخ می دهد.

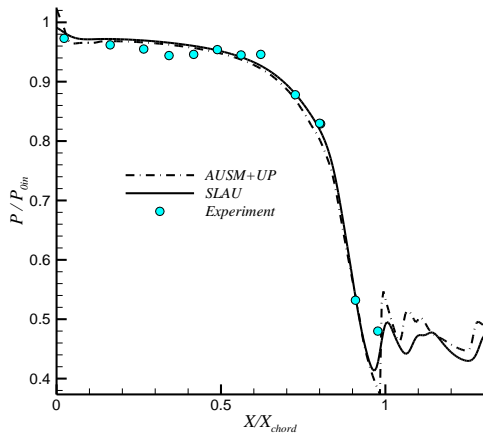
به راحتی در شبکه بندی‌های مختلف قابل اجرا است. همچنین نشان داده شده که استفاده از عدد ماخ نرمال بر سطح باعث باعث نتایج نامطلوب در جریان‌های چند بعدی می‌شود [۱۰ و ۱۱].

ترم فشار در مابقی طرح‌های AUSM که برای طیف وسیعی از عدد ماخ طراحی شده‌اند نیز اصلاح شده است اما ویژگی اصلی طرح حاضر، نبود پارامتر متغیر و وابسته به جریان در معادلات است. در واقع مهم‌ترین ویژگی این طرح عدم استفاده از عدد ماخ جریان آزاد (مرجع) است و روشی مستقل از پارامترهای جریان می‌باشد. لذا این تکنیک برای جریان‌های داخلی فاقد عدد ماخ مرجع مانند لوله شوک (Shock tube) می‌تواند گزینه مناسب‌تری باشد [۱۲].

۵- نتایج

به منظور مقایسه عملکرد دو طرح بالادست AUSM+up و SLAU، در ابتدا نتایج حاصل از اعمال این دو طرح در حالتی که نسبت فشار پشت به فشار سکون ورودی برابر ۰/۴۸ می‌باشد و جریان در خروجی مافوق صوت می‌باشد در شکل‌های ۲ تا ۶ ارائه شده است.

در شکل‌های ۲، ۳ و ۴ تغییرات نسبت فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره به ترتیب در سطح فشار، مکش و خط مرکزی جریان نشان داده شده است. همانگونه که مشاهده می‌شود تغییرات شدید فشار در ناحیه انتهایی پره‌ها ناشی از شوک‌های آئرو دینامیکی می‌باشد. افزایش فشار قابل ملاحظه روی سطح فشار در شکل ۲ ناشی از شوک مایل آئرو دینامیکی در ناحیه لبه فرار روی سطح مذکور می‌باشد. اولین افزایش فشار در روی سطح مکش نشان داده شده در شکل ۳ ناشی از انتشار شوک انتهایی سطح فشار و برخورد آن با سطح مکش می‌باشد. افزایش فشار بعدی روی سطح مکش نیز معرف شوک آئرو دینامیکی در انتهای سطح مکش، یا لبه فرار است.



شکل ۲- توزیع فشار استاتیک به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح فشار (نسبت فشار ۰/۴۸)

همانطور که مشاهده می‌شود در این روش برای محاسبه عدد ماخ و فشار روی سطح سلول سه پارامتر متغیر و وابسته به نوع جریان K_p و K_u و σ وجود دارد که در بهینه ترین حالت مقادیر K_p و K_u به ترتیب برابر ۰/۷۵ و ۰/۲۵ معرفی شده است اما در مسائل مختلف متفاوت است و به نوع جریان بستگی دارد [۷].

بالانویس + و - مربوط به انتشار اطلاعات از چپ و راست سلول می‌باشند، روابط مورد نیاز جهت محاسبه آن از درجات مختلف در مراجع آمده است [۷]. در کار حاضر از توابع زیر برای محاسبه عدد ماخ و فشار روی سطح سلول استفاده می‌شود:

$$M^\pm(M) = \begin{cases} \frac{1}{2}(M \pm |M|) & \text{if } |M| \geq 1 \\ \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2 \pm \alpha(M^2 - 1)^2 & \text{else} \end{cases} \quad (12)$$

$$p^\pm = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 + \text{sgn}(M)) & \text{if } |M| \geq 1 \\ \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2(2 \mp M) \pm \beta M(M^2 - 1)^2 & \text{else} \end{cases} \quad (13)$$

