

# اثر شدت توربولنس جریان آزاد و گرادیان فشار بر شکل گیری لایه گذرا در کانال واگرا

محسن کهرم<sup>i</sup>، سعید فریور<sup>ii</sup>، سید محمد جوادی<sup>iii</sup>

## چکیده

ترکیبی از روش تقریبی پل هاوزن و روابط تجربی ردفورد، جونگو، جانسون و دیگران برای تشخیص نقطه آغاز لایه مرزی گذرا در جریان با گرادیان فشار مثبت و برای شدت اغتشاش‌های متفاوت بکار رفته است. یک شیپوره واگرا با زوایای مختلف، تا حدی که نقطه جدایش آن بسیار دورتر از لبه ورودی جریان به شیپوره باشد، در نظر گرفته شده است. اضافه بر این، توربولنس جریان آزاد درون شیپوره، از شدت‌های کم دامنه (تحریک خطی) تا شدت‌های پر دامنه (تحریک غیرخطی) تغییر داده می‌شود. با استفاده از روش اشاره شده، محل رینولدز خنثی، نقطه آغاز لایه مرزی گذرا و نقطه جدایش از دیواره های شیپوره محاسبه می‌شود. نتایج نشان می‌دهند که با افزایش شدت توربولنس جریان آزاد و افزایش زاویه گشودگی شیپوره نقطه آغاز لایه گذرا به سمت نقطه تحریک خنثی و همچنین نقطه جدایش نیز به سمت لبه شیپوره نزدیک می‌شوند. نتایج دیگر نشان می‌دهند که دامنه تحریکات اغتشاشات نفوذی که از جریان اصلی به کناره دیواره راه می‌یابند با افزایش فاصله از آغاز لایه گذرا، ابتدا به شدت افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد و به سمت مقدار ثابتی میل می‌کنند. این تغییرات تابع رینولدز دهانه ورودی شیپوره نیز می‌باشد. نتایج تحقیق برای برآورد اثر شدت توربولنس جریان آزاد و گرادیان فشار بر شکل گیری لایه مرزی گذرا در تیغه های توربوماشین ها و ایرفویل ها استفاده می‌شود.

## کلمات کلیدی:

شدت توربولنس جریان اصلی، رینولدز خنثی، لایه گذرا، نقطه جدایش، کنار دیواره

## *Effect of Free Stream Turbulence and Pressure Gradient on Transition on set in Diffusers*

M.Kahrom; S.Farievar; M.Javadi

### ABSTRACT

Paulhausen integral techniques together with Johnson, Redford and Jungho correlations are used in predicting transition onset, separation point position and penetration of free stream turbulence into transitional boundary layer in a diffusing flow. Free stream turbulence intensities are set to variety of values covering both linear and non-linear disturbances. In addition, diffuser half angle opening is assumed to vary in ranges not more than that bringing separation point into transitional zone. Results show that the free stream turbulence intensity and positive pressure gradient have both direct effects to bring transition onset closer to indifference stability point. Separation point, however, moves closest towards diffuser's inlet point as pressure gradient increases and moves away as FSTI increase. FSTI effects on near wall turbulence intensity, primarily causing its increase to a maximum and later approaching to a limit for the rest of boundary layer length.

<sup>i</sup> دانشیار، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد: [Kahrom\\_m@yahoo.com](mailto:Kahrom_m@yahoo.com)

<sup>ii</sup> دانشجوی دکتری، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

<sup>iii</sup> دانشجوی دکتری، گروه مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

## KEYWORDS

free stream turbulence intensity, indifference Reynolds number, transitional boundary layer, خواهد شد، جداگانه از حل معادله اور- سامرفلد [۱۲] به دست می‌آید و لذا معلوم فرض می‌شود.

اگر اغتشاشات جریان اصلی به اندازه کافی پدیده باشند، ناپایداری از همان ابتدای نفوذ در لایه مرزی غیر خطی است و روش‌های پیچیده‌ای برای تحلیل آن نیاز است. بسیاری از محققان در روش‌های عددی خود، ناپایداری خطی را تنها در جریان‌هایی با  $(Tu < 0.5\%)$  در نظر می‌گیرند و در بقیه موارد عملاً شکل‌گیری و توسعه امواج تولمین شلشتینگ، T-S، بررسی نمی‌شود و فرض بر آن است که لکه‌های توربولنسی از همان ابتدای نفوذ اغتشاشات به درون لایه آرام (پس از  $Re_{ind}$ ) فوراً شکل می‌گیرند؛ لذا در چنین حالتی لایه مرزی آرام بدون گذراندن مرحله رشد امواج T-S، در فاصله کوتاهی ناپایداری سه بعدی، تولید پیچک‌ها و ادغام لکه‌ها را پی در پی انجام می‌دهد. این حالت از شکل‌گیری لایه گذرا را "Bypass transition" می‌نامند. اتفاق چنین حالتی بر روی سطوح بسیار زبر، تیغه‌های توربوماشین‌ها، بال و بدنه هواپیما‌ها و پرتابه‌ها قابل انتظار است.

بنا بر این؛ فرض  $x_s = x_{ind}$  در مواردی که شدت اغتشاشات جریان اصلی زیاد باشد قابل قبول است و برای اغتشاشات کمتر، این دو نقطه با یکدیگر فاصله قابل توجهی دارند. مقدار این فاصله تابع شدت توربولنس جریان اصلی FSTI است. تا کنون نتیجه معتبری برای محاسبه طول منطقه گذار انتشار نیافته و یا تحت مالکیت معنوی است، [۱۱] و نویسندگان این مقاله نیز به آن دسترسی نداشته‌اند. تشخیص صحیح موقعیت نقطه آغاز و نقطه پایان لایه گذرا دارای اهمیت است. بر روی تیغه‌های توربوماشین‌ها؛ که عموماً طول وتر کوتاهی نیز دارند، طول منطقه لایه گذرا سهم بزرگی در کل عملکرد لایه مرزی دارد. مثلاً بر روی تیغه‌های توربین‌های گاز، که با جریان هوای درون تیغه ای خنک می‌شوند، آغاز زود هنگام لایه مرزی گذرا به انتقال حرارت میان گاز داغ و جریان سرد درون تیغه‌ها کمک می‌کند. در این صورت تیغه‌ها در درجه حرارت پایین تری قرار خواهند گرفت و می‌توان دمای گاز خروجی محفظه احتراق و در نتیجه راندمان توربین را افزایش داد. بحث‌های مشابهی نیز می‌تواند بر روی چگونگی عملکرد ضریب اصطکاک و ضریب انتقال حرارت و تحریک لایه مرزی به کمک اغتشاشات در موارد دیگر نیز انجام شود.

اثر شدت توربولنس جریان اصلی برای شکل‌گیری لایه گذرا را ابتدا کلبانوف [۸] بر روی لایه مرزی آرام و سپس کندال [۹] بصورت آزمایشگاهی در  $Re_x = 2.1 \cdot 10^6$  و برای

Reynolds number, transitional boundary layer,

## ۱- مقدمه

بررسی و تحلیل لایه‌های مرزی گذرا پیچیدگی‌های ویژه‌ای دارند که مهندسان و محققان معمولاً ترجیح می‌دهند برای گریز از دشواری محاسبات این لایه، تاثیر این بخش از لایه مرزی را مشابه قسمت مجاور آن در لایه آرام یا مغشوش در نظر بگیرند. سهم لایه گذرا در مقدار ضریب اصطکاک یا ضریب انتقال حرارت از یک سطح؛ در مقایسه با لایه آرام، که الزاماً قبل از آن تشکیل شده است، قابل ملاحظه و گاهی بسیار بیشتر از آن است.

