

مروری بر مدل سازی فرایند زیست درمانی در ریزوسفر

علیرضا چکشیان خراسانی، سهیلا یغمایی*

تهران، دانشگاه صنعتی شریف، دانشکده مهندسی شیمی و نفت

پیام نگار: yaghmaei@sharif.ir

چکیده

پیش‌بینی و کنترل فرایند زیست درمانی در ناحیه ریزوسفر مانند هر فرایند دیگری، نیازمند مدل‌سازی مناسب مبتنی بر واقعیات روی داده در فرایند است. شرایط حاکم بر زیست درمانی ریزوسفر بر پایه روابط بین ریشه گیاهان، میکروارگانیسم‌های موجود در خاک، مواد خاک و آلاینده مورد نظر استوار است. هدف از مطالعه حاضر، ارائه مدل‌های ریاضی است که قابلیت پیش‌بینی و توضیح فرایند زیست درمانی در خاک را دارند. این مدل‌ها، مدل‌های تکامل یافته‌ای هستند که با توجه به شرایط دلخواه می‌توانند بکار گرفته شوند و مطابق با هدف مورد نظر تغییر نمایند. موفقیت یک مدل در پیش‌بینی، تابعی است از شرایط و روابط حاکم بر چگونگی انجام فرایند که با شناخت دقیق از عملکرد هر بخش فرایند و استفاده از روابط و معادلات مناسب می‌توان مدل‌سازی کامل و موفق انجام داد.

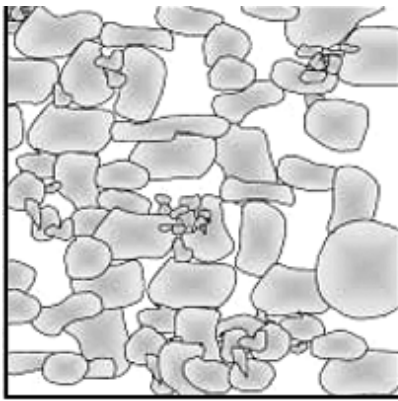
کلمات کلیدی: ریزوسفر، مدل سازی، زیست درمانی، خاک

۱- مقدمه

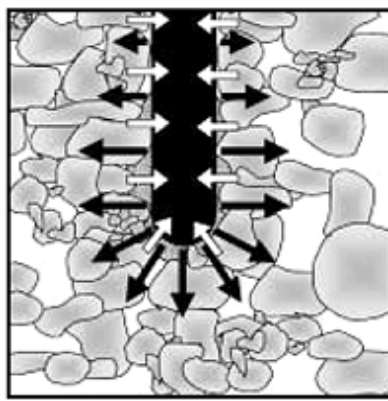
که دربرگیرنده ریشه گیاه و نواحی تأثیرپذیر از آن است. این ناحیه فقط ریشه و مواد غذایی گیاه را شامل نمی‌شود، بلکه معرف منطقه‌ای است که واکنش بین میکروارگانیسم‌های خاک، ریشه و مواد تولیدی ریشه را دربر می‌گیرد [۵و۶].

زیست درمانی ریزوسفری فناوری ترکیبی است که با همکاری گیاهان و میکروارگانیسم‌های خاک شکل می‌گیرد. گیاهان با تولید مواد غذایی مورد نیاز میکروارگانیسم‌ها، می‌توانند رشد و فعالیت آنها را کنترل کرده و میکروارگانیسم‌ها نیز با توجه به شرایط ریزوسفر و مواد تولیدی گیاهان، شروع به رشد کرده و می‌توانند مواد آلاینده موجود در خاک را با توجه به توانایی خود به میزان معینی کاهش دهند [۷-۱۰]. شکل (۱) می‌تواند تغییرات یک ریزوسفر را از ابتدا تا انتهای زمان فعالیت آن نشان دهد.

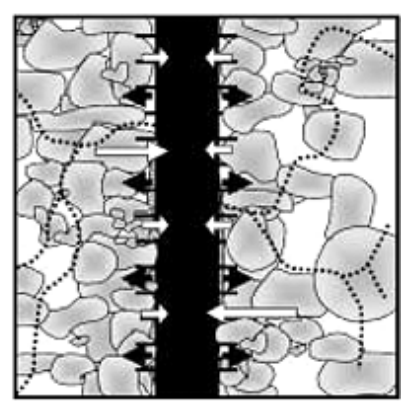
آلاینده‌های خاک یکی از بحران‌های محیط زیست محسوب می‌شوند که باید به گونه‌ای مناسب از بین بروند. خاک از طریق مواد آلی و غیر آلی مختلفی مانند سموم کشاورزی، مواد نفتی و فلزات سنگین آلوده می‌شود که با توجه به شرایط ذکر شده توسط روشی مناسب، درمان می‌گردد تا میزان آلاینده‌ها در آن کم شود. روش انتخابی با توجه به نوع آلاینده و حجم آن، نوع خاک و شرایط محیطی، گزینش می‌شود. روش‌های مختلفی مانند جذب، رسوب دهی، کمپلکس کردن، مصرف شدن توسط گیاهان و حذف میکروبی می‌توانند کارایی مناسبی در کاهش آلودگی‌های خاک داشته باشند [۱و۲]. یکی از قدیمی‌ترین و در عین حال موثرترین روش‌های درمان خاک، زیست درمانی ریزوسفری است [۳و۴]. ریزوسفر بخشی از خاک است



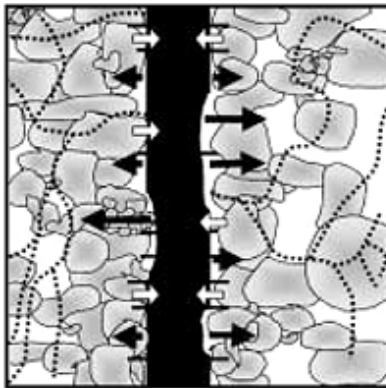
مرحله ۱: توده خاک



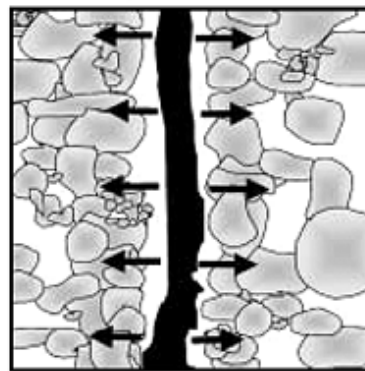
مرحله ۲: شکل‌گیری ریزوسفر



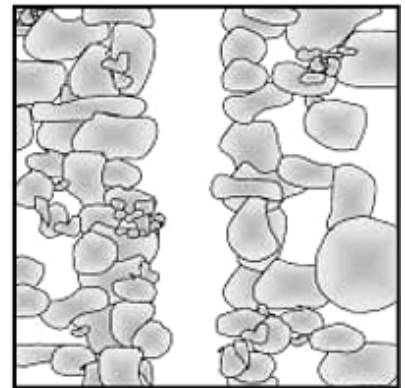
مرحله ۳: توسعه ریزوسفر



مرحله ۴: بلوغ ریزوسفر



مرحله ۵: از بین رفتن ریزوسفر



مرحله ۶: ناپدید شدن ریزوسفر

شکل ۱- تغییرات یک ریزوسفر؛ در مرحله اول ریشه گیاه وجود ندارد ولی در مرحله دوم با رشد ریشه و دریافت مواد غذایی از خاک، ریزوسفر نیز شکل می‌گیرد. در مرحله سوم با رشد ریشه و قدرتمند شدن آن، ریزوسفر نیز توسعه پیدا کرده و پس از اینکه گیاه به بلوغ می‌رسد، ناحیه ریزوسفر نیز کامل می‌شود. با شروع از بین رفتن ریشه، ریزوسفر نیز کاهش می‌یابد. با از بین رفتن ریشه، ریزوسفر نیز از بین خواهد رفت [۱۱].

شبه‌سازی شده است [۱۸-۱۴]. در این مطالعه، مدل‌های ریاضی ریزوسفری که قابلیت پیش‌بینی فرایند زیست‌درمانی خاک را دارند، ارائه می‌شوند و با بررسی هریک از آنها می‌توان نقاط ضعف و قوت این مدل‌ها را شناسایی و با بهبود آنها، مدل‌های دقیق‌تری را در آینده ارائه نمود.