ضروری است به این نکته اشاره گردد که β در جریان‌هایی که موج ضربه‌ای رخ می‌دهد تاثیر بسزایی دارد و از این رو در مورد محدوده انتخابی بایستی دقت کافی شود. همانطور که گفته شد در روش AUSM+up مشکل متغیر بودن β برطرف شده و در این طرح کاربر نقشی در انتخاب ضریب β نداشته و این پارامتر به طور هوشمند با استفاده از فرمول زیر در هر رژیم جریان وارد معادلات می‌گردد.

$$\beta = \frac{3}{16}(-4 + 5f_a^2)\epsilon \left[-\frac{3}{4}, \frac{3}{16}\right] \quad (14)$$

$$f_a(M_0) = M_0(2 - M_0)\epsilon[0,1]$$

$$M_0^2 = \min(1, \max(\bar{M}^2, M_\infty^2))\epsilon[0,1]$$

همانطور که مشاهده می‌شود این روش شامل پارامترهای وابسته به جریان است که گاهی کاربرد روش را محدود می‌کند. به خصوص در جریان‌های غیر یکنواخت که شامل اعداد ماخ کم و زیاد است انتخاب این پارامتر به راحتی امکان پذیر نیست و نتایج خوبی ارائه نمی‌دهند [۸].

۴- طرح SLAU

تفاوت این طرح با طرح AUSM+ در تعریف شار فشاری است. در طرح SLAU ترم فشار برای ایجاد اتلافات کمتر در اعداد ماخ کم به صورت زیر اصلاح شده است به گونه‌ای که فرم اصلی خود در اعداد ماخ بالا را (مشابه طرح‌های پیشین) داشته باشد و در عدد ماخ پایین نیز به خوبی عمل کند، به این منظور تابع بی بعدی از عدد ماخ معرفی شده است [۹]. شکل نهایی ترم فشار توسط معادلات زیر معرفی شده است:

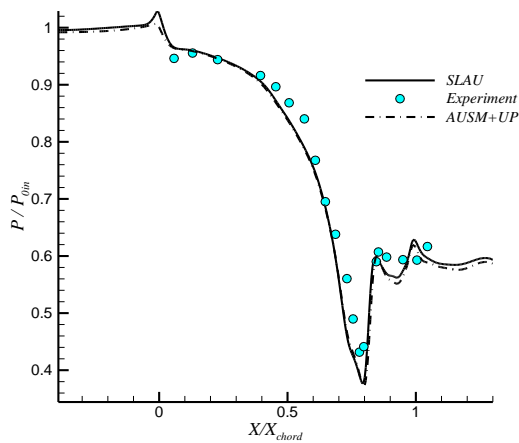
$$\tilde{p} = \frac{p^+ + p^-}{2} + \frac{\beta^+ - \beta^-}{2}(p^+ - p^-) + (1 - \chi)(\beta^+ + \beta^- - 1)\frac{p^+ + p^-}{2} \quad (18)$$

$$\chi = (1 - \bar{M})^2 \quad (19)$$

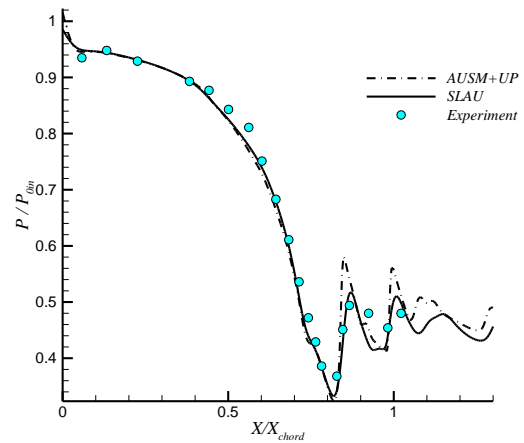
$$\beta^\pm = \begin{cases} \frac{1}{4}(2 \mp M^\pm)(M^\pm \pm 1)^2, & |M^\pm| < 1 \\ \frac{1}{2}(1 + \text{sign}(\pm M^\pm)) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (20)$$

$$\bar{M} = \min\left(1, \frac{1}{\bar{c}} \sqrt{\frac{u^{+2} + v^{+2} + u^{-2} + v^{-2}}{2}}\right) \quad (21)$$

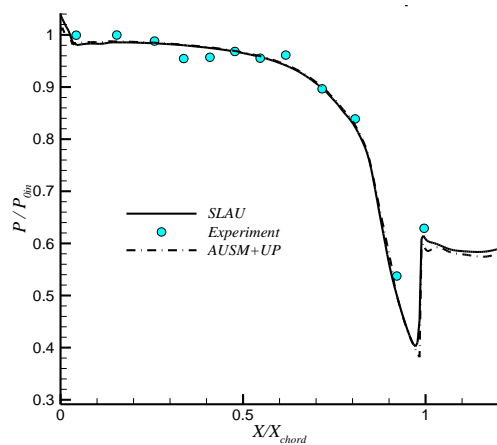
لازم به ذکر است که اصلاح فوق تأثیری در طبیعت طرح‌های خانواده AUSM در گرفتن ناپیوستگی‌های جریان نداشته است. نکته دیگر در طرح حاضر استفاده از عدد ماخ چند بعدی در معادلات فوق است، که