در شکل‌گیری لایه‌های گذرا ابتدا ناپایداری‌های جزئی (از طول موج‌های بلند) که به درون لایه آرام راه یافته‌اند امواج تولمین-شلشتینگ (TS) را شکل می‌دهند. در ادامه این مسیر بعضی از طول موج‌های بلند تحت شرایطی، این امکان را می‌یابند که دامنه خود را افزایش دهند. تحلیل خطی اور-سامرفلد [۱۲] مربوط به چنین فرآیندهایی است که از نقطه مشخصی به بعد در لایه مرزی آرام، باند خاصی از امواج نفوذی؛ که طول موج بلند دارند شانس تقویت دامنه نوسانات را در ادامه راه خود، خواهند یافت. این نقطه مشخص از لایه مرزی آرام را نقطه بی‌تفاوت (Indifference) برای تحریک اغتشاشات می‌نامند و عدد رینولدز آن را به  $Re_{ind}$  نشان می‌دهند. پس از رشد کافی دامنه اغتشاشات (یا امواج پر دامنه تولمین-شلشتینگ)، شکل‌های غیر خطی این امواج در طول لایه مرزی گسترش یافته و در کنار دیواره پیچک‌ها را ایجاد می‌کنند، که با توسعه و نهایتاً از به هم پیوستن این پیچک‌ها لکه‌های توربولنسی و با به هم پیوستن لکه‌های توربولنسی لایه مرزی توربولنت شکل می‌گیرد. نقطه بی‌تفاوت  $x_{ind}$  در داخل لایه مرزی آرام قرار دارد و با نقطه بحرانی یا آغاز لایه مرزی گذرا،  $x_s$ ، فاصله دارد. نقطه  $x_{ind}$  مقدم بر نقطه  $x_s$  یا رینولدز بحرانی قرار می‌گیرد. گرانویل [۲] در روش خود اختلاف  $Re_{\theta}$  این دو نقطه را از معادله (۱) به دست می‌دهد:

$$Re_{\theta}(x_s) - Re_{\theta}(x_{ind}) = 450 \cdot 400 e^{60 \lambda_m} \quad (1)$$

در این رابطه:

$$\lambda_m = \frac{1}{x_s - x_{ind}} \int_{x_{ind}}^{x_s} \lambda(x) dx \quad (2)$$

برای به دست آوردن فاصله  $x_s - x_{ind}$  دو رابطه فوق و معادله (۳) و معادله پیوستگی در هر مقطع از طول شیپوره، به صورت چرخشی بایکدیگر حل می‌شوند تا هر دو معادله (۱) و (۲) صادق باشند. مقدار  $Re_{\theta, ind}$ ، همانطور که توضیح داده

شدت توربولنس ۰/۳٪ انجام دادند. در این آزمایش ها شدت توربولنس جریان اصلی به وسیله یک شبکه توری در تونل باد کنترل می‌شد. آزمایش نشان داد که باند فرکانس های پایین این اغتشاشات، از همان ابتدای صفحه تخت شروع به رشد می‌کند و شدت توربولنس در نقاط قبل از آغاز لایه توربولنت به حدود ۵٪ افزایش می‌یابند. نتایج همچنین نشان می‌دهند که از طیف وسیع تولید شده از فرکانس های طول موج بلند فقط طیف باریکی از فرکانس ها با افزایش دامنه مواجه می‌شوند. این دسته از فرکانس های تقویت شده را کندال به نام کلبانوف<sup>۲</sup> نام گذاری کرد.

شواتز [۱۴] و همکاران، اثر گرادیان فشار بر روی توسعه ناپایداری و افزایش شدت توربولنس در لایه مرزی آرام را برای رسیدن به لایه گذرا و به دست آوردن ضریب انتقال حرارت بیشتر بررسی کردند. شواتز مطالعات خود را در شیپوره تخت واگرا با زاویه  $2\theta = 17^\circ$  و در محدوده  $Tu_{in} = 6\%$  تا  $6\%$  انجام می‌دهد. در این مطالعات از مدل های مختلف توربولنسی، مانند  $k-\varepsilon$  و  $k-\omega$  و  $k-\varepsilon$  high استفاده می‌شود و نتیجه می‌گیرد که وجود تحریکات و ناپایداری در لایه مرزی آرام برای شکل گیری لایه گذرا الزامی است. در توربین های گازی گذر مکرر جریان از روتور و استاتور، مقدار شدت توربولنس جریان آزاد (FSTI) را تا بیش از  $Tu_\delta = 20\%$  افزایش می‌دهد و می‌توان گفت این شرط به طور طبیعی همراه با جریان اصلی درون توربوماشین وجود دارد. در شکل (۴) چگونگی انتشار منطقه پر اغتشاش لبه خروجی روتور یک توربین بر روی یک ردیف استاتور نشان داده شده است. جریان اصلی در این حالت حامل اغتشاش پر دامنه ای بر روی تیغه های استاتور است که در شکل گیری و طول لایه گذرا موثر است. جونگر و همکاران [۷] با کالیبره کردن مدل DNS اثر شدت توربولنس جریان اصلی در محدوده  $Tu = 15.31\%$  تا  $0.68\%$  و با رینولدزهای از ۱۵۷۰۰ تا ۱۰۵۰۰۰ را بر ضریب انتقال حرارت و ضریب اصطکاک روی تیغه‌های توربین گاز را که با هوا خنک می‌شود، مطالعه کردند. نتایج به دست آمده نشان می‌دهند که افزایش شدت اغتشاشات جریان اصلی بر نقطه شروع و نقطه پایانی لایه گذرا را کاهش می‌دهد و ضریب کلی انتقال حرارت از سطح تیغه افزایش می‌یابد. عامل مهم دیگری که در شکل‌گیری و توسعه لایه گذرا و طول آن موثر است، گرادیان فشار است که موضوع اصلی این مقاله است. شرط لازم برای توسعه ناپایداری لایه مرزی آرام وجود گرادیان فشار مثبت در مسیر جریان است [۱۲]. بزرگی گرادیان فشار در کاهش  $Re_{ind}$  و گستره باند طول موج‌های تحریک پذیر در لایه مرزی بسیار موثر است [۱۵].

با این مقدمه، در این تحقیق یک شیپوره واگرا با دیواره‌های تخت برای جریان هوا با شدت اغتشاشات مختلف در ورودی و برای دو سرعت متفاوت  $U_{in} = [10, 20] \text{ m/s}$  بررسی می‌شود. در هر مورد نقطه آغاز ناپایداری  $Re_{\theta, ind}$  و تاثیر پذیری نقطه گذار ( $Re_{\theta, trans}$ ) از شدت توربولنس جریان اصلی محاسبه می‌شود. شدت توربولنس در کنار دیواره، نقطه جدایش و فاصله نقطه آغاز گذار تا نقطه جدایش محاسبه و مورد بحث و بررسی قرار گرفته است.