۲- مدل‌های ریزوسفری

توانایی گیاهان در تغییر دادن گرادیان‌های غلظت در خاک، به عواملی وابسته است که در دو گروه طبقه بندی می‌شوند. ۱- عوامل فیزیکی و زیستی مانند شرایط زمین، ریخت‌شناسی و نوع ریشه، سرعت‌های رشد، جذب و دفع مواد توسط ریشه، ویژگی‌های نفوذپذیری خاک و ۲- عوامل شیمیایی مانند توزیع و اختصاص

برای کنترل، آنالیز و پیش‌بینی صحیح هر پدیده‌ای نیازمند شبه‌سازی و مدل‌سازی آن خواهیم بود، به همین دلیل مدل‌های گوناگون ریزوسفری بوجود آمدند تا بتوانند رفتار این ناحیه از خاک را شناسایی و پیش‌بینی نمایند [۱۲]. هرچند مدل‌های زیادی برای خاک گزارش شده است اما اولین مدل ریاضی ارائه شده برای ریزوسفر توسط بیکر و همکارانش در سال ۱۹۶۷ میلادی گزارش شده است که ناحیه ریزوسفری به صورت یک ناحیه استوانه‌ای شکل با شعاع ثابت در نظر گرفته شده است [۱۳].

پس از آن، مدل‌سازی‌های زیادی روی ریزوسفر انجام شد که هریک هدف خاصی را دنبال می‌کردند. یکی از این اهداف، رفتار شناسی فرایند زیست‌درمانی خاک بوده است که تا کنون مدل‌هایی را در این راستا گزارش کرده‌اند که با حل عددی آنها، فرایند مورد نظر

یافتن عناصر شیمیایی در خاک. مدل سازی‌های انجام شده بر روی ریزوسفر در دو گروه مدل‌های ماکروسکوپی و مدل‌های میکروسکوپی طبقه بندی می‌شوند. در دسته اول، مدل سازی بر اساس تمام ریشه گیاهان انجام می‌گیرد و تمام این ناحیه به منزله یک ریزوسفر برای یک ریشه محسوب می‌شود مانند مدل سازی یک زمین کشاورزی و یا یک جنگل. ولی در دسته دوم، هر ریشه به تنهایی در نظر گرفته می‌شود مانند مدل سازی ریزوسفر یک ریشه برای بررسی انحلال پذیری مواد خاک [۱۴].

۲-۱ مدل‌های ماکروسکوپی

مدل‌های ماکروسکوپی می‌توانند برهمکنش‌های پیچیده و دینامیک مرتبط با ریشه‌ها را توضیح داده و به ما در فهم آنها کمک نمایند [۱۱]. این مدل‌ها می‌توانند بسیار ساده و یا پیچیده باشند؛ مدل سازی یک ریشه تا مدل سازی چند ریشه [۱۴]. مدل‌های (کشاورزی/جنگل) شامل مدل‌هایی می‌شود که نمی‌تواند فعالیت ریزوسفری را با دقت بالایی همراه با تغییرات پیش آمده بر اثر گذشت زمان در خاک، نشان دهد و تنها می‌تواند پیش‌بینی ساده، کلی و قابل درکی از شرایط داشته باشد [۱۹ و ۱۱]. مدل‌های اکوسیستمی (زیست-ژئوشیمیایی) مدل‌هایی هستند که تغییرات عناصر یا چرخه مواد غذایی موجود در خاک و یا دینامیک اکوسیستم را بررسی می‌کنند. مدل‌هایی که می‌توانند تغییرات کربن و نیتروژن خاک را شبیه سازی نمایند، جزء این دسته می‌باشند [۲۱ و ۲۰]. مدل‌های تمام ریشه نیز مدل‌هایی هستند که می‌توانند به صورت چند بعدی انتقال آب بین خاک و ریشه، ارتباط مواد غذایی و عناصر کربن و نیتروژن بین گیاه، خاک و میکروب‌های موجود در خاک را بررسی نمایند [۲۲ و ۱۹ و ۱۱].

۲-۲ مدل‌های میکروسکوپی

این مدل‌ها بر اساس قوانین فیزیکی و شیمیایی به ما کمک می‌کنند تا درکی از دینامیک برهمکنش‌ها و پیچیدگی‌ها در ناحیه ریزوسفری داشته باشیم [۲۳]. مدل‌های میکروسکوپی به دو زیرگروه مولکولی و نیمه آزمایشی تقسیم می‌شوند. مدل‌های مولکولی بر اساس روابط مولکولی و واکنش‌های شیمیایی و مدل‌های نیمه آزمایشی معمولاً بر اساس روابط ساده مولکولی بیان می‌گردند. یکی از مدل‌های نیمه آزمایشی که بر اساس تک ریشه ارائه شد، مدل کلاسیکی است که

ریشه را محور یک سیلندر با شعاع ثابت معرفی می‌کند و حجم سیلندر نیز همان ناحیه ریزوسفری است که انتقال و نفوذ مواد غذایی در آن ناحیه در نظر گرفته می‌شود که مدل سینتیکی (میکائیلیس-منتن) بر این مدل حاکم است. مدل‌های نیمه آزمایشی چند ریشه‌ای نیز تکامل یافته مدل‌های تک ریشه‌ای است که می‌توان ریشه را به صورت شاخه شاخه در نظر گرفت و با هر یک از آنها به صورت یک ریشه برخورد کرد و مدل‌هایی نزدیک به واقعیت طراحی نمود [۲۴ و ۲۵]. مدل‌های مولکولی دارای پیچیدگی‌های بیشتری هستند و معمولاً تاثیرات ریزوسفری روی مواد مختلف مانند جذب آلومینیم، نیکل و فلزات را بررسی می‌کنند [۲۸-۲۶]. مدل‌های مولکولی نیز می‌توانند بر اساس تک ریشه و یا چند ریشه رفتار ریزوسفر را پیش‌بینی نمایند. این مدل‌ها با جفت کردن روابط (زیست-ژئوشیمیایی) مانند انتقال مواد و سینتیک تولید و مصرف آنها، مدل‌های نسبتاً دقیقی را ارائه نموده اند [۳۰ و ۲۹].

۳- مدل‌های ریاضی

مدل‌های مختلفی برای ریزوسفر خاک گزارش شده ولی تمام این مدل‌ها به شکل معادلات ریاضی نبوده و اگر هم بدین شکل بوده، قابلیت توضیح و تشریح فعالیت‌های زیست‌درمانی ریزوسفری را نداشته اند. بنابراین از میان تمام مدل‌های موجود برای ریزوسفر به بیان مدل‌های ریاضی ریزوسفری می‌پردازیم که قابلیت پیش‌بینی فرایند زیست‌درمانی را داشته باشند. به طور کلی در زیست‌درمانی ریزوسفری می‌توان ۵ فرایند همزمان را نام برد که نتیجه آنها سبب کاهش آلودگی خاک خواهد شد. ۱- تغییرات مواد آلی و سوبسترای مورد نیاز میکروارگانیسم‌هایی که در زیست تخریب آلاینده‌ها شرکت می‌کنند. ۲- تغییرات اکسیژن مورد نیاز در ریزوسفر ۳- فعالیت ریشه و تأثیر آن بر شرایط ریزوسفر ۴- رشد میکروبی و تغییرات غلظت زیست توده‌های متفاوت در ریزوسفر ۵- تغییرات مواد آلاینده تحت تأثیر فعالیت میکروبی. با توجه به این ۵ فرایند، مدل‌های ریاضی ریزوسفری که در این مطالعه ارائه می‌شوند قابلیت این را دارند که بتوانند به صورت جامع و کامل رفتار این فرایندها و در نتیجه رفتار عملیات زیست‌درمانی در ریزوسفر را بیان نمایند. البته با توجه به شرایط مورد نظر و دلخواه برای هر بررسی بر روی زیست‌درمانی ریزوسفری، هر یک از این مدل‌ها قابلیت سازگار شدن با شرایط جدید را دارند و با افزایش یا کاهش کمیت‌ها، بهبود می‌یابند.