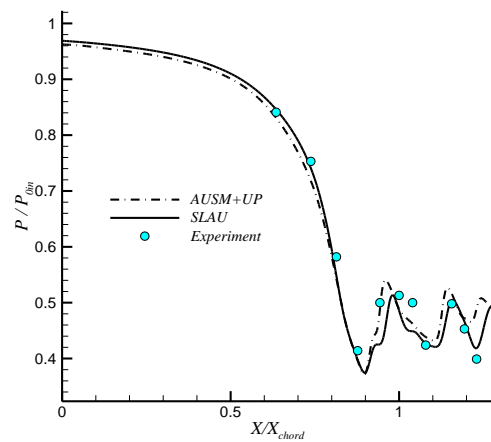
شکل ۵- توزیع فشار استاتیکی به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح مکش (نسبت فشار ۰/۵۷)



شکل ۳- توزیع فشار استاتیکی به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح مکش (نسبت فشار ۰/۴۸)



شکل ۶- توزیع فشار استاتیکی به فشار سکون اولیه در طول پره در سطح فشار (نسبت فشار ۰/۵۷)



شکل ۴- توزیع فشار استاتیکی به فشار سکون اولیه در طول پره در خط مرکزی (نسبت فشار ۰/۴۸)

همان طور که می‌دانیم پدیده موج ضربه ای دارای تلفات است، این تلفات در محاسبات خود را به صورت کاهش فشار سکون نشان می‌دهد. در جریان مورد نظر که آدیاباتیک و غیر لزج می‌باشد، مقدار فشار سکون باید تا قبل از موج ضربه ای ثابت بماند و در محل موج ضربه ای افت می‌کند. در جدول ۱ مقادیر درصد افت فشار سکون ناشی از شوک های آیرودینامیکی در حالت تک فاز و در حالت خروجی مافوق صوت و مادون صوت با استفاده از دو طرح SLAU، AUSM+UP آورده شده است و با مقادیر به دست آمده از حل تئوری در مرجع [۱۲] مقایسه شده است. همانطور که از جدول فوق مشاهده می‌شود افت فشار سکون ناشی از شوک در طرح SLAU در هر دو حالت خروجی مافوق صوت و مادون صوت با مقدار داده شده از حل تئوری تطابق بهتری دارد و به میزان حداقل ۵۰ درصد افت فشار سکون در این روش بهتر پیش بینی شده است [۱۳].

جدول ۱- درصد افت فشار سکون

نام طرح	مرجع [۱۳]	SLAU	AUSM+UP
افت فشار سکون٪ (جریان با خروجی مافوق صوت)	۱/۵	۱/۵۲	۰/۷۶
افت فشار سکون٪ (جریان با خروجی مادون صوت)	۱/۱	۰/۶۶	۰/۳۲

همانگونه که در شکل‌های فوق مشاهده می‌شود نتایج حاصل از هر دو طرح بر نتایج تجربی منطبقند اما طرح SLAU در ناحیه حساس شوک ها اندکی بهتر عمل می‌کند؛ این موضوع در خط میانی جریانی به راحتی قابل مشاهده است.

در شکل های ۵ و ۶ نیز تغییرات نسبت فشار استاتیکی به فشار سکون اولیه در طول پره به ترتیب در سطح مکش و فشار حاصل از اعمال دو طرح AUSM+up و SLAU، در حالتی که نسبت فشار پشت به فشار سکون ورودی برابر ۰/۵۷ و جریان خروجی مادون صوت می باشد، ارائه شده است. همانطور که مشاهده شد در حالی که نتایج حاصل از دو طرح فوق در تمام طول پره انطباق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد، طرح AUSM+UP دارای پارامترهای وابسته به جریان مانند K_p و K_{II} می‌باشد که در جریان‌های مختلف متفاوت می‌باشد و با تکرار بسیار مقدار بهینه این پارامترها جهت تطبیق با نتایج تجربی موجود انتخاب می‌شود. بنابراین استفاده از این طرح باعث افزایش زمان حل می‌شود و از پیچیدگی بیشتری نسبت به طرح SLAU برخوردار است.