## ۲- تئوری

در این تحقیق از معادله توزیع سرعت پل هاوزن؛ که جانسون [۵] آن را اصلاح کرده است و برای لایه مرزی گذرا در ناحیه مقدماتی (Pre-transition) و تا جایی که تحریکات داخل لایه مرزی خطی فرض می‌شوند، به شکل زیر استفاده می‌شود:

$$\frac{u}{U} = 2\left(\frac{y}{\delta}\right) - 5\left(\frac{y}{\delta}\right)^4 + 6\left(\frac{y}{\delta}\right)^5 - 2\left(\frac{y}{\delta}\right)^6 + \frac{\lambda}{6}\left(\frac{y}{\delta}\right)\left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^3 \quad (3)$$

علاوه بر ضریب شکل  $\lambda$ ، ضریب شکل دیگری نیز برای لایه مرزی در روابط این تحقیق استفاده شده است که به صورت  $H = \frac{\delta_1}{\theta}$  تعریف و با رابطه (۴) به یکدیگر مربوط می‌شوند [۱۲]:

$$H = \frac{2 - \frac{\lambda}{120}}{\frac{985}{9009} - \frac{2\lambda}{1485} + \frac{\lambda^2}{9072}} \quad (4)$$

مقدار  $H$ ، ضریب شکل لایه مرزی و شاخص چگونگی توزیع سرعت در لایه مرزی است و نشان می‌دهد تا چه اندازه ای شیب پروفیل سرعت در کنار دیواره برای رسیدن به سرعت جریان اصلی تند بوده است؛ لذا این ضریب شکل برای لایه‌های آرام و توربولنت به مقدار زیادی بایکدیگر تفاوت دارد و برای صفحه تخت به ترتیب تقریباً برابر ۲/۶ و ۱/۴ است. برای هر لایه گذرا ضریب شکل  $H$  به شیوه خاصی تغییر می‌کند که تابع چگونگی شکل گیری و رشد لکه‌های توربولنسی و همچنین تابعی از گرادیان فشار در طول مسیر است.

به طور کلی تا نقطه  $Re_{\theta, ind}$ ؛ که تشابه سینماتیکی میان پروفیل های سرعت در لایه مرزی برقرار است، مقدار  $H = 2.6$  ثابت است؛ ولی در طول لایه گذرا؛ که تشابه سینماتیکی میان پروفیل های سرعت وجود ندارد، مقدار  $H$  در طول مسیر مرتباً در حال تغییر خواهد بود. به همین ترتیب در رینولدزهای پایین لایه های توربولنت که قانون  $\frac{1}{7}$  توزیع سرعت حاکم است،  $H = 1.25$  و به تدریج با تغییر قانون توزیع سرعت به  $\frac{1}{8}$  و ...، مقدار  $H$  نیز تغییر می‌یابد. به این ترتیب در لایه گذرا شکل گیری و توسعه ساختارهای لزج<sup>۲</sup> به تدریج به

کنار دیواره کشیده می‌شوند تا در لایه توربولنت به همان منطقه محدود شوند. بقیه قسمت های لایه، که تحت تاثیر حرکات اغتشاشی هستند، شکل یکنواخت تری به خود می‌گیرند. این روتد مرتباً در طول لایه مرزی گذرا در حال تغییر و تکامل بوده و توزیع سرعت متوسط  $\bar{u}$  در لایه گذرا موجب تغییر تدریجی  $H$  از  $2/09$  در شروع تا  $1/26$  در انتهای لایه گذرا، می‌شود. سوزن [15] برای صفحه تخت و گرادیان‌های با افزایش کم فشار رابطه زیر را از آزمایش به دست می‌آورد:

$$\ln\left(\frac{H}{H-1}\right) = 0.1016 \ln Re_{\theta} + 0.4822 \quad (5)$$

اضافه بر تغییرات  $H$ ، سهم رفتار مغشوش در طول لایه گذرا نسبت به رفتار آرام افزایش می‌یابد؛ یعنی مقدار  $\gamma$ ، اینترمیتنسی، در هر نقطه از لایه مرزی از  $x_s$  تا  $x_e$  مرتباً در حال افزایش خواهد بود، جونگو [7]، رابطه زیر را از آزمایش به دست می‌آورد:

$$\gamma = 1 - \exp(-G \zeta^2) \quad (6)$$

در این رابطه به ترتیب:

$$G = (8.3 \times E - 04) \times \left(\frac{u_{\tau}^2}{v^2}\right) \text{Re}_{x_s}^{-1.34}, \quad (7)$$

$$\zeta = \frac{x - x_y}{x_e - x_s}$$

فرض شده است.

جانسون وارکن [6] شدت توربولنس در کنار دیواره رابه صورت تابعی از اغتشاشات جریان اصلی بر پایه اندازه گیری-های سرعت سنج سیم داغ به شکل رابطه (8) به دست آورده اند:

$$\frac{Tu_{nw}}{Tu_{flow}} = \frac{a(H) \text{Re}_{\theta}^b}{(B+1)} \left(\frac{B}{2} + 1\right)^{0.5} \quad (8)$$

ضرائب  $a$ ،  $b$  و  $c$  برای مقادیر زیر جایگذاری شده اند:

$$\begin{aligned} a(H) &= (7.07 H^2 - 0.647 H + 18.0) 10^{-5} \\ b &= 2.3 \\ c(H) &= 0.0625 H - 0.116 \end{aligned} \quad (9)$$

و مقدار  $B = (c(H) \text{Re}_{\theta}^b)^{0.5} \frac{\delta}{L}$  است.  $L$  مقیاس طول توربولنسی در جریان آزاد است که با  $\ell$  مقیاس طولی اغتشاش کنار دیواره رابطه زیر را برقرار می‌کنند:

$$\frac{2}{\pi} \frac{B}{B^2 - 1} \left[ \frac{1}{4} \sin(2\phi) + \frac{\phi}{2} \right] + \frac{2}{\pi(B^2 - 1)^2} \left[ \tan^{-1}\left(\frac{L}{\ell}\right) - B\phi \right] = \frac{B+2}{4(B+1)^2} \quad (10)$$

مقدار  $\ell$  حداقل فاصله ای فرض می‌شود که دو لکه توربولنس می‌توانند با این فاصله از یکدیگر تولید شوند. این مقدار در برخی منابع  $\ell = 0.07L$  یا  $\ell = 0.03L$  و در بعضی منابع تابعی از مختصات کنار دیواره در نظر گرفته می‌شود [4].

در این مقاله،  $L$ ، اندازه دهانه ورودی شیپوره فرض می‌شود و  $\phi = \tan^{-1}(BL/\ell)$  یک پارامتر برای خلاصه نویسی (10) است. جیمنز [4]، نشان می‌دهد که فقط در محدوده  $60 < \gamma^+ < 10$  از لایه مرزی است که شدت اغتشاشات جریان آزاد تاثیر گذار هستند. تقریباً در همین محدوده و به سمت  $\gamma^+$  های بیشتر است که آثار قوی لزجت، مربوط به زیر لایه آرام کاهش می‌یابد و رشد گردابه‌ها و فعالیت آنها به تدریج غالب می‌شود.