۳-۱ مدل‌سازی تغییرات سوبسترا

این مدل بیان‌کننده چگونگی تغییرات سوبسترای مورد نیاز برای فعالیت‌های میکروبی در ریزوسفر خواهد بود. در این مدل برای میکروارگانیسم‌های موجود در خاک می‌توان از مدل مونود استفاده کرد. در معادله (۱) رشد میکروبی، دو سوبسترای در نظر گرفته می‌شود و از طرفی مرگ میکروبی نیز پیش‌بینی شده است [۳۱].

$$\frac{dC_m}{dt} (\mu_{m,(T)} (\frac{C_p}{C_p + C_p}) (\frac{C_o}{C_o + C_o}) - K_d) C_m \quad (1)$$

در این رابطه، C_o و C_p ، C_m ، t ، غلظت میکروب، غلظت سوبسترای محلول در خاک و غلظت پذیرنده الکترون (می‌تواند اکسیژن باشد) در خاک است. K_o و K_p به ترتیب ثابت‌های نیمه اشباع برای سوبسترای محلول در خاک و پذیرنده الکترون می‌باشند. K_d ضریب رشد منفی یا مرگ میکروبی است. $\mu_{m,(T)}$ سرعت ظاهری رشد ماکزیمم میکروبی است که وابسته به دماست. فعالیت‌های میکروارگانیسمی معمولاً در یک فاصله دمایی انجام می‌گیرد، به طوری که در خارج از آن فاصله غیر فعال اند. برای محاسبه $\mu_{m,(T)}$ لازم است ضریبی که بتواند تابعیت دمایی را لحاظ کند، در نظر بگیریم. ضریب تغییرات دمایی S_{FTm} از رابطه (۲) بدست می‌آید [۳۱].

$$S_{FTm} = \left\{ \begin{array}{ll} 0 & T \leq T_{min} \text{ or } T \geq T_{max} \\ A_1 \frac{T - T_{min}}{T_{alt} - T_{min}} & T_{min} \leq T \leq T_{alt} \\ (1 - A_1) \frac{T - T_{alt}}{T_{lt} - T_{alt}} + A_1 & T_{alt} \leq T \leq T_{lt} \\ 1 & T_{lt} \leq T \leq T_{ut} \\ \frac{T_{max} - T}{T_{max} - T_{ut}} & T_{ut} \leq T \leq T_{max} \end{array} \right. \quad (2)$$

همان‌طور که مشخص است، T_{min} بیشترین و کمترین دمای فعالیت میکروبی هستند. زیروند alt نشان‌دهنده نقطه نوسان، lt و ut نشان‌دهنده نقطه ابتدا و انتها برای محدوده دمایی مطلوب است. ضریب A_1 نیز وابسته به فاز رشد است. مقدار S_{FTm} بین ۰ و ۱ است به طوری که اگر دما در محدوده مطلوب باشد، مقدار آن ۱ خواهد

بود و سرعت رشد میکروبی ماکزیمم خواهد شد؛ در غیر این صورت میزان رشد کمتر از مقدار ماکزیمم می‌گردد. رابطه (۳) به خوبی می‌تواند بیان‌کننده وابستگی دمایی رشد میکروبی باشد [۳۱].

$$\mu_{m,(T)} = \mu_{max} S_{FTm} \quad (3)$$

در این رابطه μ_{max} سرعت ویژه رشد ماکزیمم میکروبی است. برای محاسبه تغییرات سوبسترای موجود در ریزوسفر می‌توان از رابطه (۴) بهره گرفت. تغییرات سوبسترا بر اساس آزاد شدن سوبسترای آلی از ریشه و نفوذ در خاک مدل‌سازی می‌شود [۳۱].

$$\frac{dC_p}{dt} = Q_{sp} + Q_{sx} + Q_{si} + Q_{so} \quad (4)$$

Q_{sp} سرعت تغییرات سوبسترای آزاد شده از ریشه، Q_{sx} سرعت تغییرات سوبسترا بر اساس مصرف میکروارگانیسم‌ها، Q_{si} سرعت تغییرات سوبسترای درون زاد و Q_{so} سرعت تغییرات سوبسترای برون زاد می‌باشد. سرعت نفوذ سوبسترا از ریشه به داخل خاک را می‌توان بر اساس رابطه (۵) تعریف کرد [۳۲].

$$Q_{sp} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} (r D_{rm} \frac{\partial C_p}{\partial r}) \quad (5)$$

در این رابطه، r فاصله شعاعی از محور ریشه و D_{rm} ضریب نفوذ مؤثر سوبسترا در خاک است.

سرعت مصرف سوبسترا توسط میکروارگانیسم‌ها از رابطه (۶) بدست خواهد آمد [۳۱].

$$Q_{sx} = -\frac{C_m}{Y_p} (\mu_{m,(T)} (\frac{C_p}{C_p + C_p}) (\frac{C_o}{C_o + C_o}) - K_d) \quad (6)$$

این رابطه از ترکیب معادله (۱) که نشان‌دهنده سرعت رشد میکروبی است و ضریب بهره Y_p که نشان‌دهنده بازدهی رشد میکروب‌ها بر اساس میزان مصرف سوبسترا است، بوجود آمده است.

در زمانی که خاک آب خود را از دست داده و خشک می‌شود و دوباره رطوبت جذب می‌کند، میکروارگانیسم‌ها می‌میرند و یا

منطقی، سرعت تغییرات سوبسترا در ریزوسفر را ارائه کند. از طرفی، حضور میکروارگانیسم‌های مختلف در خاک سبب خواهد شد تا $\mu_{m(T)}$ تعیین شده برای یک نوع میکروارگانیسم، اعتبار خود را از دست بدهد. همچنین Y_p و K_d نیز برای یک نوع میکروارگانیسم تعیین می‌شود که با حضور انواع مختلف میکروبی تغییر می‌کند. بنابراین با توجه به معایب و مزایای این مدل، برای محاسبه دقیق‌تر باید شرایط ریزوسفر را تا حد امکان نزدیک به فرضیات عنوان شده انتخاب کرد. تعیین منطقه‌ای با شعاع ثابت که در آن شرایط میکروبی از نظر تنوع میکروبی ثابت باشد و خاک محیط و نوع گونه گیاهی نیز در طول فرایند تقریباً بدون تغییر باشد، می‌تواند از محدودیت‌های این مدل کم کرده و شرایط را برای بکارگیری آن مهیا سازد.

این مدل در مطالعات بوم‌شناسی برای بررسی میزان زیست توده و تغییرات سوبسترای مصرفی تحت تأثیر فعالیت گیاهان در ریزوسفر خاک بکار می‌رود [۳۱ و ۳۲]. تغییرات ترکیبات آلی تولید شده از ریشه درختان مختلف مانند صنوبر نروژی تحت تأثیر تغییرات آب و هوایی جنگل‌ها [۳۳]، به عنوان سوبسترای آزاد شده از ریشه در ریزوسفر، را می‌توان توسط مدل ارائه شده مورد بررسی قرار داد.

۳-۲ مدل‌سازی تغییرات اکسیژن

در زیست‌درمانی توسط میکروب‌های هوازی، اکسیژن یکی از مواد مورد نیاز برای پیش رفت فرایند به شمار می‌رود. از این رو به دلیل اهمیت بالای این ماده، مدل‌سازی رفتار اکسیژن در ریزوسفر برای پیش‌بینی مسیر فرایند ضروری است. با در نظر گرفتن شکل استوانه‌ای برای ریزوسفر و با فرض نفوذ اکسیژن در خاک، از قانون اول فیک استفاده می‌شود و رابطه (۹) برای شار نفوذ اکسیژن بدست می‌آید [۳۴].

$$J_{(r)} = -2\pi r \times \phi \times D_s \times \frac{\partial C}{\partial r} \quad (9)$$

r فاصله شعاعی از مرکز ریشه، J شار نفوذ مولکولی اکسیژن در فاصله r از مرکز ریشه، D_s و ϕ به ترتیب ضریب نفوذ و تخلخل و C غلظت اکسیژن در فاصله r از مرکز ریشه خواهد بود.

با توجه به قانون دوم فیک می‌توان غلظت اکسیژن را از رابطه (۱۰) محاسبه کرد [۳۴].

متلاشی می‌شوند که این فرایند باعث ایجاد مواد آلی برای تغذیه میکروارگانیسم‌های جدید می‌شود. بنابراین می‌توان سرعت تغییرات سوبسترای درون زاد را بر اساس سرعت از بین رفتن میکروارگانیسم‌ها تعریف کرد [۳۱].

$$Q_{si} = IC_{im} \quad (7)$$

رابطه (۷) بیان‌کننده سرعت تولید سوبسترای درون زاد بر اساس یک رابطه درجه اول است. I سرعت تغییرات سوبسترای درون زاد و C_{im} غلظت سوبسترای درون زاد در دسترس میکروب‌ها است.

سرعت تغییرات سوبسترای برون زاد Q_{so} نیز بر اساس نوع مواد موجود در خاک و موادی که میکروب‌ها آنها را به عنوان آلاینده خاک مصرف می‌کنند، متغیر خواهد بود.