۶- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

به منظور طراحی دقیق توربین‌ها خصوصاً توربین‌های بخاری گذر صوتی و با توجه به اهمیت نقش این تجهیزات در صنایع مختلف طرح‌های عددی مختلفی جهت شناسایی رفتار جریان در داخل پره‌های توربین ارائه شده است. در تحقیق حاضر دو طرح عددی بالادست SLAU و AUSM+up برای مدل‌سازی دو بعدی جریان غیر لزج بین پره‌های استاتور توربین معرفی و به کار گرفته شده‌اند.

از مقایسه نتایج حاصل از این دو طرح با نتایج آزمایشگاهی مشاهده می‌شود نتایج حاصل از طرح عددی بالادست SLAU در تمام طول پره، نتایج منطبق‌تری با نتایج تجربی ارائه می‌دهد. همچنین طرح SLAU در مقایسه با نتایج حاصل از طرح AUSM+up در پیش‌بینی اتلافات ناشی از شوک‌های آیرودینامیکی دارای خطای کمتری می‌باشد (به میزان حداقل ۵۰ درصد بهبود نسبت به طرح AUSM+UP) و در نتیجه به واقعیت جریان نزدیک‌تر می‌باشد.

لازم به ذکر است ویژگی اصلی که برتری طرح بالادست SLAU را نشان می‌دهد عدم وجود پارامترهای متغیر و وابسته به جریان، از جمله ضرایب K_P و K_{II} موجود در طرح AUSM+up می‌باشد که در جریان‌های مختلف نیاز است مقدار بهینه آن تعیین شود. از این رو به علت سادگی و کاهش حجم محاسبات به عنوان یک مزیت طرح SLAU یاد کرد. شایان ذکر است که در صورت ضرورت دقت با استفاده از طرح‌های مختلف می‌تواند افزایش یابد.

۷- مراجع

- [10] F. Zhang, J. Liu, B. Chen and W. Zhong, "A robust low-dissipation AUSM-family scheme for numerical shock stability on unstructured grids". *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 84, no. 3, pp. 135-151, 2017.
- [11] E. Shima and K. Kitamura "Towards shock-stable and accurate hypersonic heating computations: A new pressure flux for AUSM-family schemes". *Journal of Computational Physics*, vol. 245, pp. 62-83, 2013.
- [12] S. S. Thakur and J. A. Wright, "A Parallel All-Speed Algorithm for High-Resolution Simulations of Turbulent Reacting and Multiphase Flows Using SLAU2 Scheme in a Rule-Based Framework", *2018 AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 2018.
- [13] F. Bakhtar, M. Mahpeykar and K. Abbas, "An Investigation of Nucleating Flows of Steam in A Cascade of Turbine Blading-Theoretical Treatment", *Journal of fluids engineering*, Vol. 117, No. 1, pp. 138-144, 1995 .
- [1] R. Singh and G. Holmes, "Evaluation of an Artificial Dissipation and AUSM based Flux Formulation: AD-AUSM," *42nd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*, 2012.
- [2] M.S. Liou, "Ten years in the making-AUSM-family.," *15th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, 2001.
- [3] M.S. Liou, "A Sequel to AUSM: AUSM+," *Journal of Computational Physics*, Vol. 129, no. 2, pp. 364-382, 1996.
- [4] S. Colonia, R. Steiil and GN. Barakos, "Implicit Implementation of the AUSM+ and AUSM+up Schemes," *Int. J. Numer Meth Eng* , vol. 75, no. 10, pp. 687-712, 2014.
- [5] E. Shima and K. Kitamura, "On new simple low-dissipation scheme of AUSM-family for all speeds," *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 2009.
- [۶] ف. ابراهیم زاده ازغدی، م.م. مه پیکر، و م. پسندیده فرد، "بکارگیری طرح AUSM+ جهت بهبود نتایج و کاهش خطای عددی روش حجم محدود جیمسون در جریان دوبعدی بین پره های ثابت توربین"، مکانیک سازه ها و شماره ها، دوره ۵، شماره ۴، ص ۲۰۱-۲۱۲، ۱۳۹۴.
- [7] M.S. Liou, "A sequel to AUSM, Part II:AUSM+up for all speeds," *Journal of Computational Physics*, vol. 214, no. 1, pp.137-170, 2006.
- [8] R. Pacciani, M. Marconcini, and A. Arnone, "Comparison of the AUSM+up and other advection schemes for turbomachinery applications," *Shock Waves*, vol. 29, no. 5, pp. 705-716. 2019.
- [9] E. Shima and K. Kitamura, "Parameter-free simple low-dissipation AUSM-family scheme for all speeds". *AIAA journal*, vol. 49, no. 8, pp. 1693-1709, 2011.