تولید تعداد احتمالی لکه های توربولنسی در لایه گذرا تابع مقیاس طول  $\ell$  و مقدار اینترمیتنسی و تابع توزیع طبیعی<sup>۰</sup> در داخل لایه است:

$$\frac{dN}{dx} = \frac{(1-\gamma)\sigma}{U \tan \alpha} \int_0^x pU \left(\frac{z}{\ell}\right)^3 dx - \frac{2N^2 \tan \alpha}{1-\gamma} \quad (11)$$

$p$ ، احتمال تشکیل یک لکه در کنار دیواره نسبت به تعداد دفعات گمانه زنی است. تعداد گمانه‌های موفق، تابع توزیع طبیعی<sup>۰</sup> دارند و از (12) پیروی می‌کنند:

$$p = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2\pi}\right)^{0.5} \int_{-\infty}^{\frac{u}{u'}} \left(\frac{u}{u'}\right)^2 \exp\left(-\frac{1}{8}\left(\frac{u}{u'}\right)^2\right) d\left(\frac{u}{u'}\right) \quad (12)$$

مقدار  $z$  در (11) تعداد دفعات گمانه زنی لازم در یک فاصله نسبی بدون بعد  $\frac{\ell}{L}$  است:

$$z = 3.2 - 2.5 \exp\left(-0.043 \frac{\ell}{L}\right) \quad (13)$$

اگر هر لکه با زاویه  $2\alpha$  در امتداد مسیر خود وا شود و تعداد لکه‌ها در طول  $dx$  در طول مسیر برابر  $N$  باشد، در این صورت اینترمیتنسی با  $\alpha$  و  $N$  رابطه زیر را برقرار می‌کند [15]:

$$\frac{d\gamma}{dx} = 2N \tan \alpha \quad (14)$$

$2\alpha$  زاویه ای است که لکه با آن زاویه در امتداد حرکت خود در حال واگشایی است. گوستلو [3] نیم مقدار این زاویه رابه صورت زیر رابطه نویسی می‌کند:

$$\alpha = 4 + \left(\frac{22.14}{0.79 + 2.72 \exp(47.63 \lambda_{\theta})}\right) \quad (15)$$

همچنین، لکه ضمن گسترش به طرفین محور انتقال خود و در امتداد جریان پخش می‌شود، (وا می‌شود). رابطه ضریب پخش لکه را نیز گوستلو به شکل زیر نتیجه گیری کرده است که در (11) از آن استفاده می‌شود:

$$\sigma = 0.03 + \left(\frac{0.37}{0.48 + 3.0 \exp(52.9 \lambda_{\theta})}\right) \quad (16)$$

به کمک روابط فوق، شکل‌گیری لایه مرزی گذرا و گسترش آن روی دیواره یک شیپوره تخت با گرادیان فشارهای مختلف بحث و بررسی قرار می‌شود.

ضریب شکل لایه مرزی؛ که در آن حدود، ممکن است لایه

گذرا از دیواره جدا شود، با آزمایش‌های شوبائتر [۱۲] و همکارانش در  $H=2.1-2.4$  و روتا [۱۲] در محدوده  $H=4.0-4.05$  ذکر شده است. نتایج اندازه‌گیری در بقیه موارد نیز به همین صورت بسیار متفاوت است و نمی‌توان قانون کلی برای یافتن ضریب شکل نقطه جدایش ذکر کرد. در این تحقیق، برای فرار از دشواری گمانه زنی برای نقطه جدایش، فرض می‌شود شیپوره هرگز وضعیت جدایش را شامل نشود، یعنی همواره  $\lambda \leq -12$  ( $H < 3.4$ ) (رابطه ۴) باشد. با یک تقریب مطمئن در این مقاله واگرایی و طول شیپوره در محدوده‌ای در نظر گرفته می‌شود که  $-11 < \lambda \leq 0$  قرار گیرد. سرعت جریان آزاد در هر مقطع از شیپوره پس از کسر دبی عبوری از داخل لایه مرزی و با گسترده شدن یکنواخت دبی باقیمانده در سطح خارج لایه مرزی محاسبه می‌شود. بنابراین، ضخامت لایه مرزی با سرعت جریان آزاد در طول مسیر دائماً تعامل خواهد داشت.

### ۳- روش حل معادلات

روابط (۵) تا (۱۶) تجربی هستند که محققان به صورت همبسته با اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی به دست آورده‌اند. رابطه (۵)، (۱۵) و (۱۶) را گوستلو [۳]، (۶) و (۷) را جونگو [۷]، (۸) تا (۱۳) را جانسون و ارکن [۶]، (۱۴) را سوزان [۱۵] به دست آورده‌اند؛ که در این مقاله به موقع خود به مراجع مربوطه ارجاع داده شده‌اند.

در این تحقیق از منطقه *pretransition* صرف‌نظر و فرض می‌شود  $Re_{\theta, ind} = Re_{\theta, c}$  است و یا ( $x_s = x_{ind}$ ) مقدار  $x_{ind}$  برای هر زاویه از شیپوره با روش isoclines [۱۲] محاسبه می‌شود. به این ترتیب که ابتدا با مقادیر معلوم  $\lambda_\delta$  و  $Re_\theta$  در لبه شیپوره همین مقادیر برای هر فاصله  $\Delta x$  بعد از آن محاسبه می‌شود و سپس این محاسبه به سمت  $x$ ‌های بیشتر تکرار می‌شود تا نقطه‌ای که در آن منحنی  $Re_\theta = \lambda_\delta$  منحنی حد پایداری لایه آرام؛ یعنی حل معادله اور-سامرفلد برای  $\lambda$ ‌های مختلف را [۱۲] قطع کند، شکل (۲). این مقدار عدد رینولدز،  $Re_{ind}$  برای این جریان است. یک نمونه از کاربرد این روش در شکل (۲) نمایش داده شده است. در شکل (۲) تغییرات  $Re_\theta$  بر حسب  $\lambda_\delta$  برای  $[U_m, \phi] = [10 \text{ m/s}, 4^\circ]$  رسم شده است و نقطه طلاق آن با منحنی حد پایداری لایه آرام (نقطه بی تفاوت) روی شکل مشخص شده است.

حال با فرض اینکه  $x_{ind} = x_{crit} = x_s$  باشد، یک مقدار برای طول لایه گذرا؛ یعنی مقدار  $x_e - x_s$  فرض می‌کنیم و توجه می‌شود که در این صورت نقطه  $x_s$  همان انتهای لایه آرام است و در این نقطه مقادیر ضخامت منتوم،  $\theta$ ،  $Re_\theta$  و  $H$  از نتایج انتهایی لایه آرام به دست می‌آیند. مقدار  $\lambda$  از (۴) محاسبه

می‌شود. در هر نقطه دیگر در طول لایه گذرا، (۵) توزیع مقدار  $H$  را به دست می‌دهد. به هر حال، میان  $H$ ،  $\lambda$  و  $Re_\theta$  روابط (۳)، (۴) و (۵) برقرار است.

از رابطه (۴)،  $\lambda$  و از (۳) پروفیل سرعت قابل محاسبه‌اند. با حل دوره‌ای (۳) تا (۵) توزیع  $H$  و  $\lambda$  در طول فرضی لایه گذرا به دست می‌آید. از رابطه (۶) نیز تغییرات اینترمیتنسی در کنار دیواره و در طول شیپوره قابل محاسبه است.