با جایگذاری روابط (۵) تا (۷) در رابطه (۴)، به رابطه کلی برای موازنه جرمی سوبسترای مورد نیاز میکروارگانیسم‌ها در ریزوسفر خواهیم رسید [۳۱].

$$\frac{dC_p}{dt} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rD_{im} \frac{\partial C_p}{\partial r}) - \frac{C_m}{Y_p} (\mu_{m(T)} (\frac{C_p}{C_p + C_o}) (\frac{C_o}{C_o + C_o}) - K_d) + IC_{im} + Q_{so} \quad (8)$$

برای حل این معادله نیاز به شرایط مرزی مناسب و کمیت‌های عددی است؛ به همین دلیل با توجه به نوع خاک ریزوسفر مدل شده و شرایط هندسی و محیطی مورد نظر می‌توان از شرایط مرزی و کمیت‌های متفاوتی در حل این معادله استفاده کرد.

روابط (۱) تا (۷) برای تعیین سرعت سوبسترا با یکدیگر تلفیق شده‌اند. معادله (۸) تغییرات سوبسترای موجود در ریزوسفر را بر حسب زمان بیان می‌کند. کمیت‌های تاثیرگذار در این مدل براساس جنس خاک ریزوسفر، شکل ریزوسفر، میزان و نوع میکروارگانیسم‌های فعال در ریزوسفر، غلظت مواد مورد نیاز برای رشد میکروبی و درنهایت ماده‌ای که توسط فعالیت میکروبی در ریزوسفر تجزیه می‌شود؛ تعیین و در معادله استفاده می‌شوند. هرچند فعالیت‌های زیستی بسیار پیچیده‌تر از آن هستند که بتوان تغییرات حاصل را ناشی از تعداد محدودی پارامتر فرض کرد، ولی مدل (۸) توانسته با در نظر گرفتن مهم‌ترین عوامل و فرضیات

در این مدل می‌توان غلظت مواد غذایی محلول در خاک C را از رابطه (۱۱) بدست آورد [۳۰ و ۳۹].

$$(\phi + b) \frac{\partial C}{\partial t} - \frac{aV}{r} \frac{\partial C}{\partial r} = \frac{\phi Sf}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial C}{\partial r} \right) \quad (11)$$

در این رابطه ϕ محتوای آبی خاک، b قدرت بافری خاک، a شعاع ریشه، V حجم آب وارد شده به ریشه از واحد سطح ریشه در واحد زمان، D ضریب نفوذ مواد غذایی در آب، f فاکتور نفوذ مواد غذایی و r فاصله شعاعی از مرکز ریشه است.

در این مدل، جذب مواد توسط ریشه در سطح ریشه ($r=a$) در نظر گرفته می‌شود و از مدل (میکائیلیس-منتن) پیروی می‌کند [۳۰ و ۳۹].

$$\phi D_f \frac{\partial C}{\partial r} + V = \frac{F_m c}{K_m + c} \quad \text{at } r = a \quad (12)$$

در این رابطه، F_m و K_m ثابت‌های رابطه (میکائیلیس-منتن) هستند. برای مناطقی از خاک که می‌توان گفت ریشه نمی‌تواند مؤثر باشد، غلظت مواد را ثابت در نظر می‌گیریم. می‌توان معادله (۱۱) را با توجه به شرایط مرزی مورد نظر حل کرد.

در این مدل، سرعت جذب مصرف مواد غذایی موجود در خاک توسط ساده‌ترین مدل سینتیکی بیان شده است. از طرفی انتقال جرم مواد غذایی محلول در خاک که یا توسط ریشه گیاه تولید شده و یا در خاک موجود بوده، توسط قانون اول فیک به سرعت جذب آن توسط گیاه مربوط شده است. استفاده از دو مدل سینتیکی و انتقال جرم ساده، با استفاده از فرضیات کاملاً منطقی، کاربرد این مدل را افزایش می‌دهد. شرایط مدل به گونه‌ای فرض شده است که تنها یک نوع سوبسترا در محیط وجود دارد، درحالی که در محیط خاک این فرض غیرمنطقی است. از طرفی، مدل جذب برپایه رایج‌ترین مدل سینتیکی میکروبی بنا نهاده شده؛ در حالی که نوع ریشه گیاه، نوع سوبسترا، و مواد محیطی قابل جذب دیگر، تعیین‌کننده مدل سینتیکی می‌باشند. همچنین، تاثیرات دما برروی محتوای آبی خاک مؤثر است که جایی در این مدل ندارد. در نتیجه، استفاده از این مدل امکان پذیر است به شرطی که محیط ریزوسفر به گونه‌ای باشد که فرضیات اعمال شده در مدل را نقض نکند. استفاده از خاک

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{r} \times \frac{\partial}{\partial r} \left(r \times D_s \times \frac{\partial C}{\partial r} \right) - S \quad (10)$$

در این معادله، t زمان و S بیان‌کننده فعالیت ویژه اکسیژن در ریزوسفر است.

رابطه (۱۰) به تنهایی برای فعالیت‌های مختلفی که در زیست‌درمانی خاک انجام می‌گیرد، نمی‌تواند کاربرد داشته باشد. استفاده از این مدل باید همراه با تغییرات مختلف وابسته به اکسیژن که در ریزوسفر روی می‌دهد باشد. کمیت‌های S و D_s در این مدل ثابت در نظر گرفته شده‌اند که این، سبب ساده‌تر شدن مدل و کارایی بیشتر آن می‌شود. از طرفی، ترکیبات مختلف موجود در خاک، تغییرات دما و رطوبت، و شرایط رشدی متفاوت میکروبی در زمان‌های مختلف باعث پیچیده شدن مدل‌سازی مصرف اکسیژن می‌شود، زیرا اکسید شدن مواد، کاهش یا افزایش غلظت اکسیژن در رطوبت خاک، و نیاز میکروبی متفاوت باعث وابسته شدن تغییرات اکسیژن به پارامترهای محیطی زیادی در ریزوسفر می‌گردد. بنابراین، با استفاده همزمان از مدل (۱۰) در کنار مدل‌های دیگر که ارائه دهنده فعالیت‌های مختلف در ریزوسفر هستند، می‌توان نتایج واقعی تری را بدست آورد. از طرفی، داشتن محیط یکنواخت در بافت خاک به ثابت ماندن تخلخل و در نتیجه ثابت ماندن نفوذ اکسیژن کمک می‌کند؛ که این خود بکارگیری مدل ارائه شده را منطقی‌تر می‌سازد.

این مدل برای بررسی میزان مصرف اکسیژن توسط میکروارگانیسم‌ها در ریزوسفر، به منظور تجزیه زیستی و هوازی آلاینده‌های زیست محیطی در خاک استفاده شده است [۳۴]. از طرفی، می‌توان تغییرات غلظت اکسیژن در اطراف ریشه گیاهانی مانند برنج در ناحیه ریزوسفری که به صورت عددی بدست آمده [۳۵]، مدل‌سازی ریاضی کرد.

۳-۳ مدل‌سازی فعالیت ریشه

در این مدل رفتار ریشه در ریزوسفر و تأثیر آن بر مواد موجود بررسی می‌شود. ساده‌ترین مدل برای جذب مواد غذایی خاک توسط ریشه، مدلی است که روز و همکارانش [۳۶] بر اساس مدل‌های گذشته [۳۷ و ۳۸] ارائه کرده‌اند و در آن ناحیه ریزوسفر به شکل استوانه‌ای بر محور ریشه است که شعاعی نامحدود دارد.

سرعت تغییرات اکسیژن موجود در خاک، $W(t)$ تابع مواد خارج شده از ریشه، L سرعت شکسته شدن ترکیبات کربنی نامحلول، Y_{xs} و Y_{zs} ثابت بهره رشد میکروبی برای یک سوبسترای آلی، Y_{xp} و Y_{zp} ثابت بهره رشد میکروبی برای اکسیژن، D_s سرعت نفوذ سوبسترای آلی محلول داخل ناحیه ریزوسفر به بیرون، D_p سرعت نفوذ اکسیژن محیط به داخل ریزوسفر، P_0 و S_0 به ترتیب غلظت سوبسترای آلی محلول در خاک اطراف ریزوسفر و غلظت اکسیژن در خاک اطراف ریزوسفر می‌باشند.