روابط (۸) تا (۱۶) با نتایج به دست آمده از آنچه گفته شد به شرح زیر حل می‌شوند. ابتدا ضرائب (۹) را محاسبه می‌کنیم. روابط (۱۰) تا (۱۶) در حقیقت حل ضمنی نسبت به متغیرهای درونی خود دارند و در یک حلقه محاسبات تکراری باید پارامترهای داخلی خود را ارضا کنند. مثلاً مقدار  $B$  در رابطه (۱۰) با معلوم بودن ( $\frac{u}{U}$ ) قابل محاسبه است که از آنجا مقدار  $Tu_{nw}$  از (۸) برای هر نقطه با  $Re_\theta$  و  $H$  معلوم به دست

می‌آیند. البته توجه داریم که در (۱۲) مقدار  $\left(\frac{u}{U}\right)$  مقدار  $\frac{1}{Tu_{nw}}$  است که در دور قبلی محاسبات به دست آمده‌اند. به همین ترتیب، (۱۱) تا (۱۶) در یک چرخه داخلی با یکدیگر قابل حل هستند؛ به عبارت دیگر روابط (۱۲) تا (۱۶) متغیرهای درونی (۱۱) را به دست می‌دهند.

در نتیجه، انجام سه حلقه محاسبات فوق چنانچه مقدار  $\gamma$  در نقطه  $x_e$  به ۱ رسیده باشد حدس اولیه پذیرفته می‌شود و در غیر این صورت، دور محاسباتی جدیدی با حدس دوباره طول لایه گذرا،  $x_e - x_s$  آغاز می‌شود.

شدت توربولنس جریان اصلی از (۵) و گرادیان فشار از طریق دو ضریب شکل  $\lambda$  و  $H$  بر نتایج موثر هستند.

### ۴- آزمون دقت روش محاسباتی

یک شیپوره واگرا با دیواره‌های تخت و دهانه ورودی  $0.1 \text{ m}$  در نظر گرفته شده است. زاویه هر دیوار نسبت به محور شیپوره در حالات مختلف آزمون به ترتیب  $\phi = [0, 2, 3, 4, 6, 8]^\circ$  فرض شده‌اند. شدت توربولنس جریان آزاد در هر یک از حالات آزمون یکی از مقادیر:

$$FSTI = \%[0.25, 0.75, 1, 2, 4, 6, 8, 10, 15]$$

و سرعت ورودی جریان آزاد به شیپوره در دو رشته آزمون در هر یک به ترتیب  $U_{in} = [10, 20] \text{ m/s}$  فرض شده است. در این محدوده مقادیر کوچک تر  $FSTI$ ، مانند ۰.۲۵ و ۰.۷۵ به تونل‌های باد مربوط است و تقریباً در طیف تحریکات خطی لایه مرزی قرار می‌گیرند و به شرائطی مربوط می‌شوند که در تونل‌های باد با دقت زیادی جریان اصلی را از وجود گردابه‌ها پاک می‌کنند. این مقدار از شدت توربولنسی واقعیت صنعتی

ندارند. مقادیر بزرگ تر FSTI مانند 10% و 15% به توربوماشین ها مربوط هستند که شرایط کار تیغه های آنها گاهی مولد شدت های توربولنس بیشتری نسبت به مقادیر فوق نیز می باشند.

هدف از انجام آزمون مشخص کردن موقعیت  $Re_{\theta,ind}$ ،  $Re_{\theta,e}$  و  $Re_{\theta,s}$  و طول لایه گذرا تحت تاثیر زوایای مختلف شیپوره و مقادیر مختلف FSTI است. به طوری که چگونگی اثر گرایان فشار و FSTI بر اندازه طول لایه گذرا، موقعیت نقطه شروع لایه گذرا نسبت به لبه شیپوره و نقطه جدایش مشخص شود.

ابتدا دقت این روش با نتایج آزمایشگاهی ابوغنام [۱] و مایله [۱۰] مقایسه می شود. شکل (۳) تاثیر گذاری اغتشاش جریان اصلی بر نقطه شروع لایه گذرا را که به وسیله ابوغنام و مایله اندازه گیری شده است؛ نشان می دهد. نتایج مدل محاسباتی این مقاله نیز در همین شکل رسم شده است. با مقایسه، آشکار است که نزدیکی خوبی میان نتایج محاسبات این تحقیق با نتایج آزمایشگاهی مایله و ابوغنام وجود دارد. روش عددی اگرچه روند تغییرات را به درستی پیش بینی می کند؛ ولی با نتایج آزمایشگاهی اختلاف دارد. این اختلاف ممکن است به دلیل استفاده از روش تقریبی isoclines و همچنین نادیده گرفتن اثر زبری با واقعیات آزمایشگاهی به وجود آمده باشد.

برای به دست آوردن  $Re_{\theta,ind}$ ، شیپوره با زوایای مختلفی که قبلاً به آن اشاره شد، فرض می شود و منحنی تغییرات  $\lambda$  در طول شیپوره، با نتایج به دست آمده از حل معادله اور-سامرفلد قطع داده می شود تا  $Re_{\theta,ind}$  در حالات مختلف گشودگی و سرعت ورودی شیپوره به دست آید. در شکل (۲) منحنی تغییرات  $Re_{\theta}-\lambda_{\delta}$  در طول مسیر داخل شیپوره با منحنی حد پایداری، که از حل معادلات اور-سامرفلد به دست می آید، قطع داده می شود. نقطه تلاقی نقطه بی تفاوت برای تحریک لایه مرزی آرام و آغاز شکل گیری امواج تولمین-شلتینگ محسوب می شود.

## ۵- نتیجه گیری

اثر شدت توربولنس جریان اصلی، FSTI، بر رینولدز شروع و طول لایه گذرا در یک شیپوره و اگر با دیواره های تخت بررسی شده است. برای هر مقدار از سرعت  $U_{in}=[10, 20]m/s$  مقادیر  $\varphi=[0, 2, 3, 4, 6, 8]^{\circ}$  و FSTI همان طور که در بخش قبل شرح داده شده است، تغییر داده می شوند. در شکل (۵) اثر شدت توربولنس بر نقطه آغاز لایه گذرا نمایش داده شده است. برای صفحه تخت اگر شدت توربولنس جریان اصلی ناچیز باشد، لایه گذرا از حدود  $Re_{\theta,s}=925$  شروع می شود و با

افزایش شدت توربولنس مقدار  $Re_{\theta,s}$  به شدت کاهش یافته به سمت لبه شیپوره نزدیک می شود. اثر واگرایی شیپوره بر کاهش  $Re_{\theta,s}$  بسیار زیاد است. اگر  $\varphi=2^{\circ}$  باشد حتی برای شدت اغتشاشات کم دامنه (تحریک خطی)،  $Re_{\theta,s}$  به حدود ۳۵۰ کاهش می یابد. برای شیپوره های با گشودگی بزرگ تر، این مقدار حدود  $Re_{\theta,s}=200$  یا کمتر است. این نتایج برای سرعت ورودی  $U_{in}=10m/s$  در شکل (۵) و برای  $U_{in}=20m/s$  در شکل (۶) نمایش داده شده است. افزایش سرعت جریان ورودی بطور کلی  $Re_{\theta,s}$  را برای تمام زوایای گشودگی شیپوره به مقادیر کمتری کاهش می دهد، شکل (۶). زاویه شیپوره یا  $grad p$  در شیپوره و اگر از عوامل موثر بر تقویت دامنه اغتشاشات در لایه مرزی هستند. با تقویت دامنه اغتشاشات در درون لایه آرام، مقدار اینترمیتنسی از نقطه ای در درون لایه آرام، یعنی از  $Re_{\theta,ind}$  به بعد، شروع به افزایش می کند. در شکل (۷) برای دو سرعت مختلف جریان اصلی تغییرات  $Re_{\theta,ind}$  نشان داده شده است و دیده می شود که با افزایش زاویه شیپوره مقدار  $Re_{\theta,ind}$  به شدت کاهش می یابد.