برای دقیق تر شدن این معادلات، هریک از جملات می‌توانند توسعه یافته و خود تابعی از کمیت‌های دیگری باشند و تأثیر عوامل بیشتر در مدل نمایان شده و مدل به جواب‌های واقعی نزدیک تر می‌شود. برای توسعه μ_x می‌توان از رابطه چند سوبسترای موند استفاده کرد به گونه‌ای که سرعت رشد ویژه تابعی از ترکیبات آلی (S)، اکسیژن محلول (P) و نیتروژن معدنی (N) خواهد بود [۴۳].

$$\mu_x(S, P, N) = \mu_{\max} \frac{S}{S + \theta K_{sx}} \frac{P}{P + K_{px}} \frac{N}{N + \theta K_{nx}} \quad (17)$$

در این رابطه، K_{sx} ، K_{px} و K_{nx} به ترتیب ثابت جذب سوبسترای آلی، ثابت جذب اکسیژن محلول و ثابت جذب نیتروژن معدنی است. μ_{\max} بیشترین سرعت رشد ویژه و θ محتوای آبی خاک می‌باشد. اگر نوعی از میکروارگانیسم‌های Z هوازی و نوعی دیگر بی هوازی باشند، برای ارائه مدلی جامع که دربرگیرنده تمامی این شرایط باشد، می‌توان سرعت رشد ویژه برای تمام میکروارگانیسم‌های Z را به صورتی تعریف کرد که اکسیژن هم به عنوان سوبسترا و هم به عنوان بازدارنده عمل نماید [۴۴].

$$\mu_z(S, P, N) = \mu_{mz1} \frac{S}{S + \theta K_{sz1}} \frac{P}{P + K_{pz1}} \frac{N}{N + \theta K_{nz1}} + \mu_{mz2} \frac{S}{S + \theta K_{sz2}} \frac{P}{P + K_{pz2}} \frac{N}{N + \theta K_{nz2}} \quad (18)$$

در این معادله زیروند ۱ و ۲ به ترتیب نشان دهنده گونه هوازی و گونه بی هوازی است. μ_{mz1} و μ_{mz2} به ترتیب بیشترین سرعت رشد ویژه برای گونه هوازی و گونه بی هوازی است. θ محتوای آبی خاک می‌باشد. K_{sz1} ، K_{pz1} و K_{nz1} به ترتیب ثابت جذب سوبسترای آلی،

یکنواخت در دمای تقریباً ثابت می‌تواند این امکان را فراهم سازد تا در شرایط مطلوب مدل، زیست درمانی ریزوسفر براساس مدل انجام شود.

فعالیت ریشه گیاهان برای جذب مواد غذایی از خاک در ناحیه ریزوسفر تحت تأثیر انتقال جرم مواد در ریزوسفر توسط این مدل مطالعه شده است [۳۹ و ۳۰]. همچنین، تغییرات غلظت یون مس در ناحیه ریزوسفر تحت تأثیر فعالیت ریشه گندم [۴۰]، و یا جذب یون پتاسیم توسط ریشه گیاهانی مانند ذرت، گندم و نیشکر [۴۱] می‌توانند موضوعات مناسبی برای بررسی توسط مدل موردنظر باشند.

۳-۴ مدل سازی تغییرات غلظت‌های میکروبی

این مدل بیان کننده زندگی میکروارگانیسم‌های مختلف در ریزوسفر است که با توجه به نوع میکروب‌ها و مواد موجود در خاک و تولید شده توسط گیاه برای رشد میکروب‌ها ارائه شده است. این مدل بر پایه ۴ معادله دیفرانسیل ناخطی بنا می‌شود [۴۲].

$$\frac{dX}{dt} = X(\mu_x(S, P, N) + F(Z) - \alpha X - d_1) \quad (13)$$

$$\frac{dZ}{dt} = Z(\mu_z(S, P, N) + G(X) - \beta Z - d_2) \quad (14)$$

$$\frac{dS}{dt} = W(t) + L - D_s(S, -S_0) - \frac{X\mu_x(S, P, N)}{Y_{xs}} - \frac{Z\mu_z(S, P, N)}{Y_{zs}} \quad (15)$$

$$\frac{dP}{dt} = D_p(P_0 - P) - \frac{X\mu_x(S, P, N)}{Y_{xp}} - \frac{Z\mu_z(S, P, N)}{Y_{zp}} \quad (16)$$

در این روابط، X و Z به ترتیب غلظت‌های میکروبی دو نوع میکروارگانیسم مورد مطالعه در ریزوسفر هستند. (dX/dt) و (dZ/dt) سرعت رشد جمعیت میکروبی، μ_x و μ_z سرعت رشد ویژه، $G(X)$ و $F(Z)$ برهمکنش‌های دونوع میکروب در محیط، αX و βZ برهمکنش‌های داخلی ویژه، d_1 و d_2 سرعت‌های مرگ میکروبی، (dS/dt) و (dP/dt) به ترتیب سرعت تغییرات سوبسترای آلی و

۳-۵ مدل‌سازی تغییرات آلاینده

این مدل با برقرار کردن رابطه بین مواد موجود در فاز آبی ریزوسفر و مواد جذب شده و ترشح شده از ریشه گیاه، پیش‌بینی‌کننده تغییرات جرمی آلاینده در ریزوسفر خواهد بود. با توجه به این مدل سرنوشت هر ماده قابل تعیین است. موازنه جرمی مواد در فاز آبی ریزوسفر از معادلات مختلفی حاصل می‌شود. تغییرات محتوای آبی خاک می‌تواند بر اساس یک جریان شعاعی مدل شود [۴۷].

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) - S_w \quad (19)$$

در این معادله، θ_w نشان‌دهنده محتوای حجمی آب موجود در خاک، t زمان، r فاصله شعاعی از مرکز ریشه، v سرعت دارسی و S_w آب از دست‌رفته به خاطر جذب ریشه می‌باشد.

غلظت‌های محلول در ریزوسفر از مهم‌ترین کمیت‌های تاثیرگذار در فرایند زیست‌درمانی هستند. این غلظت‌ها تابعی از جریان‌های جرمی، نفوذ، جذب در خاک و ریشه، زیست‌درمانی و فراریت‌اند [۴۸].

$$\frac{\partial C_w \theta_w}{\partial t} = S_{mf} + S_d - S_{wb} - S_{wr} - S_{ws} - S_{wa} \quad (20)$$

C_w غلظت مواد محلول در خاک (آلاینده)، θ_w نشان‌دهنده محتوای حجمی آب موجود در خاک، S_{mf} تغییرات جرمی در اثر جریان جرمی، S_d تغییرات جرمی در اثر نفوذ، S_{wb} میزان از دست‌رفته در اثر فعالیت میکروبی، S_{wr} مواد محلول جذب شده توسط ریشه، S_{ws} مواد محلول جذب شده توسط مواد موجود در خاک و S_{wa} مواد محلول خارج شده از خاک در اثر فراریت می‌باشند.

با توجه به مدل شدن شعاعی ناحیه ریزوسفر، برای گسترش جملات رابطه (۲۰) می‌توان از روابط شعاعی بهره گرفت. برای محاسبه غلظت محلول (آلاینده) در اثر جریان جرمی رابطه (۲۱) معرفی شده است [۴۹].

$$S_{mf} = \frac{1}{r} \frac{\partial (rvC_w)}{\partial r} \quad (21)$$

ثابت جذب اکسیژن محلول و ثابت جذب نیتروژن معدنی توسط گونه هوازای است. K_{sz2} ، K_{px2} و K_{px2} به ترتیب ثابت جذب سوبسترای آلی، ثابت بازدارندگی اکسیژن محلول و ثابت جذب نیتروژن معدنی توسط گونه بی‌هوازی است.

روابط (۱۳) و (۱۴) مدل‌هایی هستند که به خوبی نقش میکروارگانیسم‌های مختلف در ریزوسفر و تعامل آنها با یکدیگر را نشان می‌دهند. البته روابط (۱۷) و (۱۸) نیز سبب کامل‌تر شدن این دو مدل می‌شوند. همچنین وارد کردن نقش سوبستراهای مختلف در این مدل‌ها نیز نتایج را واقعی‌تر می‌کند. مدل‌های (۱۵) و (۱۶) نیز براساس فعالیت‌های میکروبی و انتقال جرم مواد در محیط عمل می‌کنند. استفاده از مدل سینتیکی ساده اما دقیق برکارایی مدل‌ها افزوده است. ارائه رابطه میکروبی بین دو نوع میکروارگانیسم که براساس سه نوع سوبسترا فعالیت می‌کنند از نقاط قوت این مدل‌هاست. هرچند انواع میکروارگانیسم‌ها در یک منطقه از خاک بسیار بیشتر از دو نوع است، و مواد مصرفی موجود در خاک نیز شامل مواد آلی و معدنی زیادی می‌شود، ولی با فرضیات منطقی می‌توان از این مدل‌ها برای رسیدن به جواب مطلوب بهره برد. از طرفی، پارامترهای موجود در مدل‌ها باعث طولانی شدن و بالا رفتن حجم محاسبات خواهد شد که این برای بکارگیری مدل‌های ریاضی نمی‌تواند عامل مثبتی باشد. در مجموع، دقیق شدن نتایج با پیچیده شدن مدل‌ها و محاسبات همراه است. بنابراین با رعایت شرایط و فرضیات مدل‌ها، مانند یکنواختی خاک و ثابت بودن دما، می‌توان تغییرات دو نوع میکروارگانیسم و سه نوع سوبسترا را در فرایند زیست‌درمانی ریزوسفر مطالعه کرد.