در شکل (۸) ضریب شکل جریان،  $\lambda$ ، برای نقطه بی تفاوت به صورت تابعی از زاویه شیپوره رسم شده است. در همین شکل نشان داده شده است که با افزایش  $\theta$ ،  $\lambda$  های منفی به سمت دهانه شیپوره میل می کنند. همچنین با افزایش زاویه شیپوره نقطه جدایش به سمت دهانه ورودی شیپوره انتقال می یابد و افزایش سرعت ورودی موجب جدایش در  $Re_{\theta}$  بزرگ تری می شود، شکل (۹).

ضریب شکل لایه مرزی  $H=\frac{\delta_1}{\theta}$  شاخص خوبی برای نمایش شکل پروفیل سرعت در لایه مرزی است. مقادیر کوچکتر H نشان می دهد که لایه مرزی، بیشترین تغییرات سرعت خود را در کنار دیوار انجام داده و در بقیه لایه مرزی فقط تغییرات کوچکی در سرعت انجام پذیرفته است. افزایش اغتشاشات در جریان اصلی موجب می شود که ضریب شکل H کاهش یابد و پروفیل سرعت در قسمت های بیرونی لایه مرزی به سمت سرعت ثابت میل کند، شکل (۱۰). این عملکرد با افزایش زاویه و واگرایی شیپوره خصوصاً برای اغتشاشات کوچک تر به شدت کاهش می یابد؛ به عبارت دیگر، کاهش اغتشاشات در جریان اصلی موجب می شود که شیپوره و اگر با کمی افزایش زاویه، شیب سرعت در کنار دیواره را به سمت صفر کاهش دهد و در نهایت، جدایش اتفاق بیافتد. در مقابل، افزایش شدت توربولنس موجب ثبات پروفیل سرعت بوده و جدایش را به تاخیر می اندازد. در زوایای کوچک تر، نقاط بی تفاوت با نقطه جدایش دارای فاصله هستند و با افزایش زاویه شیپوره این

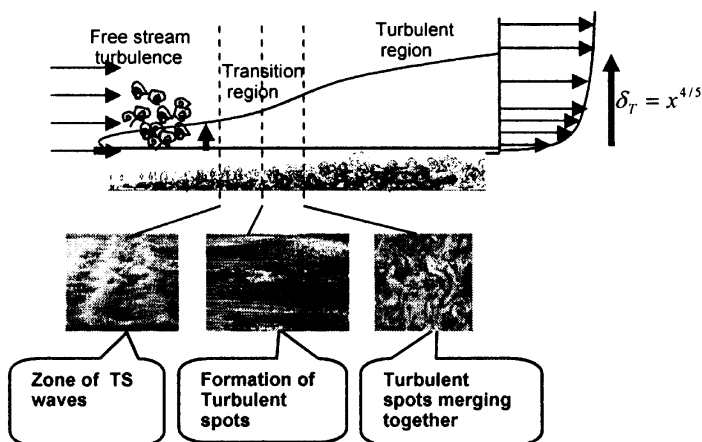
فاصله کاهش می‌یابد. در شکل (۱۲) دیده می‌شود که برای  $\varphi = 0$  (جریان در کانال‌ها) این فاصله بی نهایت است؛ یعنی نقطه جدایش در فاصله بی نهایت نسبت به نقطه بی تفاوت قرار می‌گیرد و با افزایش زاویه شیپوره نقطه جدایش به سمت نقطه بی تفاوت میل می‌کند.

توربولنس جریان اصلی به درون لایه مرزی نفوذ می‌کند و اغتشاشات در لایه را افزایش می‌دهد تا بالاخره با نفوذ به زیر لایه آرام، به شدت کاهش می‌یابد. بیشترین تمرکز اغتشاشات در حدود کنار دیواره؛ یعنی در  $y^+ \cong 10$  است. شدت توربولنس همچنین در طول مسیر و با افزایش  $Re_\theta$  تغییر می‌کند. در شکل (۱۳) این تغییرات رسم شده است. منحنی‌های

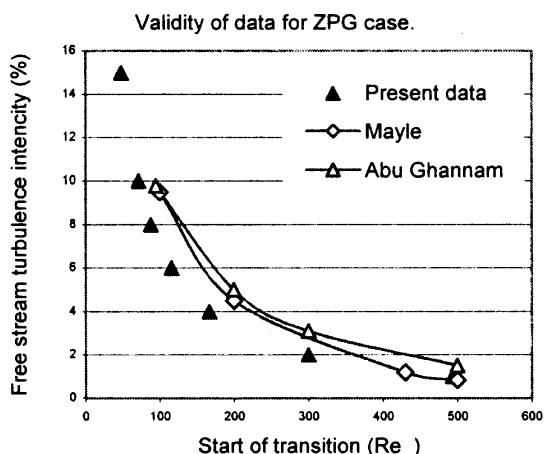
با خط پر مربوط به دو سرعت  $U_{in} = [10, 20] \text{ m/s}$  است که با شدت اغتشاشات جریان اصلی  $Tu = 15\%$  رسم شده‌اند و به کمک شاخص‌های میله‌ای حدود اثر مربوط به بقیه طیف اغتشاشات در محدوده  $Tu = 15\%$  علامت گذاری شده است. منحنی‌ها نشان می‌دهند اثر شدت توربولنس جریان اصلی فقط در محدوده خاصی از  $Re_\theta$  بیشترین تمرکز را در کنار دیواره دارند و پس از آن، صرفنظر از شدت اغتشاشات و سرعت جریان اصلی، میزان توربولنس در کنار دیواره به سمت مقدار مشخصی میل می‌کند.

## ۶- فهرست علائم

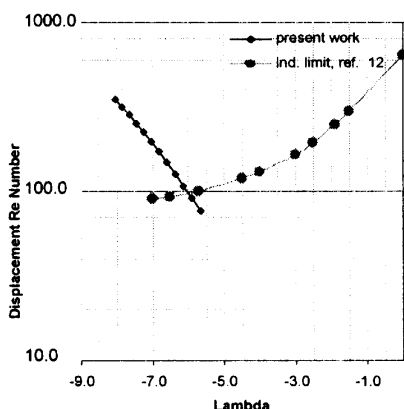
$U_{in}$	سرعت ورودی به شیپوره	$a, b, c, B, G, p, z, \phi, \zeta$	پارامترهای واسطه میان روابط
$U_E$	سرعت در لبه لایه مرزی	$FSTI$	شدت توربولنس جریان آزاد Free Stream Turbulence Intensity
ZPG	گرادیان فشار صفر	$H = \delta_1 / \theta$	ضریب شکل لایه مرزی
$\left(\frac{u}{u'}\right) = \left(\frac{u'^2}{u^2}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{Tu}$	در (۱۲) جایگزین شده است	$\delta_1$	ضخامت جابجایی
$x$	طول در امتداد دیواره شیپوره	$L$	مقیاس طول در جریان آزاد
$\delta$	ضخامت لایه مرزی،	$\ell$	مقیاس طول در لایه مرزی
$\gamma$	اینترمیتنسی، سهمی از زمان که جریان در یک نقطه مفشوش است	$s, e (x_s, x_e)$	زیرنویس‌های نقطه شروع و خاتمه
$\lambda = \frac{\delta^2}{\nu} \frac{dU}{dx}$	ضریب شکل جریان اصلی بر حسب ضخامت لایه مرزی	$p$	تابع احتمال توزیع لکه‌ها
$\lambda_\theta = \frac{\theta^2}{\nu} \frac{dU}{dx}$	ضریب شکل جریان اصلی بر حسب ضخامت جابجایی	$Re, Re_\theta$	عدد رینولدز در نقطه $x$ ، رینولدز بر حسب $\theta$
$\theta$	ضخامت ممنتوم،	$Re_{ind.}$	رینولدز پایداری خنثی
$\sigma$	پارامتر پخش لکه	$Re_{\theta, sep}$	رینولدز نقطه جدایش بر حسب ضخامت ممنتوم
DNS=Direct Numerical Simulation		$Re_{\theta, tran.}$	رینولدز آغاز لایه گذرا
		$Tu = \sqrt{u'^2} / U$ $= 100(2k/3)^{1/2} / U$	شدت توربولنس، رابطه با انرژی توربولنسی
	$\delta_1$	$Tu_{nw}$	شدت توربولنس در کنار دیواره



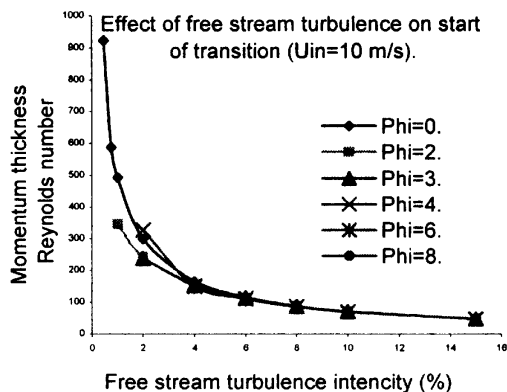
شکل (۱): مراحل کلاسیک شکل گیری، رشد دامنه و تشکیل لکه‌های توربولنسی و بالاخره مقدمه تشکیل لایه توربولنت نمایش داده شده است



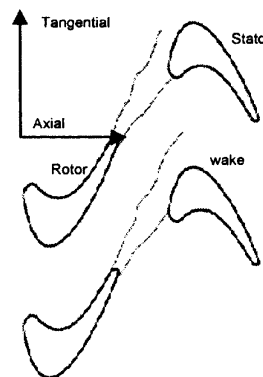
شکل (۳): مقایسه نمونه نتایج این تحقیق با نتایج آزمایشگاهی ابو غنم و مایله برای صفحه تخت



شکل (۲): یک نمونه از تشخیص رینولدز بی تفاوت

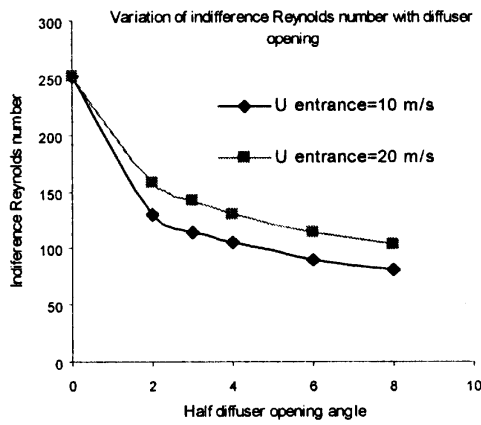


شکل (۵): اثر توربولنس جریان آزاد بر شروع لایه گذرا ( با افزایش  $Tu$  آغاز نقطه گذار در فاصله دورتری از دهانه شیپوره شکل می‌گیرد)

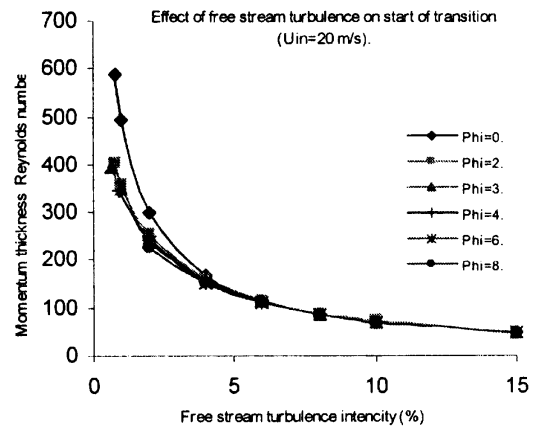


شکل (۴): شدت اغتشاشات جریان اصلی در توربوماشین‌ها بیش از ۱۰٪ و معمولاً ۱۵ تا ۲۰٪ است

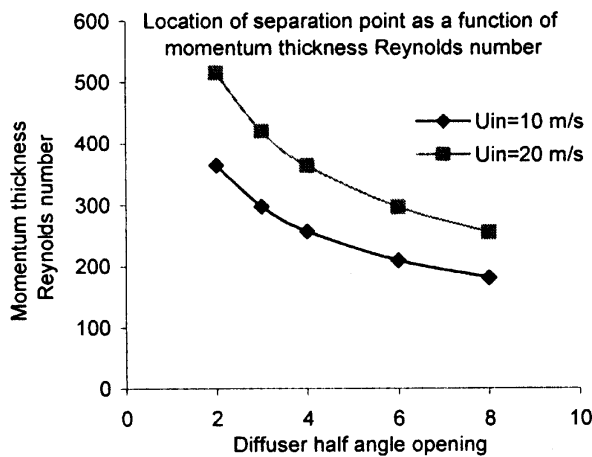




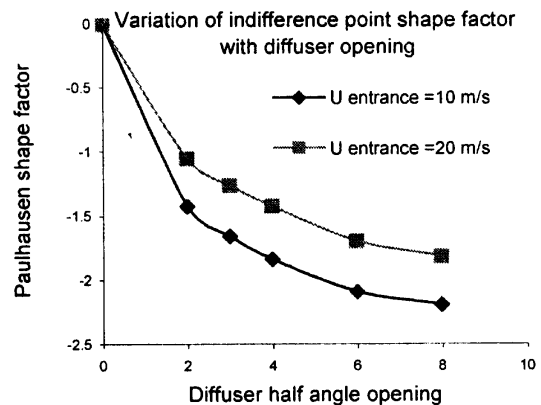
شکل (۷): رینولدز بی تفاوتی ( $Re_{\theta_{ind}}$ ) با افزایش زاویه شیپوره و افزایش سرعت ورودی جریان از دهانه ورودی شیپوره دور می‌شود.