در مدل‌سازی‌های انجام شده در ریزوسفر، برای بررسی تغییرات میکروبی و تأثیر مواد غذایی محدود بر محیط خاک از این مدل‌ها بهره گرفته شده است [۴۲-۴۴]. ارتباط بین زیست‌توده‌های میکروبی و مواد آلی شامل کربن و نیتروژن در خاک [۴۵] را می‌توان توسط مدل‌های ارائه شده در این بخش به زبان ریاضی مورد تجزیه و تحلیل عددی قرار داد. تجمع باکتریایی روی سطح ریشه تحت تأثیر عوامل مختلفی شبیه‌سازی شده است [۴۶]، برای مطالعه گسترده روی تجمعات مختلفی از انواع باکتری‌ها ویا دیگر میکروارگانیسم‌های خاک در سطح ریشه می‌توان از مدل‌های ارائه شده بهره گرفت.

$$S_{wa} = K_H \frac{\partial C_w \theta_w}{\partial t} \quad (26)$$

K_H ثابت هنری است.

با توجه به روابط (۱۹) تا (۲۶) می‌توان موازنه جرمی برای خاک و سطح ریشه را در روابط (۲۷) برای خاک و (۲۸) برای سطح ریشه بیان کرد [۴۷].

$$\frac{\partial C_w \theta_w}{\partial t} = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v C_w + r \theta_w D_e \frac{\partial C_w}{\partial r}) - q_r X_m + a_s \rho_b C_s - K_H \frac{\partial C_w \theta_w}{\partial t} \right] - a_s \rho_b k_d C_w \quad (27)$$

$$\frac{\partial C_w \theta_w}{\partial t} = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v C_w + r \theta_w D_e \frac{\partial C_w}{\partial r}) - q_r X_m + a_s \rho_b C_s - K_H \frac{\partial C_w \theta_w}{\partial t} \right] - [a_s \rho_b k_d C_w + R_{ur} \frac{V_r}{V_T}] \quad (28)$$

با توجه به روابط نهایی موجود، شرایط مرزی مناسب می‌تواند نتایج مورد نظر را به واقعیت نزدیک نماید.

مهم‌ترین بخش هر فرایند زیست‌درمانی، تجزیه و از بین بردن مواد آلاینده است. بنابراین تمامی اتفاقاتی که در تغییر غلظت آلاینده در خاک رخ می‌دهد باید در مدل‌های ریاضی لحاظ شود. مدل‌های (۲۷) و (۲۸) که از ترکیب مدل‌های (۱۹) تا (۲۶) بدست آمده‌اند، به عنوان روابطی جامع که در برگیرنده تغییرات مختلف آلاینده در محیط خاک است، ارائه شده‌اند. استفاده از معادلات دیفرانسیل درجه اول، ساده‌ترین شکل روابط انتقال جرم، و مدل سینتیکی میکروبی ساده کاربرد مدل‌ها را ساده کرده است. اگرچه روابط ساده هستند، ولی با فرضیات منطقی، می‌توانند روابط پیچیده در زیست‌درمانی خاک را توضیح دهند. هرچند استفاده از پارامترهایی مانند K_H ، q_r ، D_e ، θ_w که خود تابع شرایطی مانند دما و نوع خاک هستند، می‌تواند دقت مدل‌ها را تا حدودی مورد بحث قرار دهد. در کل، با ثابت نگه داشتن بعضی پارامترها در محیط ریزوسفر می‌توان از مدل‌های ارائه شده در زیست‌درمانی خاک استفاده کرد.

از مدل‌های (۲۷) و (۲۸) برای بررسی حذف آلودگی‌های آلی در خاک با استفاده از تعامل بین میکروارگانیسم‌های فعال در نزدیکی ریشه گیاهان در ریزوسفر استفاده شده است [۴۷-۴۹]. حذف کلروبنزن از آبهای زیرزمینی توسط کاشت گیاهان، تحت تأثیر جذب

برای گسترش جمله تغییرات جرمی در اثر نفوذ، از قانون دوم فیک استفاده می‌شود و مختصات نفوذ نیز استوانه‌ای تعریف می‌گردد [۵۰].

$$S_d = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \theta_w D_e \frac{\partial C_w}{\partial r}) \quad (22)$$

D_e ضریب نفوذ مؤثر در خاک است.

در زیست‌درمانی، میکروب‌ها مواد محلول را به عنوان سوسترا مصرف می‌کنند؛ در نتیجه مقداری از مواد محلول، شکسته شده و مصرف می‌شوند به همین دلیل تغییرات این مواد در اثر زیست‌درمانی را می‌توان از معادله (۲۳) که یک معادله از درجه اول است، بدست آورد [۴۷].

$$S_{wb} = q_r X_m \quad (23)$$

در این رابطه، q_r سرعت ویژه کاهش مواد و X_m غلظت زیست‌توده میکروبی است.

جذب مواد محلول (آلاینده) توسط ریشه یکی از عوامل مهم در کاهش مواد محلول خاک است. رابطه (۲۴) نشان دهنده این فرایند است [۴۷].

$$S_{wr} = R_{ur} \frac{V_r}{V_T} \quad (24)$$

V_r حجم ریشه، V_T حجم خاک و R_{ur} سرعت جذب مواد توسط ریشه است.

مهم‌ترین عامل کاهش مواد محلول (آلاینده)، جذب این مواد توسط دیگر مواد موجود در خاک خواهد بود [۴۷].

$$S_{ws} = a_s \rho_b (k_d C_w - C_s) \quad (25)$$

a_s ضریب سرعت سینتیک درجه اول، ρ_b چگالی توده خاک، k_d ضریب توزیع و C_s غلظت کل مواد محلول جذب شده توسط دیگر مواد است.

فراریت مواد محلول از فاز آبی به فاز هوا را می‌توان توسط رابطه (۲۶) بیان کرد [۴۷].

خواهیم داشت در حالی که مدل‌سازی‌های انجام شده روی میزان اکسیژن در ریزوسفر نشان می‌دهند که با افزایش فاصله، میزان اکسیژن بیشتر می‌شود و این به خاطر بالا بودن فعالیت‌های میکروبی و مصرف اکسیژن در نزدیکی ریشه است که با دور شدن از محور ریشه، کاهش سوبسترا و کاهش فعالیت‌های میکروبی، افزایش اکسیژن را به همراه خواهد داشت. نتایج حاصل از مدل‌سازی بر روی فعالیت ریشه در جذب مواد موجود در خاک، نشان می‌دهند که با افزایش فاصله از ریشه، تأثیر ریشه کاسته شده و قابلیت جذب مواد توسط ریشه کم می‌شود و این باعث خواهد شد که انحلال‌پذیری مواد در خاک در فاصله‌های دورتر از محور ریشه افزایش یافته که این موضوع هم می‌تواند باعث کند شدن و هم افزایش زیست‌درمانی شود، زیرا مواد مغذی محلول برای میکروارگانیسم‌ها توسط ریشه جذب می‌شود و فضای فعالیت میکروبی کاهش می‌یابد و از طرف دیگر جذب مواد آلاینده توسط ریشه می‌تواند سرعت زیست‌درمانی را افزایش دهد.

مدل‌سازی‌های انجام گرفته روی رشد میکروبی نیز مشخص می‌کنند که غلظت‌های میکروبی نیز با توجه به نوع میکروارگانیسم‌های موجود در ریزوسفر و عملکرد آنها نسبت به هم، مواد غذایی موجود و فاصله از ریشه تغییرات متفاوتی خواهند داشت و بازدهی زیست‌درمانی بر پایه انتخاب مناسب شرایط سازگار برای میکروارگانیسم‌های مختلف در ریزوسفر استوار است. این مدل‌ها نیز اذعان دارند که فاصله گرفتن از ریشه سبب کاهش غلظت زیست‌توده‌ها در ریزوسفر خواهد شد. نتایج حاصل از مدل‌سازی حذف آلاینده‌ها در ریزوسفر گویای این امر هستند که مکانیسم‌های مختلفی در حذف این آلاینده‌ها مؤثر می‌باشند به طوری که اگر قدرت حذف آلاینده در ریزوسفر بتواند بر ورود این مواد به ریزوسفر غلبه کند فرایند زیست‌درمانی نیز دارای سرعت بالاتری خواهد بود. بنابراین موفقیت یک مدل در پیش‌بینی فرایند زیست‌درمانی ریزوسفری تابعی است از مدل‌هایی که برای بخش‌های مختلف این فرایند ساخته می‌شود و این مدل‌ها خود تابعی از شرایط و روابط زیست‌محیطی حاکم بر ریزوسفر هستند که در اثر شناخت دقیق عملکرد هر بخش و استفاده مناسب از روابط و معادلات می‌توان مدل‌سازی کامل، جامع و موفق انجام داد.

ریشه‌ای و تجزیه میکروبی [۵۱]، تجزیه هیدروکربن‌های حلقوی در خاک‌های آلوده به این مواد توسط اضافه کردن قارچ‌های رشته‌ای به محیط ریزوسفر [۵۲]، تجزیه ریزوسفری فنانترو و پیرن [۵۳] و هیدروکربن‌های حلقوی مختلف در طول دوره رشد گیاهان [۵۴]، و معدنی شدن ترکیبات آلی سبک در ریزوسفر خاک [۵۵] می‌توانند به عنوان موضوعاتی مناسب برای بررسی توسط مدل‌های موردنظر باشند.

۴- نتیجه‌گیری

مدل‌سازی یک فرایند زیست‌درمانی در ناحیه ریزوسفر خاک نیازمند درک صحیح از تمام اتفاقاتی است که در طی این عملیات رخ می‌دهد. با شناخت کامل نسبت به مکانیسم فرایندهای مختلفی که در نهایت با همکاری یکدیگر می‌توانند زیست‌درمانی را انجام دهند، می‌توان روابط ریاضی حاکم بر این فرایندها را به صورت یک مدل ریاضی درآورد. زیست‌درمانی ریزوسفری معمولاً با برقراری ارتباط بین ریشه گیاه، میکروارگانیسم‌های خاک، مواد موجود در خاک و آلاینده مورد نظر انجام می‌گیرد. رفتار هر یک از اجزای این فرایند می‌تواند مدل‌سازی شود و در نهایت با برقراری ارتباط بین این مدل‌ها، به مدلی دست خواهیم یافت که قابلیت پیش‌بینی فرایند زیست‌درمانی را خواهد داشت. با توجه به چند بخشی بودن این فرایند، برای هر بخش، مدلی ارائه شده است که قابلیت پیش‌بینی رفتار آن بخش را در کل فرایند دارا است. این مدل‌ها، مدل‌های تکامل یافته‌ای هستند که تا کنون برای ریزوسفر گزارش شده‌اند و با توجه به کمیت‌ها و شرایط مورد بررسی در فرایند، می‌توانند بهبود یافته و مطابق با هدف مورد نظر تغییر نمایند. بنابراین با حل همزمان معادلات مدل‌های ارائه شده در هر بخش می‌توان فرایند زیست‌درمانی در ریزوسفر را به خوبی پیش‌بینی کرد. با توجه به فرایند زیست‌درمانی ریزوسفری، ۵ زیرفرایند مدل‌سازی شده برای آن در نظر گرفته می‌شود که همگی بر مبنای استوانه‌ای بودن ناحیه ریزوسفر به محوریت ریشه استوار است. به طور کلی مدل‌سازی‌های انجام گرفته روی تغییرات سوبسترا در ریزوسفر نشان می‌دهند که با توجه به منبع تولید سوبسترا، با گذر زمان میزان سوبسترا می‌تواند افزایش یا کاهش یابد ولی در هر دو صورت با افزایش فاصله از ریشه، کاهش سوبسترا در ریزوسفر را

- [1] Nedunuri, K. V., "Modeling of heavy metal movement in rhizosphere soils", PhD thesis, Purdue University, USA, 1-197, (1999).
- [2] Adriano, D. C., Bolan, N. S., Koo, B.-J., Naidu, R., Lelie, D., Vangronsveld J., Wenzel W. W., "Natural remediation processes: bioavailability interactions in contaminated soils", WCSS, Thailand, 1-12, (2002).
- [3] Dijkstra, F. A., Cheng, W., Johnson, D. W., "Plant biomass influences rhizosphere priming effects on soil organic matter decomposition in two differently managed soils", *Soil Biology & Biochemistry*, 38, 2519-2526, (2006).
- [4] Olson, P. E., Wong, T., Leigh, M. B., Fletcher, J. S., "Allometric modeling of plant root growth and its application in rhizosphere remediation of soil contaminants", *Environ. Sci. Technol.*, 37, 638-643, (2003).
- [5] Moore, J. C., McCann, K., Setälä, H., de Ruyter, P. C., "Top-down is bottom-up: Does predation in the rhizosphere regulate aboveground production", *Ecology*, 84, 84-857, (2003).
- [6] Van der Putten, W. H., Vet, L. E. M., Harvey, J. A., Wäckers, F. L., "Linking above- and belowground multitrophic interactions of plants, herbivores, pathogens, and their antagonists", *Trends in Ecology and Evolution*, 16, 547-554, (2001).
- [7] Kuzyakov, Y., "Factors affecting rhizosphere priming effects (review)", *Zeitschrift für Pflanzenernährung und Bodenkunde*, 165, 382-396, (2002).
- [8] Marschner, P., Crowley, D., Yang, C.H., "Development of specific rhizosphere bacterial communities in relation to plant species, nutrition and soil type", *Plant and Soil*, 261, 199-208, (2004).
- [9] Paterson, E., "Importance of rhizodeposition in the coupling of plant and microbial productivity", *European Journal of Soil Science*, 54, 741-750, (2003).
- [۱۰] امیری، ف، سمیع، س، یغمایی، س، "فناوری افزایش زیستی و کاربرد آن در زیست درمانی"، *مجله مهندسی شیمی ایران*، شماره ۶-۱۴، ۲۲-۱۳۸۵.
- [11] Darrah, P. R., Jones, D. L., Kirk, G. J. D., Roose, T., "Modelling the rhizosphere: a review of methods for 'upscaling' to the whole-plant scale", *European Journal of Soil Science*, 57, 13-25, (2006).
- [12] Gilligan, C. A., "Modeling rhizosphere infection", *Phytopathology*, 69, 782-784, (1979).
- [13] Baker, R., Maurer, C. L., Maurer, R. A., "Ecology of plant pathogens in soil. VIII. Mathematical models and inoculum density", *Phytopathology*, 57, 662-666, (1967).
- [14] Luster, J., Göttlein, A., Nowack, B., Sarret, G., "Sampling, defining, characterising and modeling the rhizosphere-the soil science tool box", *Plant Soil*, 321, 457-482, (2009).
- [۱۵] منتظرالصدق، ف، عزتیان، ر، یغمایی، س، "ارائه مدل ریاضی به منظور بررسی فرایند گیاه پالایی خاک‌های آلوده به مواد نفتی"، *فصلنامه علوم و تکنولوژی محیط زیست*، شماره ۴۳، ۷۵-۹۶، (۱۳۸۸).
- [۱۶] یغمایی، س، سیف کردی، ع، شیرزادی، ه، "مدل‌سازی فرایند زیست درمانی خاک‌های آلوده بر اساس پدیده‌های پراکندگی و جا به جایی"، *مجله استقلال*، شماره ۱، ۴۳-۵۵، (۱۳۸۱).
- [17] Yaghmaei, S., "Mathematical modeling of natural in situ bioremediation to estimate initial contaminant concentration effect", *Int. Journal of Eng.*, 2, 105-114, (2002).
- [18] Yaghmaei, S., Vossoughi, M., Alemzadeh, I., Safekordi, A. A., "Computer simulation of contaminated soil bioremediation", *Iranian Journal of Science and Technology*, 26, 187-196, (2002).
- [19] Dunbabin, V. M., McDermott, S., Bengough, A. G., "Upscaling from rhizosphere to whole root system: modelling the effects of phospholipid surfactants on water and nutrient uptake", *Plant Soil*, 283, 57-72, (2006).
- [20] Raich, J. W., Mora, G., "Estimating root plus rhizosphere contributions to soil respiration in annual croplands", *Soil Sci. Soc. Am. J.*, 69, 634-639, (2005).
- [21] Blagodatsky, S. A., Richter, O., "Microbial growth in soil and nitrogen turnover: a theoretical model considering the activity state of microorganisms", *Soil Biol. Biochem.*, 30, 1743-1755, (1998).
- [22] Wu, L., McGechan, M. B., McRoberts, N., Baddeley, J. A., Watson, C. A., "Spacsys: integration of a 3D root architecture component to carbon, nitrogen and water cycling model description", *Ecol. Modell.*, 200, 343-359, (2007).
- [23] Kirk, G. J. D., "Use of modeling to understand nutrient acquisition by plants", *Plant Soil*, 247, 123-130, (2002).
- [24] Roose, T., Fowler, A. C., "A mathematical model for water and nutrient uptake by plant root systems", *J. Theor. Biol.*, 228, 173-184, (2004).
- [25] Roose, T., Fowler, A. C., "A model for water uptake by plant roots", *J. Theor. Biol.*, 228, 155-171, (2004).
- [26] Calba, H., Cazevielle, F. P., Théé, C., Poss, R., Jaillard, B., "The dynamics of protons, aluminum, and calcium in the rhizosphere of maize cultivated in tropical acid soils: experimental study and modelling", *Plant Soil*, 260, 33-46, (2004).
- [27] Puschenreiter, M., Schnepf, A., Millan, I. M., Fitz, W. J., Horak, O., Klepp, J., et al., "Changes of Ni biogeochemistry in the rhizosphere of the hyperaccumulator *Thlaspi goesingense*", *Plant Soil*, 271, 205-218, (2005).
- [28] Zhao, L. Y. L., Schulin, R., Nowack, B., "The effects of plants on the mobilization of Cu and Zn in soil columns", *Environ. Sci. Technol.*, 41, 2770-2775, (2007).
- [29] Seuntjens, P., Nowack, B., Schulin, R., "Root-zone modeling of heavy metal uptake and leaching in the presence of organic ligands", *Plant Soil*, 265, 61-73, (2004).
- [30] Nowack, B., Mayer, K. U., Oswald, S. E., VanBeinum, W., Appelo, C. A. J., Jacques, D., et al., "Verification and intercomparison of reactive transport codes to describe root uptake", *Plant Soil*, 285, 305-321, (2006).
- [31] Sung, K., Kim, J., Munster, C. L., Corapcioglu, M. Y., Park, S., Drewd, M. C., Chang, Y. Y., "A simple approach to modeling microbial biomass in the