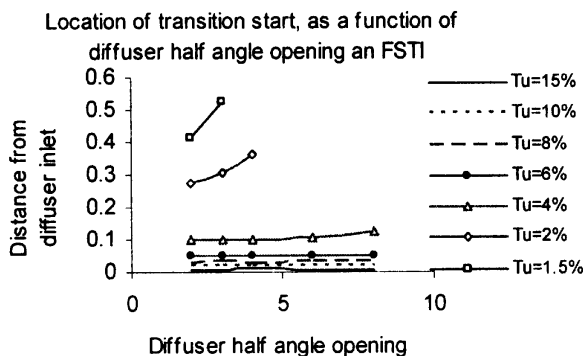
شکل (۸): اثر توربولنت جریان آزاد بر  $Re_{\theta,s}$  در زوایای مختلف شیپوره ( $U_{in}=20$  m/s)



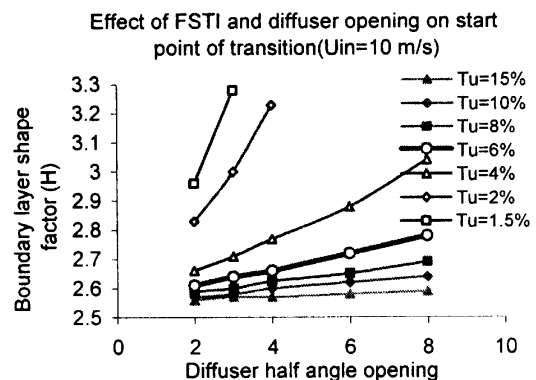
شکل (۹): موقعیت نقطه جدایش تحت تاثیر افزایش زاویه شیپوره و افزایش عدد رینولدز ورودی



شکل (۱۰): ضریب شکل نقطه بی تفاوتی با تغییر زاویه شیپوره و اگر تغییر می‌کند و برای زوایای بزرگ تر در  $\lambda_{\theta}$  کوچک تری اتفاق می‌افتد

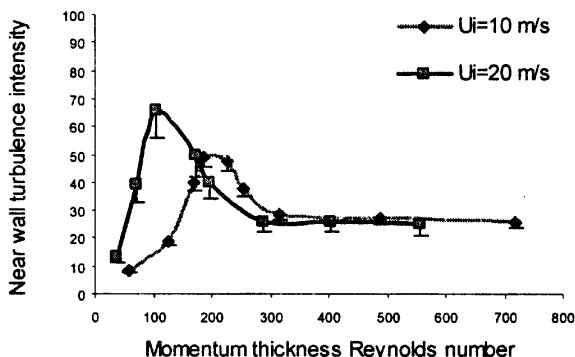


شکل (۱۱): اثر شدت توربولنس جریان آزاد و نیم گشودگی شیپوره بر فاصله نقطه آغاز لایه گذرا از دهانه شیپوره



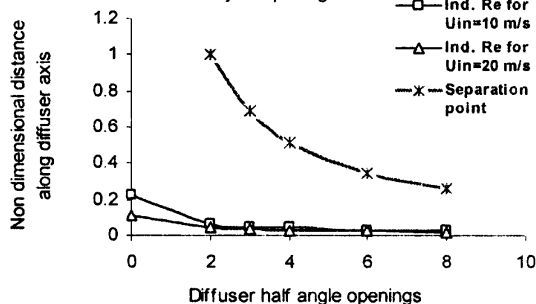
شکل (۱۲): اثر شدت توربولنس جریان آزاد بر شروع لایه مرزی گذرا در زوایای گشودگی مختلف شیپوره

Near wall turbulence level due to variation of FSTI



شکل (۱۳): شدت توربولنس کنار دیواره (در  $y^+ \cong 10$ ). منحنی ها تاثیر پذیری از  $Tu=15\%$  را نشان می دهند. حدود تاثیر پذیری برای  $Tu$  های دیگر با شاخص های اضافی نمایش داده شده است

Indifference location along diffuser axis for variety of openings



شکل (۱۴): موقعیت نقطه جدایش نسبت به نقاط رینولدز بی تفاوت برای سرعت های ورودی مختلف

## ۸- مراجع

- Kendall J.M., "Experimental study of disturbances produced in a pretransitional laminar boundary layer by weak freestream turbulence" [1985] AIAA paper 85-1695 [۹]
- Abu-Ghannam, B.J. and Shaw R., "Natural Transition of Boundary Layers- The effects of Turbulence, Pressure Gradient and Flow History" Jnl. Of Mech. Engg. Sci, Vol. 22, [1980], pp 213-228. [۹]
- Mayle R.E., "The Role of Laminar-Turbulent Transition in Gas Turbine Engine". ASME Jnl. Of Turbomachinery, Vol. 121, [1999], pp.594-537. [۱۰]
- Granville; [http://www.mh-aerotoools.de/airfoils/jf\\_analysis\\_panel.htm](http://www.mh-aerotoools.de/airfoils/jf_analysis_panel.htm) [۲]
- Menter F.R., Likki S.R., Suzan Y.B. et. al. "A Correction-Based Transitional Model Using Local Variables" Part I, Proceedings of ASME Turbo Expo, June 14-17, [2004], Vienna, [۱۱]
- Gostelow J.P., Melwani N. and Walker G.J., "Effects of Streamwise Pressure Gradient on Turbulent Spot Development" Jnl. Of Turbomachinery, Vol. 118, [1996], pp 737-743. [۲]
- Schlichting H., Gersten K. "Boundary Layer Theory" ISBN 3-540-66270, Springer-Verlag Berlin, [2000] [۱۲]
- Jimenez J. and Simens M. "Low Dimensional Dynamics of Near Wall Turbulence" Center for Turbulence Research, Annual Research Briefs [2000] [۴]
- Schubauer, G.B. and Spangenberg, W.G. "Forced mixing in boundary-layer" J. of Fluid Mechanics, 8:10-32(1960) [۱۳]
- Johnson M.W. "A Receptivity Based Transition Model" Proceedings of ASME Turbo Expo. [2003], Atlanta, Georgia, USA [۵]
- Schwatz M., Rung T., Thiele F., "Computational Modeling of Influence of Free Stream Turbulence on Boundary-Layer Flows" [2001], Grant No. Fe 43/38. [۱۴]
- Johnson, M.W. and Ercan, A.H., "A Physical model for Separated Flow Transition" Int. Jnl. Of Heat and Fluid Flow, Vol. 20 [1999], pp 51-64 [۶]
- Suzan Y.B. and Huang P.G. "Comprehensive Validation of an Intermittency Transport Model for Transition Low-pressure Turbine Flows" AIAA [2004], 1121 [۱۵]
- Jungho Chio, Shuye T., Han J., Ladeinde F. "Effect of Free Stream Turbulence on Turbine Blade Heat Transfer and Pressure Coefficients in Low Reynolds Number" [2004], 34413452, Int. J. of Heat Transfer. Elsevier Book [۷]
- Klebanoff P.S., "Effect of Free Stream Turbulence on the Laminar Boundary Layer" [1971] Bull. Am. Soc., 10, 1323 [۸]

## ۹- زیر نویس ها

- <sup>1</sup> Tollmien-Schlichting waves
- <sup>2</sup> Klebanoff mode
- <sup>3</sup> Coherent structure
- <sup>4</sup> Intermittency
- <sup>5</sup> Normal distribution