- rhizosphere", *Ecological Modelling*, 190, 277–286, (2006).
- [32] Newman, E., Watson, A., "Microbial abundance in the rhizosphere: a computer model", *Plant Soil*, 48, 17–56, (1977).
- [33] Hansson, K., Kleja, D. B., Kalbitz, K., Larsson, H., "Amounts of carbon mineralized and leached as DOC during decomposition of Norway spruce needles and fine roots", *Soil Biology and Biochemistry*, 42, 178–185, (2010).
- [34] Hogberg, O., Sorensen, J., "Microgradients of microbial oxygen consumption in a barley rhizosphere model system", *Applied and Environmental Microbiology*, 59, 431–437, (1993).
- [35] Li, Y., Wang, X., "Root-induced changes in radial oxygen loss, rhizosphere oxygen profile, and nitrification of two rice cultivars in Chinese red soil regions", *Plant Soil*, doi 10.1007/s11104-012-1378-1, (2012).
- [36] Roose, T., Fowler, A. C., Darrah, P. R., "A mathematical model of plant nutrient uptake", *J. Math. Biol.*, 42, 347–360, (2001).
- [37] Tinker, P. B., Nye, P. H., "Solute movement in the rhizosphere. Oxford University Press", New York, (2000).
- [38] Barber, S. A., "Soil nutrient bioavailability: a mechanistic approach", 2nd edn, John Wiley & Sons, New York, (1995).
- [39] Szegeedi, K., Vetterlein, D., Nietfeld, H., Jahn, R., Neue, H-U., "New tool RhizoMath for modeling coupled transport and speciation on in the rhizosphere", *Vadose Zone J.*, 7, 712–720, (2008).
- [40] Bravin, M. N., Garnier, C., Lenoble, V., Gérard, F., Dudal, Y., Hinsinger, P., "Root-induced changes in pH and dissolved organic matter binding capacity affect copper dynamic speciation in the rhizosphere", *Geochimica et Cosmochimica Acta*, 84, 256–268, (2012).
- [41] Samal, D., Kovar, J. L., Steingrobe, B., Sadana, U. S., Bhadoria, P. S., Claassen, N., "Potassium uptake efficiency and dynamics in the rhizosphere of maize (*Zea mays* L.), wheat (*Triticum aestivum* L.), and sugar beet (*Beta vulgaris* L.) evaluated with a mechanistic model", *Plant Soil*, 332, 105–121, (2010).
- [42] Strigul, N. S., Kravchenko, L. V., "Mathematical modeling of PGPR inoculation into the rhizosphere", *Environmental Modelling & Software*, 21, 1158–1171, (2006).
- [43] O'Neill, R. V., Deangelis, D. L., Pastor, J. J., Jackson, B. J., Post, W. M., "Multiple nutrient limitations in ecological models", *Ecol. Model.*, 46, 147–163, (1989).
- [44] Kravchenko, L. V., Strigul, N. S., Shvytov, I. A., "Mathematical simulation of the dynamics of interacting populations of rhizosphere microorganisms", *Microbiology*, 73, 189–195, (2004).
- [45] Kuzyakov, Y., "Priming effects: Interactions between living and dead organic matter", *Soil Biology and Biochemistry*, 42, 1363–1371, (2010).
- [46] Muci, A. L., Jorquera, M. A., Ávila, Á. I., Rengel, Z., Crowley, D. E., de la Luz Mora, M., "A combination of cellular automata and agent-based models for simulating the root surface colonization by bacteria", *Ecological Modelling*, 247, 1–10, (2012).
- [47] Kim, J., Sung, K., Corapcioglu, M. Y., Drew, M. C., "Solute transport and extraction by a single root in unsaturated soils: model development and experiment", *Environmental Pollution*, 131, 61–70, (2004).
- [48] Sung, K., Corapcioglu, M. Y., Drew, M. C., Munster, C. L., "Plant contamination by organic pollutants in phytoremediation", *Journal of Environmental Quality*, 30, 2081–2090, (2001).
- [49] Cushman, J. H., "Analytical study of the effect of ion depletion (replenishment caused by microbial activity near a root)", *Soil Science*, 129, 69–87, (1980).
- [50] Wild, A., "Mass flow and diffusion. In: D. J., Greenland, M. H. B., Hayes (Eds.), *The Chemistry of Soil Processes*", John Wiley & Sons, New York, 37–80, (1981).
- [51] Braeckevelt, M., Reiche, N., Trapp, S., Wiessner, A., Paschke, H., Kuschik, P., Kaestner, M., "Chlorobenzene removal efficiencies and removal processes in a pilot-scale constructed wetland treating contaminated groundwater", *Ecological Engineering*, 37, 903–913 (2011).
- [52] Cruz-Hernández, A., Tomasini-Campocoso, A., Pérez-Flores, L. J., Fernández-Perrino, F. J., Gutiérrez-Rojas, M., "Inoculation of seed-borne fungus in the rhizosphere of *Festuca arundinacea* promotes hydrocarbon removal and pyrene accumulation in roots", *Plant Soil*, 362, 261–270, (2013).
- [53] Lu, H., Zhang, Y., Liu, B., Liu, J., Ye, J., Yan, C., "Rhizodegradation gradients of phenanthrene and pyrene in sediment of mangrove (*Kandelia candel* (L.) Druce)", *Journal of Hazardous Materials*, 196, 263–269, (2011).
- [54] Moreira, I. T. A., Oliveira, O. M. C., Triguís, J. A., Queiroz, A. F. S., Ferreira, S. L. C., Martins, C. M. S., Silva, A. C. M., Falcão, B. A., "Phytoremediation in mangrove sediments impacted by persistent total petroleum hydrocarbons (TPH's) using *Avicennia schaueriana*", *Marine Pollution Bulletin*, In Press, (2012).
- [55] Glanville, H., Rousk, J., Golyshin, P., Jones, D. L., "Mineralization of low molecular weight carbon substrates in soil solution under laboratory and field conditions", *Soil Biology and Biochemistry*, 48, 88–95, (2012).